

Solução do Problema de Corte de Estoque de uma Fábrica de Móveis por Programação Inteira Mista

Ana Paula Faccio,

E-mail: apfaccio@yahoo.com.br

Socorro Rangel,

Depto de Ciências de Computação e Estatística, IBILCE, UNESP,

15054-000, São José do Rio Preto, SP

E-mail: socorro@ibilce.unesp.br.

Abril, 2008

1 Introdução

No ambiente de produção de algumas indústrias, freqüentemente é necessário cortar a matéria-prima principal de tamanho padrão em partes menores. É importante que os cortes sejam planejados, pois assim os efeitos negativos, tais como o desperdício de matéria-prima e tempo de preparo da máquina de corte, podem ser minimizados, diminuindo os custos de produção. O problema de planejamento do corte da matéria prima é classificado na literatura como um problema de corte e empacotamento (*cutting and packing*) e tem atraído a atenção de diversos autores (*e.g.* [2, 3, 20]). É um problema de grande interesse prático e teórico e surge em muitas aplicações, tais como: corte de tecido [18], de chapas de madeira [15], entre outras.

Neste trabalho o problema de corte é estudado no contexto da indústria de móveis. Foram usados dados de uma fábrica de pequeno porte, característica do setor moveleiro, localizada no pólo de Votuporaga (Fábrica V) ao noroeste do estado de São Paulo. Nesta fábrica são produzidos essencialmente móveis residenciais, na maioria de dormitório, e a matéria-prima principal são painéis retangulares de madeira (*e.g.* *MDF - Medium Density Fiberboard*). O foco deste trabalho é no setor de corte da matéria-prima, em especial na máquina seccionadora. É nela que são feitos os primeiros e principais cortes na matéria-prima. Além disto, esta máquina é considerada pela empresa como um “gargalo” na produção.

Maiores detalhes sobre o processo de produção da Fabrica V podem ser obtidos por exemplo, em [10].

Para definir o problema de corte de estoque bidimensional considere que existe em estoque painéis retangulares (objetos) de dimensões (L, W) , e uma demanda de m peças retangulares menores (itens) de dimensões (l_i, w_i) e demanda $b_i, i = 1, \dots, m$. O problema consiste em produzir os itens a partir do corte dos objetos de modo a atender a demanda, otimizando uma determinada função, por exemplo, minimizando o número total de objetos a serem cortados ou minimizando a perda.

Um padrão de corte é uma combinação geométrica dos itens dentro do objeto, e pode ser representado através de um vetor. Supondo conhecidos n padrões de corte, o problema de corte de estoque pode ser formulado matematicamente como [11]:

$$\text{Min } c^T x \quad (1)$$

$$\text{s.a.: } Ax = b \quad (2)$$

$$x \in \mathbb{Z}_+^n; \quad (3)$$

onde, $c \in \mathbb{R}_+^n$ é o vetor custo dos objetos, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é uma matriz cujas colunas representam os padrões de corte e x_j é o número de objetos cortados de acordo com o padrão de corte $j, j = 1, \dots, n$. A função objetivo (1) minimiza o custo total, as restrições (2) garantem que as demandas dos itens sejam atendidas e as restrições (3) definem o domínio das variáveis de decisão.

O problema de otimização definido por (1)-(3) pode ser resolvido usando o método de geração de colunas proposto por Gilmore e Gomory ([11, 12]). Este método consiste em resolver o problema ((1)-(3)) relaxado pelo método simplex utilizando um processo de geração de colunas [4, 7]. Ou seja, a cada iteração do método simplex é gerada uma coluna j . Um dos padrões do problema mestre atual é substituído pelo novo padrão de corte, se este melhorar a solução básica atual. Depois de resolvido o problema de corte de estoque relaxado, uma solução inteira para o problema original pode ser obtida por arredondamento ou pelo método *Branch and Price* [19].

O presente trabalho tem como objetivo avaliar a eficiência dos modelos n-grupos verticais propostos por Yanasse e Morabito [21] para gerar padrões de corte bidimensionais. Estes modelos são brevemente descritos na seção 2. Na seção 3 são apresentados resultados computacionais usando dados reais da Fábrica V. As considerações finais são feitas na seção 4.

2 Modelos para geração de Padrões de Corte

Diversos fatores devem ser considerados na elaboração de padrões de corte. Por limitação operacional da maioria dos equipamentos de corte encontrados na indústria de móveis, um padrão de corte é viável se for guilhotinado. Um corte feito de uma extremidade a outra de um retângulo, dividindo-o em retângulos menores é denominado corte guilhotinado ortogonal, ou simplesmente corte guilhotinado. Outro fator importante a ser considerado na geração de um padrão de corte é o número de vezes que o objeto deve ser rotacionado em 90° de forma a permitir que os cortes guilhotinados sejam realizados (número de estágios). O número de estágios k é dado por $k = r + 1$, sendo r o número de rotações necessárias. Se ao término do último estágio, todos os itens tiverem sido obtidos, o padrão de corte é dito exato, se for necessário um corte adicional (apara) o padrão é não-exato [2].

Os padrões de corte n-grupos são padrões em dois estágios tais que as faixas resultantes do primeiro estágio são separadas em n grupos de modo que todas as faixas de um mesmo

grupo podem ser cortadas simultaneamente no segundo estágio. Cada um destes grupos é separado por um corte vertical principal, que divide o objeto em subobjetos. Por exemplo, em um padrão de corte 2-grupos vertical (vide Figura 1 b)) após efetuado o corte principal na posição vertical do objeto, L_1 , obtemos dois subobjetos (L_1, W) e $(L_2 = L - L_1, W)$. Em cada um destes subobjeto há um padrão de corte 1-grupo (isto é faixas que podem ser cortadas simultaneamente no segundo estágio - vide Figura 1 a)). Esta idéia pode ser usada para gerar padrões de corte 3-grupos (3i-grupos - Figura 1 c) e 3t-grupos - Figura 1 d)). O padrão 3t-grupos vertical é um padrão do tipo "T" (cortes principais semelhantes a um "T"), tal que o primeiro corte principal é feito na vertical e o segundo na horizontal do objeto.

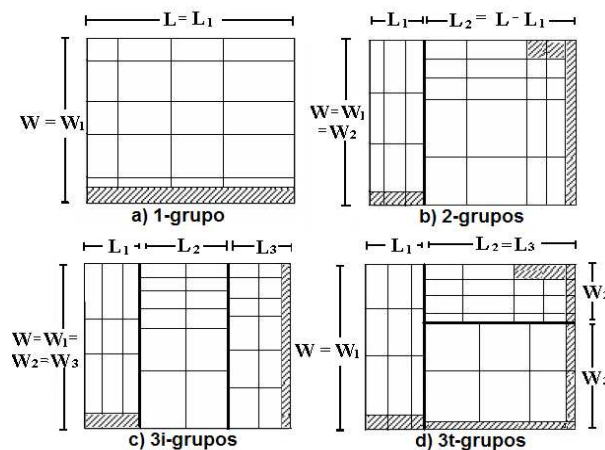


Figura 1: Padrões de corte n-grupos

Yanasse e Morabito [21] apresentam modelos matemáticos para gerar padrões de corte 1-grupo, 2-grupos, 3i-grupos e 3t-grupos vertical, considerando os casos exato e não-exato. Suponha conhecidos: m , número de itens; L e W , comprimento e largura do objeto respectivamente; l_i, w_i e b_i , comprimento, largura e demanda do item i ($i = 1, \dots, m$), respectivamente; J quantidade de comprimentos l_i diferentes; K quantidade de larguras w_i diferentes; v_{ijk} valor do item i incluído em um retângulo (l_j, w_k) , ($j = 1, \dots, J$ e $k = 1, \dots, K$); s_j , número de dígitos necessários para representar $\frac{l_j}{l_j}$ na notação binária; M número real suficientemente grande.

Defina as seguintes variáveis de decisão: β_{jsh} é o dígito binário (0,1) associado a decomposição do número de vezes que o comprimento

l_j é cortado ao longo do subobjeto h ; μ_{kh} número de vezes que a largura w_k é cortada ao longo da largura do subobjeto h ; a_{ijkh} é o número de retângulos (l_j, w_k) que contém itens do tipo i no subobjeto h ; $f_{jks h}$ é número de retângulos (l_j, w_k) no subobjeto h ; L_h é o comprimento do subobjeto h ; e W_h é a largura do subobjeto h . O modelo de otimização (4)-(12) a seguir pode ser usado para gerar padrões de corte 1-grupo tomando $h = 1$.

$$\text{Max} \sum_{h=1}^1 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K v_{ijk} a_{ijkh} \quad (4)$$

$$\text{s.a.:} \sum_{j=1}^J l_j \sum_{s=1}^{s_j} 2^{s-1} \beta_{jsh} \leq L_h, \forall h \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^K w_k \mu_{kh} \leq W_h, \forall h \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ijkh} \leq \sum_{s=1}^{s_j} 2^{s-1} f_{jks h}, \forall j, k, h \quad (7)$$

$$f_{jks h} \leq \mu_{kh}, \forall j, k, s, h \quad (8)$$

$$f_{jks h} \geq \mu_{kh} - M(1 - \beta_{jsh}), \forall j, k, s, h \quad (9)$$

$$f_{jks h} \leq M\beta_{jsh}, \forall j, k, s, h \quad (10)$$

$$\sum_{h=1}^1 \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K a_{ijkh} \leq b_i, \forall i \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \beta_{jsh} &\in \{0, 1\}; \mu_{kh}, a_{ijkh} \in \mathbb{Z}_+, \\ f_{jks} &\geq 0; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, J; \\ k &= 1, \dots, K; s = 1, \dots, s_j; h = 1. \end{aligned} \quad (12)$$

A função objetivo (4) maximiza o valor total dos itens incluídos no padrão de corte; as restrições (5) e (6) impõem que o comprimento e a largura dos retângulos não excedam o comprimento e largura do subobjeto h , respectivamente; as restrições (7)-(10) limitam o número de retângulos (l_j, w_k) no subobjeto h . As restrições (11) garantem a geração de um padrão de corte restrito (isto é, há limitação sobre o número máximo de itens do tipo i no padrão de corte). As restrições (12) dizem respeito à não negatividade e integralidade das variáveis.

O modelo (4)-(12) pode ser usado para gerar um padrão de corte exato ou não-exato. Para o caso exato, basta substituir o valor de (v_{ijk}) por:

$$\begin{cases} v_i, & \text{se } l_i = l_j \text{ e } w_i = w_k; \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

e para obter um padrão de corte não-exato:

$$\begin{cases} v_i, & \text{se } l_i \leq l_j \text{ e } w_i \leq w_k; \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

onde v_i é o valor do item i .

O modelo linear inteiro (4)-(12) também pode ser usado para gerar padrões de corte 2-grupos, 3i-grupos e 3t-grupos vertical. Basta variar o valor de h que controla o número de subobjetos a serem criados e incluir restrições que limitam os cortes principais (verticais ou horizontais) no objeto. Restrições que evitam a duplicação de corte devido ao efeito simetria também são incluídas no modelo. A Tabela 1 resume as modificações a serem feitas. A primeira coluna se refere ao modelo a ser criado, a segunda define o valor de h associado e a terceira coluna descreve as restrições a serem incluídas. Assim para obter, por exemplo, o modelo 3i-grupos basta alterar no modelo (4)-(12) o valor do índice para $h = 1, 2, 3$, e adicionar as restrições $0 \leq L_1 \leq \frac{L}{2}$, $L_2 \leq L - L_1 - L_2$ e $L_3 = L - L_1 - L_2$.

Alterações no Modelo 1-grupo		
Modelo	Nº Subobj	Rest Adicionadas
2-grupos	$h = 1, 2$	$0 \leq L_1 \leq \frac{L}{2}$ $L_2 = L - L_1$
3i-grupos	$h = 1, 2, 3$	$0 \leq L_1 \leq \frac{L}{2}$ $L_2 \leq L - L_1 - L_2$ $L_3 = L - L_1 - L_2$
3t-grupos	$h = 1, 2, 3$	$W_1 = W$ $0 \leq W_2 \leq \frac{W_1}{2}$ $W_3 = W_1 - W_2$ $L_2 = L - L_1$ $L_3 = L_2$

Tabela 1: Alterações do modelo 1-grupo para obtenção dos modelos 2-grupos, 3i-grupos e 3t-grupos

3 Resultados computacionais

Nesta seção são apresentados os resultados do estudo computacional realizado para analisar o desempenho dos modelos de otimização apresentados na seção 2 na geração de padrões de corte bidimensionais. O estudo foi feito em duas etapas: a primeira direcionada a comparar os modelos para resolver o problema de corte bidimensional (isto é, gerar um único padrão de corte) e a segunda para avaliar a eficiência dos modelos na solução do subpro-

blema de gerar de colunas na resolução do problema de corte de estoque bidimensional.

Os testes foram realizados em um computador ADM Athlon (2.81GHz) com 1,87 Gb de memória RAM. O *software* Xpress^{MP} [6], que inclui a linguagem de modelagem Mosel, foi utilizado sob a plataforma Windows XP, versão 2002. O *solver* utilizado, Xpress-Optimizer, resolve problemas de programação linear inteira utilizando um algoritmo *branch and cut*.

Os exemplares utilizados nos testes foram baseados nos dados gentilmente cedidos pela Fábrica V e se referem a três produtos: P1, P2 e P3. As características destes produtos (tipo de lote, tamanho do lote e espessura dos objetos) são descritas na Tabela 2. Para todas as espessuras, a dimensão do objeto considerada foi $(L, W) = (2750mm, 1830mm)$. Note que para obter todos os itens associados a um determinado produto, é necessário resolver um problema de corte de estoque para cada espessura do objeto. Por exemplo, para obter todos os itens associados à produção de um lote simples de P1 (produção de uma quantidade fixa de apenas um tipo de produto) é preciso resolver seis problemas de corte de estoque. No caso de lotes duplos (lotes derivados da junção de dois lotes simples), os itens de mesma espessura são agrupados. Assim, nas tabelas de resultados, Tabelas 3 e 4, os exemplares de lote simples foram nomeados de acordo com: Produto-Espessura. Por exemplo, o exemplar P1-25 contém os itens que devem ser obtidos do corte de objetos de 25mm para a produção de P1. Os exemplares associados aos lotes duplos são nomeados de acordo com: Produto1Produto2-Espessura. Por exemplo, o exemplar P1P2-15 contém os itens que devem ser obtidos do corte de objetos de 15mm de espessura para a produção de P1 e P2.

Produto	Tipo lote	T lote(un)	Esp do obj(mm)
P1	Simples	40	3, 9, 12, 15, 20 e 25
P2	Simples	160	3, 9, 12 e 15
P3	Simples	300	3, 12 e 15
P1_P2	Duplo	40 + 160	3, 9, 12, 15, 20 e 25
P1_P3	Duplo	40 + 300	3, 9, 12, 15, 20 e 25
P2_P3	Duplo	160 + 300	3, 9, 12 e 15

Tabela 2: Conjunto de exemplares da Fábrica V

Na Tabela 3 são exibidos resultados da solução de exemplares dos modelos n-grupos verticais para o caso exato e não-exato. Para

cada exemplar e modelo, são exibidos nas colunas 2 e 3 a área de utilização do objeto em porcentagem (**Sol(%)**) e o tempo de processamento em segundos (**Tempo(s)**) para o caso exato. Os resultados para o caso não exato são exibidos nas colunas 4 e 5. Neste teste, o valor de cada item é igual à sua respectiva área ($v_i = l_i w_i$). O tempo máximo de execução do *solver* foi limitado a 3600 segundos.

Exemplar	MODELO 1-GRUPO			
	Exato		Não Exato	
	Sol (%)	Tempo (s)	Sol (%)	Tempo (s)
P1-15(7 itens)	96,36	0,11	96,36	0,75
P1-20(9 itens)	97,96	0,16	99,04	0,28
P2-15(4 itens)	76,65	0,09	78,75	0,09
P1P2-03(10 itens)	99,67	0,25	99,72	49,97
P2P3-12(8 itens)	98,88	0,14	99,29	0,58
Exemplar	MODELO 2-GRUPOS			
	Exato		Não Exato	
	Sol (%)	Tempo (s)	Sol (%)	Tempo (s)
P1-15(7 itens)	96,74	0,44	97,11	60,11
P1-20(9 itens)	99,31	0,63	99,45	0,89
P2-15(4 itens)	91,96	0,09	94,17	0,17
P1P2-03(10 itens)	99,72	0,94	99,72	1030,73
P2P3-12(8 itens)	98,97	0,86	99,29	92,45
Exemplar	MODELO 3i-GRUPO			
	Exato		Não Exato	
	Sol (%)	Tempo (s)	Sol (%)	Tempo (s)
P1-15(7 itens)	97,85	0,53	97,85	270,27
P1-20(9 itens)	99,31	0,56	99,45	1,03
P2-15(4 itens)	91,96	0,16	94,17	0,23
P1P2-03(10 itens)	99,72	1,06	99,72	3710,44
P2P3-12(8 itens)	99,50	3,89	99,66	717,64
Exemplar	MODELO 3t-GRUPOS			
	Exato		Não Exato	
	Sol (%)	Tempo (s)	Sol (%)	Tempo (s)
P1-15(7 itens)	97,26	5,89	97,26	3707,17
P1-20(9 itens)	99,45	261,59	99,57	319,22
P2-15(4 itens)	94,17	0,20	94,17	1,70
P1P2-03(10 itens)	99,72	27,64	99,72	3697,61
P2P3-12(8 itens)	99,49	36,06	98,97	3714,08

Tabela 3: Modelos n-grupos verticais na resolução do problema de corte para o caso exato e não-exato.

De um modo geral, os modelos n-grupos verticais podem ser ordenados em ordem crescente de dificuldade de resolução dos exemplares como: 1-grupo, 2-grupos, 3i-grupos e 3t-grupos. Em relação à área de utilização do objeto, o modelo 3t-grupos obteve os melhores resultados, com taxa de utilização entre 94,17% e 99,72%. Para a maioria dos exemplares o aproveitamento do objeto foi superior a 90%, tanto para o caso exato como para o caso não-exato. O modelo 1-grupo foi o que apresentou as piores taxas de aproveitamento

do objeto, apesar de ser o mais rápido, tanto no caso exato como no não exato (no máximo 49,27s para o exemplar P1P2-03-caso exato). O tempo de resolução dos exemplares do caso não-exato para exemplares dos demais modelos foi muito superior aos do caso exato. Por esta razão, apenas o caso exato foi usado na geração de colunas para o problema de corte de estoque.

A Tabela 4 exibe os resultados obtidos para a solução do problema de corte de estoque bidimensional. Nesta tabela, para cada exemplar e cada modelo, estão registrados o número de padrões de cortes utilizados (**Pad**), o número de objetos cortados (**Obj**), o percentual de perda de matéria-prima (**Perda**), número de iterações do problema mestre (**It**) e o tempo de processamento (**Temp(s)**). Nestes testes assumimos que os itens podem ser rotacionados e limitamos o tempo de execução do *solver* em 3600 segundos para a solução do problema mestre e em 100 segundos para solução do sub-problema (gerar o padrão de corte). A perda de material associada a cada padrão de corte j foi calculado por [10]:

$$\max \left\{ 0, LW - \sum_{i=1}^m [a_{ij}(l_i + \delta)(w_i + \delta)] \right\}$$

onde, a_{ij} é o número de itens i no padrão j e δ é o desgaste provocado pela serra, nos testes $\delta = 4mm$.

O número de padrões de corte diferem em no máximo dois padrões quando comparamos os resultados associados aos quatro modelos. Em relação ao número de objetos cortados, com exceção do exemplar P1-03, o modelo 3t-grupos foi o que apresentou as melhores soluções, exibindo um menor número de objetos a serem cortados para atender a demanda. Para quatro dos exemplares exibidos na Tabela 4, o modelo 1-grupo não apresentou soluções aceitáveis pela indústria. Apesar da solução ser obtida em menor tempo computacional, a perda total associada foi superior a 6%, enquanto que a solução dos demais modelos possuem perda total inferior a 4,76% (solução do exemplar P2P3-03 do modelo 2-grupos. O número total de iterações variou entre 2 (exemplar P1P3-12 do modelo 1-grupo) e 19 (exemplar P1P2-15 do modelo 3t-grupos). Os modelos n-grupos ($n > 1$), no geral, apresentaram bons resultados. As melhores soluções do problema de corte de estoque foram obtidas com o modelo 3t-grupos

Exemplar	MODELO 1-GRUPO				
	Pad	Obj	Perda	It	Temp(s)
P1-03(8 itens)	8	139	5,80	4	2,18
P2-15(4 itens)	4	86	14,57	5	0,81
P1P2-03(10 itens)	10	277	6,58	7	6,09
P1P2-15(9 itens)	10	147	10,55	12	32,27
P1P3-12(4 itens)	4	36	2,76	2	0,38
P2P3-03(6 itens)	6	225	8,22	2	0,88
Exemplar	MODELO 2-GRUPOS				
	Pad	Obj	Perda	It	Temp(s)
P1-03(8 itens)	6	134	3,27	8	45,59
P2-15(4 itens)	4	66	3,73	11	23,13
P1P2-03(10 itens)	9	267	4,10	12	231,61
P1P2-15(9 itens)	10	127	3,68	16	1522,03
P1P3-12(4 itens)	4	35	1,27	6	19,75
P2P3-03(6 itens)	6	209	4,76	9	38,86
Exemplar	MODELO 3i-GRUPO				
	Pad	Obj	Perda	It	Temp(s)
P1-03(8 itens)	7	135	3,24	9	416,69
P2-15(4 itens)	4	65	2,99	10	318,63
P1P2-03(10 itens)	9	267	3,99	17	1600,09
P1P2-15(9 itens)	10	127	3,92	18	122,68
P1P3-12(4 itens)	4	35	0,75	7	217,88
P2P3-03(6 itens)	6	205	3,95	10	669,52
Exemplar	MODELO 3t-GRUPOS				
	Pad	Obj	Perda	It	Temp(s)
P1-03(8 itens)	8	135	4,13	7	721,67
P2-15(4 itens)	4	65	2,03	8	261,03
P1P2-03(10 itens)	10	257	2,89	12	1235,39
P1P2-15(9 itens)	10	123	2,40	19	1949,09
P1P3-12(4 itens)	4	34	0,21	9	881,50
P2P3-03(6 itens)	6	194	1,09	10	902,88

Tabela 4: Resultados do uso de Modelos n-grupos verticais usados na geração de colunas para o problema de corte de estoque

(quantidade menor de objetos e menor perda).

A desvantagem dos modelos n-grupos, $n > 1$, é o tempo de resolução dos exemplares, que em geral são altos, exigindo que o planejamento dos padrões de corte seja feito com maior antecedência. Mais detalhes sobre os métodos de solução propostos e o estudo computacional realizado podem ser encontrados em [9].

4 Considerações finais

Neste trabalho apresentamos o problema de corte de estoque no contexto do planejamento de produção da indústria de móveis. Foi observado que pequenas melhorias nos processos que envolvem o corte da matéria-prima podem resultar em ganhos substanciais, dependendo da escala de produção. A contribuição deste trabalho é na análise do comportamento computacional dos modelos de otimização lineares, propostos por Yanasse e Morabito [21], na geração de padrões de corte n-grupos para

a resolução do problema de corte de estoque bidimensional. Até onde sabemos, estes modelos só haviam sido estudados na solução do problema de corte. Os resultados dos testes indicaram que os modelos n-grupos ($n > 1$) geram soluções com índices de perda total dentro dos limites aceitáveis pela indústria (entre 0,21% e 4,76%), sendo que a menor perda foi obtida com a solução de exemplares do modelos 3t-grupos. O tempo computacional necessário para a solução de exemplares dos modelos n-grupos ($n > 1$) é superior ao tempo de solução dos exemplares do modelo 1-grupo, sugerindo que o planejamento dos padrões de corte seja feito com antecedência. É importante observar que o planejamento dos padrões de corte na fábrica estudada é feito manualmente por tentativa e erro e pode demorar dias.

Diversos procedimentos podem ser considerados para aumentar a eficiência do planejamento do corte de matéria-prima: a resolução dos modelos n-grupos ($n > 1$) pode ser melhorada com a inclusão de limites superiores e inferiores, novas estratégias de *branching* e inequações válidas no método *branch and cut*; adaptação do algoritmo proposto em [5] para a geração de padrões do tipo 3t-grupos. Para melhorar a taxa de utilização da máquina seccionadora seria interessante incluir o seqüenciamento dos padrões de corte no problema de corte de estoque [17]; e/ou incluir restrições para reduzir o número de ciclos da serra no problema de corte de estoque [16]. Outra direção de pesquisa é acoplar o problema de dimensionamento de lotes ao problema de corte de estoque para permitir uma melhor avaliação da utilização da matéria-prima [14]. Resultados preliminares podem ser encontrados em [1].

Agradecimentos: Este trabalho foi parcialmente financiado pela FAPESP e pelo CNPq.

Referências

[1] S. Araujo, S. Rangel, S. Santos, Lot sizing and cutting machine programming problem in furniture industry. Relatório Técnico DCCE/UNESP-S.J. Rio Preto. (submetido para publicação). 2008.

- [2] M. Arenales, R. Morabito, H. Yanasse, Problemas de Corte e Empacotamento. In: Simpósio Brasileiro De Pesquisa Operacional, 36., 2004, São João Del Rei. Mini curso..., São João Del Rei: SOBRAPO, p. 2690 - 2769. CD-ROM. 2004.
- [3] M. Arenales, R. Morabito, H. Yanasse, (Eds). Special issue: Cutting and Packing problems. *Pesquisa Operacional*, 19. 1999.
- [4] V. Chvátal, Linear Programming, *W. H. Freeman and Company*, New York. 1983.
- [5] Y. Cui, An exact algorithm for generating homogenous T-shape cutting patterns, *Computers and OR*, 34 (2007) 1107-1120.
- [6] Dash Optimization, *Applications of Optimization with XpressMP*, Tradução para o inglês de *Programmation Linéaire* de C. Guéret, C. Prins, M. Sevaux, Dash Optimization Ltda, 2000,
- [7] O. du Merle, D. Villeneuve, J. Desrosiers, P. Hansen, Stabilized column generation, *Discrete Mathematics*, 194 (1999) 229-237.
- [8] ESICUP - EURO Special Interest Group on Cutting and Packing, <http://paginas.fe.up.pt/esicup/> (último acesso 04/04/2007).
- [9] A.P. Faccio, Propostas de Solução do Problema de Corte de Estoque Bidimensional de uma Fábrica de Móveis de Pequeno Porte, Dissertação de Mestrado, IBILCE-Unesp, 2008.
- [10] A. Figueiredo, S. N. Rangel, O problema de corte de estoque em indústrias de móveis de pequeno e médio porte, Relatório Técnico DCCE/UNESP-S.J. Rio Preto. (submetido para publicação), (2007).
- [11] P.C. Gilmore, R.E. Gomory, A linear programming approach to the cutting-stock problem, *Operations Research*, 9 (1961) 849-859.
- [12] P.C. Gilmore, R.E. Gomory, A linear programming approach to the cutting-stock problem - Part II, *Operations Research*, 11 (1963) 863-888.

- [13] P.C. Gilmore, R.E. Gomory, Multistage cutting stock problems of two and more dimensional, *Operations Research*, 14 (1965) 1045-1074.
- [14] M.C.N. Gramani, P. M. França, The combined cutting stock and lot-sizing problem in industrial processes, *European Journal of Operational Research*, 174 (2006) 509-521.
- [15] R. Morabito, M.N. Arenales, Optimizing the cutting of stock plates in a furniture company, *International Journal of Production Research*, 38 (2000) 2725-2742.
- [16] G. P. Mosquera, Contribuições para o Problema de Corte de Estoque Bidimensional na Indústria Moveleira, Dissertação de mestrado, IBILCE-Unesp, 2007.
- [17] G.C.F. Pileggi, Abordagens para Otimização Integrada dos Problemas de Geração e Seqüenciamento de Padrões de Corte, Tese de Doutorado, ICMC-Usp, 2002.
- [18] K. Richter, Solving sequential interval cutting problems via dynamic programming, *European Journal of Operational Research*, 57 (1992) 332-338.
- [19] P.H. Vance, Branch and Price Algorithms for the One-Dimensional Cutting Stock Problem, *Computational Optimization and Applications*, 9 (1998) 211-228.
- [20] Wang, P., Waescher, G. (Eds.), Special issue on cutting and packing. *European Journal of Operational Research* 141(2).2002.
- [21] H.H. Yanasse, R. Morabito, A note models for two-group and three-group two-dimensional guillotine cutting problems, *International Journal of Production Research*, doi: 10/1080/00207540601011543 (2006).