

A Interação de um Gás Rarefeito com a Superfície em um Canal com Placas Paralelas

Rosenei F. Knackfuss, Ivanilda B. Aseka,

Depto de Matemática, CCNE, UFSM,

97105-900, Santa Maria, RS

E-mail: knackfuss@smail.ufsm.br, iaseka@smail.ufsm.br

Resumo: Neste trabalho, apresenta-se resultados numéricos para quantidades físicas de interesse (perfil de velocidade, perfil de fluxo de calor, taxa de fluxo de partículas e taxa de fluxo de calor), relativas ao movimento de um gás rarefeito através de um canal plano sujeito a um gradiente de pressão. Considera-se, aqui, o canal definido por duas placas paralelas com diferentes constituições químicas, isto é, com coeficientes de acomodação diferentes. Para solucionar este problema, denominado de Fluxo de Poiseuille, inicialmente a equação de Boltzmann é aproximada pelas equações modelo ou equações cinéticas que, neste caso, é baseada no modelo BGK. O processo de interação entre o gás e a superfície é descrito pelos modelos de Maxwell e de Cercignani-Lampis. A solução do problema é encontrada através de uma versão analítica do método de ordenadas discretas (ADO).

Introdução

O interesse por pesquisas em fenômenos que envolvem a dinâmica de gases rarefeitos tem aumentado nos últimos anos em função das várias aplicações nesta área, principalmente, no fluxo de gases em microsistemas [10]. As interações dos gases com a superfície tem função importante nestes problemas, por exemplo, a constituição química das superfícies determinam a interação gás-superfície que conduzem aos diferentes coeficientes de acomodação [8, 13]. Nos modelos matemáticos, as condições de contorno descrevem o tipo de parede através dos núcleos de espalhamento. Dentre os diferentes tipos de núcleo de espalhamento que expressam as diferentes interações entre o gás e a superfície, destaca-se o núcleo de espalha-

mento de Maxwell [20] que considera a fração $1 - \alpha$ de partículas refletidas especularmente e o restante α é refletida difusivamente e o núcleo de espalhamento de Cercignani-Lampis [9] que apresenta dois coeficientes de acomodação: o coeficiente de acomodação do momento tangencial (α_t) e o coeficiente de acomodação da energia cinética devido a componente normal da velocidade (α_n).

O núcleo de espalhamento tem sido associado na modelagem de alguns problemas que são resolvidos através de uma recente versão analítica do método de ordenadas discretas [1]. Este método está sendo usado para encontrar soluções para uma classe de problemas baseados nas equações cinéticas (modelo BGK [3], modelo S [16], modelo CLF [7, 14], modelo CES [2]) e na equação linearizada de Boltzmann [6], associados as condições de contorno de Maxwell e Cercignani-Lampis [11]. Em particular, destaca-se resultados para os fluxos de Poiseuille, Creep-Térmico e Couette, baseado no modelo BGK, no modelo S e na equação linearizada de Boltzmann [4, 12, 17], os quais têm apresentado bons resultados para diferentes problemas na dinâmica de gases rarefeitos.

Considerando-se a análise desenvolvida acima, que é baseada no uso das condições de contorno de Maxwell e de Cercignani-Lampis associadas ao método de ordenadas discretas analítico, bem como, o interesse em encontrar resultados para análise dos efeitos da superfície, que são importantes em fenômenos que envolvem a dinâmica de gases rarefeitos, desenvolve-se, neste trabalho, a solução do problema de fluxo de Poiseuille, baseado no modelo BGK e as condições de contorno de Maxwell e Cercignani-Lampis para descrever a interação gás-superfície, considerando-se su-

perfícies com diferentes constituições químicas.

Formulação Geral

A equação cinética em termos da perturbação $h(y, \mathbf{c}) = h(y, c_x, c_y, c_z)$, da função de distribuição para uma Maxwelliana local é escrita como

$$c_y \frac{\partial}{\partial y} h(y, \mathbf{c}) + \varepsilon h(y, \mathbf{c}) = \varepsilon \pi^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} \times \mathbf{F}(\mathbf{c}', \mathbf{c}) h(y, \mathbf{c}') dc'_x dc'_y dc'_z + S(\mathbf{c}), \quad (1)$$

onde o núcleo de espalhamento $\mathbf{F}(\mathbf{c}', \mathbf{c})$ é definido [17] como

$$\mathbf{F}(\mathbf{c}', \mathbf{c}) = 1 + 2(\mathbf{c}' \cdot \mathbf{c}) + (2/3)(c'^2 - 3/2) \times (c^2 - 3/2). \quad (2)$$

Aqui, considera-se o caso unidimensional para a variável adimensional y (medida em termos do livre caminho médio l), as componentes do vetor velocidade (c_x, c_y, c_z) expressas em unidades adimensionais e

$$\varepsilon = \sigma_0^2 n_0 \pi^{1/2} l, \quad (3)$$

sendo que σ_0 é o diâmetro de colisão das partículas de gás na aproximação de esferas rígidas e n_0 é a densidade de equilíbrio das partículas de gás.

Na Eq. (1), o termo de fonte $S(\mathbf{c})$ para o escoamento de um gás rarefeito devido a um gradiente de pressão, na direção x , entre duas placas paralelas separadas por uma distância $2a$ ($y = \pm a$), que caracteriza o fluxo de Poiseuille, é

$$S(\mathbf{c}) = -c_x. \quad (4)$$

Neste trabalho, investiga-se dois problemas específicos, ambos descritos pela Eq. (1) e diferenciados pelas condições de contorno. Neste sentido, adiciona-se à Eq. (1) as condições de contorno de Maxwell e de Cercignani-Lampis [6, 9] que são dadas, respectivamente, por

$$h(-a, c_x, c_y, c_z) = \alpha_1 \left[2c_z u_{w1} + \frac{T_w - T_0}{T_0} \times (c^2 - 2) \right] + (1 - \alpha_1) h(-a, c_x, -c_y, c_z) + \frac{2\alpha_1}{\pi} \times \int_{-\infty}^0 c'_x dc'_x \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} h(-a, c'_x, -c'_y, c'_z) dc'_y dc'_z, \quad (5)$$

$$h(a, c_x, -c_y, c_z) = \alpha_2 \left[2c_z u_{w2} + \frac{T_w - T_0}{T_0} \times (c^2 - 2) \right] + (1 - \alpha_2) h(a, c_x, c_y, c_z) + \frac{2\alpha_2}{\pi} \times \int_{-\infty}^0 c'_x dc'_x \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} h(a, c'_x, c'_y, c'_z) dc'_y dc'_z, \quad (6)$$

onde u_w é a velocidade da placa e T_0 é a temperatura constante de referência, e

$$h(-a, c_x, c_y, c_z) = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(-a, c'_x, -c'_y, c'_z) \times R_1(c'_x, -c'_y, c'_z : c_x, c_y, c_z) dc'_x dc'_z dc'_y, \quad (7)$$

$$h(a, c_x, -c_y, c_z) = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(a, c'_x, c'_y, c'_z) \times R_2(c'_x, c'_y, c'_z : c_x, -c_y, c_z) dc'_x dc'_z dc'_y. \quad (8)$$

Aqui, para $l = 1, 2$ que representa as paredes do canal, tem-se

$$R_l(c'_x, c'_y, c'_z : c_x, c_y, c_z) = \frac{c'_y}{\pi \alpha_{n_l} \alpha_{t_l} (2 - \alpha_{t_l})} \times T_l(c'_x : c_x) S_l(c'_y : c_y) T_l(c'_z : c_z), \quad (9)$$

$$T_l(x : y) = \exp \left[-\frac{[(1 - \alpha_{t_l})y - x]^2}{\alpha_{t_l} (2 - \alpha_{t_l})} \right] \quad (10)$$

$$S_l(x : y) = \exp \left[-\frac{[(1 - \alpha_{n_l})^{1/2} y - x]^2}{\alpha_{n_l}} \right] \times \hat{I}_0 \left[\frac{2(1 - \alpha_{n_l})^{1/2} |xy|}{\alpha_{n_l}} \right]. \quad (11)$$

Para efeitos computacionais escreve-se

$$\hat{I}_0(w) = I_0(w) e^{-w}, \quad (12)$$

onde $I_0(w)$ é a função de Bessel modificada

$$I_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{z \cos \phi} d\phi. \quad (13)$$

Com o objetivo de avaliar as quantidades físicas de interesse define-se [17] o perfil de velocidade

$$u(y) = \pi^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} h(y, c_x, c_y, c_z) c_x dc_x dc_y dc_z \quad (14)$$

e o perfil de fluxo de calor

$$q(y) = \pi^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} h(y, c_x, c_y, c_z) \times (c^2 - 5/2) c_x dc_x dc_y dc_z. \quad (15)$$

Formulação Vetorial

Tendo em vista, a definição das quantidades físicas de interesse em termos de momentos da função h , multiplica-se a Eq. (1) por

$$\phi_1(c_x, c_z) = \frac{1}{\pi} c_x e^{-(c_x^2 + c_z^2)} \quad (16)$$

e

$$\phi_2(c_x, c_z) = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} c_x (c_x^2 + c_z^2 - 2) e^{-(c_x^2 + c_z^2)}, \quad (17)$$

integra-se em relação a c_x e c_z , introduz-se a nova variável $\xi = c_y$ e encontra-se a equação na forma vetorial

$$\xi \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{H}(y, \xi) + \mathbf{H}(y, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\xi') \mathbf{H}(y, \xi') d\xi' + \mathbf{S}^*(\xi), \quad (18)$$

onde

$$\Psi(\xi') = \pi^{-1/2} e^{-\xi'^2} \mathbf{Q}, \quad (19)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\mathbf{H}(y, \xi) = \begin{bmatrix} h_1(y, \xi) \\ h_2(y, \xi) \end{bmatrix} \quad (21)$$

e

$$\mathbf{S}^*(\xi) = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

A metodologia usada na obtenção da Eq. (18) é também aplicada nas condições de contorno. Assim, para as condições de contorno de Maxwell, Eqs. (5) e (6), encontra-se a equação na forma vetorial

$$\mathbf{H}(\mp a, \pm \xi) = (1 - \alpha_l) \mathbf{H}(\mp a, \mp \xi). \quad (23)$$

Para as condições de contorno de Cercignani-Lampis, Eqs. (7) e (8), tem-se

$$\mathbf{H}(\mp a, \pm \xi) = \mathbf{A}_l \int_0^{\infty} \mathbf{H}(\mp a, \mp \xi') f_l(\xi', \xi) d\xi', \quad (24)$$

onde

$$\mathbf{A}_l = \begin{bmatrix} 1 - \alpha_{tl} & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_{tl})^3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

e

$$f_l(\xi', \xi) = \frac{2\xi'}{\alpha_{nl}} \exp\left[-\frac{[(1 - \alpha_{nl})^{1/2} \xi - \xi']^2}{\alpha_{nl}}\right] \times \hat{I}_0\left[\frac{2(1 - \alpha_{nl})^{1/2} \xi' \xi}{\alpha_{nl}}\right], \quad (26)$$

com $l = 1, 2$.

Baseado na notação vetorial, pode-se expressar as grandezas físicas, Eqs. (16) e (17), como

$$u(y) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2} [1 \quad 0] \mathbf{H}(y, \xi) d\xi \quad (27)$$

e

$$q(y) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2} [(\xi^2 - 1/2) \quad \sqrt{2}] \mathbf{H}(y, \xi) d\xi. \quad (28)$$

Além dessas grandezas físicas, avalia-se também a taxa de fluxo de partículas

$$U = \frac{1}{2a^2} \int_{-a}^a u(y) dy \quad (29)$$

e a taxa de fluxo de calor

$$Q = \frac{1}{2a^2} \int_{-a}^a q(y) dy. \quad (30)$$

Desenvolvimento da Solução

O problema definido pela Eq. (18) é não-homogêneo, então sua solução é escrita na forma

$$\mathbf{H}(y, \xi) = \mathbf{H}^h(y, \xi) + \mathbf{H}^p(y, \xi). \quad (31)$$

Segundo Cabrera e Barichello [4], encontra-se a solução particular

$$\mathbf{H}^p(y, \xi) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} y^2 - 2y\xi + 2\xi^2 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Substituindo-se a Eq. (31) nas Eqs. (18), (23) e (24), conclui-se que a solução homogênea deve satisfazer a equação

$$\xi \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{H}^h(y, \xi) + \mathbf{H}^h(y, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\xi') \mathbf{H}^h(y, \xi') d\xi', \quad (33)$$

as condições de contorno de Maxwell

$$\mathbf{H}^h(\mp a, \pm \xi) - (1 - \alpha_l) \mathbf{H}^h(\mp a, \mp \xi) = \mathbf{R}_l^*(\xi) \quad (34)$$

e as condições de contorno de Cercignani-Lampis

$$\mathbf{H}^h(\mp a, \pm \xi) - \mathbf{A}_l \int_0^{\infty} \mathbf{H}^h(\mp a, \mp \xi') f_l(\xi', \xi) d\xi' = \mathbf{R}_l(\xi), \quad (35)$$

onde $\Psi(\xi')$ é dada pela Eq. (19),

$$\mathbf{R}_l^*(\xi) = (1 - \alpha_l) \mathbf{H}^p(\mp a, \mp \xi) - \mathbf{H}^p(\mp a, \pm \xi), \quad (36)$$

e

$$\mathbf{R}_l(\xi) = \mathbf{A}_l \int_0^{\infty} \mathbf{H}^p(\mp a, \mp \xi') f_l(\xi', \xi) d\xi' - \mathbf{H}^p(\mp a, \pm \xi). \quad (37)$$

Aqui,

$$\mathbf{A}_l = \begin{bmatrix} 1 - \alpha_{t_l} & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_{t_l})^3 \end{bmatrix} \quad (38)$$

e $f_l(\xi', \xi)$ é dada pela Eq. (26).

Observa-se que l nas Eqs. (34)-(38) assume os valores 1 ou 2, que representam as paredes do canal.

Solução em Ordenadas Discretas

Para desenvolver a solução dos problemas homogêneos dado pelas Eq. (33)-(38), define-se um esquema de quadratura do tipo *half-range* com N pontos e escreve-se a versão em ordenadas discretas da Eq. (33) na forma

$$\pm \xi_i \frac{d}{dy} \mathbf{H}^h(y, \pm \xi_i) + \mathbf{H}^h(y, \pm \xi_i) = \sum_{k=1}^N \omega_k \Psi(\xi_k) [\mathbf{H}^h(y, \xi_k) + \mathbf{H}^h(y, -\xi_k)], \quad (39)$$

para $i = 1, 2, \dots, N$, onde os N pontos de quadraturas e N pesos $\{\xi_k, \omega_k\}$ são definidos no intervalo $[0, \infty)$.

Agora, procura-se soluções da Eq. (39) na forma exponencial

$$\mathbf{H}^h(y, \xi) = \Phi(\nu, \xi) e^{-y/\nu}, \quad (40)$$

que substituindo-se na Eq. (39) encontra-se

$$(\nu \mp \xi_i) \Phi(\nu, \pm \xi_i) = \nu \sum_{k=1}^N \omega_k \Psi(\xi_k) [\Phi(\nu, \xi_k) + \Phi(\nu, -\xi_k)], \quad (41)$$

onde $\Phi_+(\nu)$ e $\Phi_-(\nu)$ denotam vetores $2N \times 1$, nos quais as 2×1 componentes são, respectivamente, $\Phi(\nu, \xi_k)$ e $\Phi(\nu, -\xi_k)$. Escrevendo-se

$$\mathbf{U} = \Phi_+(\nu) + \Phi_-(\nu) \quad (42)$$

e após algumas manipulações algébricas, encontra-se um problema de autovalores que define os valores de ν e a solução para a equação homogênea dada por

$$\mathbf{H}_\pm^h(y) = A_1 \Phi^1 + B_1 \Phi_\pm^2 + \sum_{j=2}^{2N} [A_j \Phi_\pm(\nu_j) \times e^{-(a+y)/\nu_j} + B_j \Phi_\mp(\nu_j) e^{-(a-y)/\nu_j}], \quad (43)$$

onde introduz-se as soluções exatas, Φ^1 , de dimensão $2N \times 1$, definida por N (vetores) componentes da forma

$$\mathbf{F}^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

e Φ_\pm^2 , vetor com N componentes

$$\mathbf{F}_\pm^2(y) = \begin{bmatrix} y \mp \xi \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (45)$$

Neste ponto, com o intuito de estimar as quantidades físicas de interesse, levando em consideração gases rarefeitos confinados entre placas paralelas com constituições químicas diferentes, não usa-se, aqui, a condição de simetria, $\mathbf{H}(\mathbf{y}, \xi) = \mathbf{H}(-\mathbf{y}, -\xi)$, como usada em Knackfuss [12]. Este fato, é refletido, diretamente, no número de constantes arbitrárias presentes na solução do problema homogêneo. Ou seja, analiticamente, obtém-se um sistema algébrico quadrado de ordem $4N$, diferentemente, do sistema $2N \times 2N$ obtido em [12].

Para determinar as constantes arbitrárias A_j e B_j , $j = 1, \dots, 2N$, para o caso de condições de contorno de Maxwell, substitui-se a Eq. (43) na Eq. (34).

Uma vez encontrada a solução do problema homogêneo tem-se a solução geral do problema vetorial como

$$\mathbf{H}_\pm(y) = \mathbf{H}_\pm^p(y) + A_1 \Phi^1 + B_1 \Phi_\pm^2 + \sum_{j=2}^{2N} [A_j \times \Phi_\pm(\nu_j) e^{-(a+y)/\nu_j} + B_j \Phi_\mp(\nu_j) e^{-(a-y)/\nu_j}]. \quad (46)$$

Aqui, $\mathbf{H}_\pm^p(y) = \mathbf{H}^p(y, \pm \xi_k)$ denota um vetor $2N \times 1$ com N componentes 2×1 .

Quantidades Físicas

Para obter as grandezas físicas de interesse substitui-se a Eq. (46) nas Eqs. (27) - (30).

No que segue usa-se as seguintes definições

$$\mathbf{N}(\nu_j) = [\omega_1 \mathbf{\Lambda}(\xi_1) \quad \omega_2 \mathbf{\Lambda}(\xi_2) \quad \dots \quad \omega_N \mathbf{\Lambda}(\xi_N)] \times [\Phi_+(\nu_j) + \Phi_-(\nu_j)] \quad (47)$$

com componentes $N_1(\nu_j)$ e $N_2(\nu_j)$, onde

$$\mathbf{\Lambda}(\xi) = \pi^{-1/2} e^{-\xi^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \xi^2 - 1/2 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (48)$$

e as expressões

$$\begin{aligned} M(y) &= A_j e^{-(a+y)/\nu_j} \\ Q(y) &= B_j e^{-(a-y)/\nu_j} \\ O(y) &= A_j \nu_j (1 - e^{-(2a)/\nu_j}) \\ P(y) &= B_j \nu_j (1 - e^{-(2a)/\nu_j}) \end{aligned} \quad (49)$$

para escrever:

Perfil de Velocidade

$$u(y) = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2} + A_1 + B_1y + \sum_{j=2}^{2N} [M_j(y) + Q_j(y)] N_1(\nu_j); \quad (50)$$

Perfil de Fluxo de Calor

$$q(y) = \frac{1}{2} + \sum_{j=2}^{2N} [M_j(y) + Q_j(y)] N_2(\nu_j); \quad (51)$$

Taxa de fluxo de partículas

$$U = \frac{1}{2a^2} \left[a \left(\frac{a^2}{3} + 1 \right) + 2aA_1 + \sum_{j=2}^{2N} [O_j(y) + P_j(y)] N_1(\nu_j) \right]; \quad (52)$$

Taxa de Fluxo de Calor

$$Q = \frac{1}{2a^2} \left[a + \sum_{j=2}^{2N} [O_j(y) + P_j(y)] N_2(\nu_j) \right]. \quad (53)$$

Resultados Numéricos

A implementação computacional, para avaliar os resultados numéricos, foi desenvolvida através de programas em linguagem FORTRAN. Para implementar as soluções, inicialmente, define-se o esquema de quadratura associado ao método de ordenadas discretas analítico (ADO). Neste sentido, para muitos problemas na dinâmica de gases rarefeitos, a utilização do procedimento a seguir, tem se mostrado adequado [5, 11, 12]. Objetivando-se calcular integrais no intervalo $[0, \infty)$, usa-se a transformação não-linear

$$u(\xi) = e^{-\xi} \quad (54)$$

para mapear $\xi \in [0, \infty)$ sob $u \in [0, 1]$, e então usa-se o esquema de quadratura de Gauss-Legendre mapeado linearmente no intervalo $[0, 1]$.

Tendo definido o esquema de quadratura, o próximo passo é a determinação dos autovalores (constantes de separação). A seguir, encontra-se as constantes arbitrárias, resolvendo-se sistemas lineares, assim, as quantidades físicas de interesse são encontradas.

Os resultados são mostrados nos gráficos 1 a 4 para diferentes gases, obtidos com $N = 60$ pontos de quadraturas. Na equação cinética,

dada pela Eq. (1), o parâmetro de adimensionalização ε foi considerado arbitrário. No caso do modelo BGK, quando ε é avaliado em termos da viscosidade ou da condutividade térmica, o seu valor é igual a 1, isto é, $\varepsilon = \varepsilon_p = \varepsilon_t = 1$.

Na obtenção dos resultados numéricos apresentados nos gráficos que seguem, considera-se os seguintes gases: Ne (Neônio), Xe (Xenônio) e Ar (Argônio). Os valores para os coeficientes de acomodação tangencial (α_{t_1}) e coeficiente de acomodação (α_1), para a superfície 1 são formulados em termos de valores experimentais dados por Lord [13]. Para a superfície 2 os valores dos coeficientes (α_{t_2} e α_2) foram reproduzidos de Sharipov [15] que segue o trabalho experimental de Porodnov *et al.* [18].

Em relação ao coeficiente de acomodação normal, segundo nosso conhecimento, não existem resultados experimentais, assim, escolhe-se valores numéricos baseados no coeficiente de acomodação térmico dos gases listados acima. Devido a isto, usa-se os resultados experimentais apresentados no trabalho de Thomas [19].

Ne: $\alpha_{t_1} = 0,31$, $\alpha_{n_1} = 0,178$, $\alpha_{t_2} = 0,849$ e $\alpha_{n_2} = 0,082$

Xe: $\alpha_{t_1} = 0,95$, $\alpha_{n_1} = 0,77$, $\alpha_{t_2} = 1,014$ e $\alpha_{n_2} = 0,68$

Ar: $\alpha_{t_1} = 0,67$, $\alpha_{n_1} = 0,440$, $\alpha_{t_2} = 0,916$ e $\alpha_{n_2} = 0,222$

Os gráficos (Figs. 1 a 4) enfatizam que os resultados são sensíveis aos coeficientes de acomodação, principalmente ao coeficiente de acomodação tangencial. Nos gráficos, Figs. 3 e 4, nota-se a similaridade entre as curvas que representam as grandezas físicas obtidas através das soluções dos dois problemas, quando considerados $\alpha_t = \alpha$.

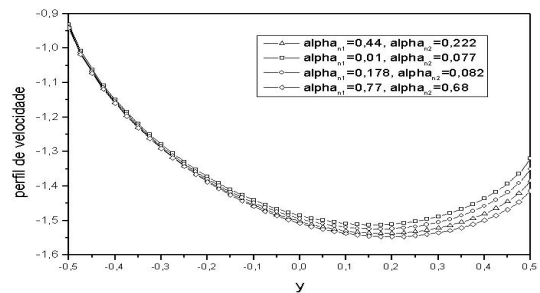


Figura 1: Fluxo de Poiseuille - Modelo BGK - Condições de Contorno de Cercignani-Lampis - Perfil de Velocidade, $2a = 1$, $\alpha_{t_1} = 0,31$ e $\alpha_{t_2} = 0,849$.

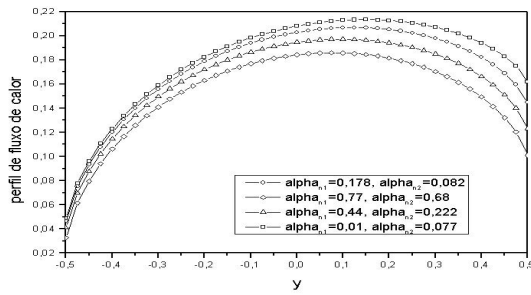


Figura 2: Fluxo de Poiseuille - Modelo BGK - Condições de Contorno de Cercignani-Lampis - Perfil de Fluxo de Calor, $2a = 1$, $\alpha_{t1} = 0,31$ e $\alpha_{t2} = 0,849$.

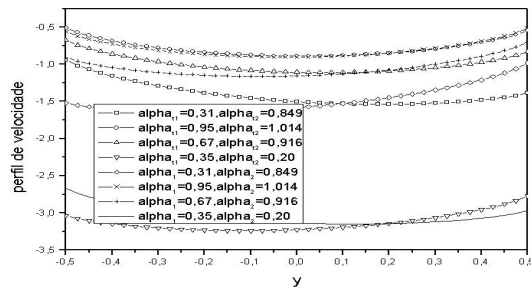


Figura 3: Fluxo de Poiseuille - Modelo BGK - Condições de Contorno Difuso Especular e Cercignani-Lampis - Perfil de Velocidade, $2a = 1$, $\alpha_{n1} = 0,178$ e $\alpha_{n2} = 0,082$.

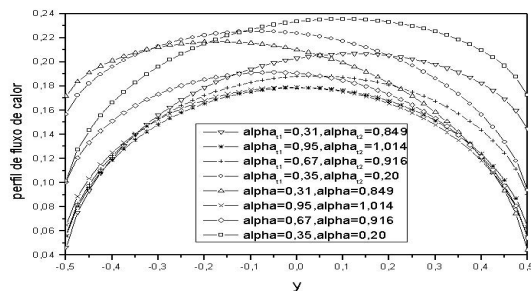


Figura 4: Fluxo de Poiseuille - Modelo BGK - Condições de Contorno Difuso Especular e Cercignani-Lampis - Perfil de Fluxo de Calor, $2a = 1$, $\alpha_{n1} = 0,178$ e $\alpha_{n2} = 0,082$.

Considerações Finais

A versão analítica do método de ordenadas discretas, baseado no esquema de quadratura do tipo *half-range*, foi usado para desenvolver a solução para o problema de fluxo de

Poiseuille na dinâmica de gases rarefeitos, com a interação gás-superfície modelada através do núcleo de Maxwell e de Cercignani-Lampis, considerando-se superfícies com composições químicas diferentes.

Os resultados baseados no modelo BGK com condições de contorno de Maxwell não apresentou uma diferença significativa quando comparados com os resultados usando as condições de contorno de Cercignani-Lampis. Nota-se, no entanto, uma dependência dos resultados no que diz respeito a variação do coeficiente de acomodação, em particular, o coeficiente de acomodação tangencial.

A condição de simetria não utilizada neste trabalho, torna flexível a análise do comportamento da dinâmica dos gases rarefeitos, no sentido de se poder variar os materiais das placas entre as quais o gás flui.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao FIPE/UFSM pelo apoio financeiro dado a este trabalho.

Referências

- [1] L. B. Barichello and C. E. Siewert, A Discrete-Ordinates Solution for a Non-Grey Model with Complete Frequency Redistribution, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 62, (1999) 665-675.
- [2] L. B. Barichello and C. E. Siewert, Some Comments on Modeling the Linearized Boltzmann Equation, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 77, (2003) 43-59.
- [3] P. L. Bhatnagar and E. P. Gross and M. Krook, A Model for Collision Processes in Gas. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems, *Physics Review*, 94, (1954) 511-525.
- [4] L. C. Cabrera and L. B. Barichello, Unified Solution to Some Classical Problems in Rarefied Gas Dynamics Based on the One-Dimensional Linearized S-model Equations, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 57, (2006) 285-312.

- [5] M. Camargo and L. B. Barichello, Unified Solution for Variable Collision Frequency Models, *Transport Theory and Statistical Physics*, 33, (2004) 227-260.
- [6] C. Cercignani, "The Boltzmann Equation and its Applications", Springer-Verlag, New York, 1988.
- [7] C. Cercignani, The Method of Elementary Solutions for Kinetic Models with Velocity-Dependent Collision Frequency, *Annals of Physics*, 40, (1966) 469-481.
- [8] C. Cercignani, "Rarefied Gas Dynamics From Basic Concepts to Actual Calculations", Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [9] C. Cercignani and M. Lampis, Kinetic Models for Gas-Surface Interaction, *Transport Theory and Statistical Physics*, 1, (1971) 101-114.
- [10] M. Gad-El-Hak, "The MEMS Handbook", CRC Press, Boca Raton, 2001.
- [11] R. F. Knackfuss and L. B. Barichello, On the Temperature-Jump Problem in Rarefied Gas Dynamics: The Effect of the Cercignani-Lampis Boundary Condition, *SIAM - Journal on Applied Mathematics*, 66, (2006), 2149-2186.
- [12] R. F. Knackfuss and L. B. Barichello, Surface Effects in Rarefied Gas Dynamics: an Analysis Based on the Cercignani-Lampis Boundary Condition, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 25, (2006) 113-129.
- [13] R. G. Lord, Tangential Momentum Accommodation Coefficients of Rare Gases on Polycrystalline Metal Surfaces, *Program Astronautics and Aeronautics*, Part I, J. L. Potter, ed., AIAA, New York, 51, (1977) 531-538.
- [14] S. K. Loyalka and J. H. Ferziger, Model Dependence of Slip Coefficient, *Physics of Fluids*, 11, (1967) 1833-1839.
- [15] F. Sharipov, Data on the Velocity Slip and Temperature Jump Coefficients, "in Proceeding of the 5th Annual International Conference on Thermal and Mechanical Simulation Experiments in Micro-Electronics and Micro-Systems", pp. 243-249, Brussels, Belgium, 2004.
- [16] E. M. Shakov, Generalization of the Krook kinetic relaxation Equation, *Fluid Dynamics*, 3, (1968) 142-145.
- [17] C. E. Siewert, Generalized Boundary Conditions for the S-Model Kinetic Equations Basic to Flow in a Plane Channel, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 72, (2001) 75-88.
- [18] B. T. Porodnov, P. E. Suetin, S. F. Borisov and V. D. Akinshin, Experimental Investigation of Rarefied Gas Flow in Different Channels, *Journal of Fluid Mechanics*, 64, (1974) 417-437.
- [19] L. B. Thomas, A collection of Some Controlled Surface Thermal Accommodation Coefficient Measurements, *Rarefied Gas Dynamics*, C. L. Brundin, ed., Academic Press, New York, (1967) 155-162.
- [20] M.M.R. Williams, A Review of the Rarefied Gas Dynamics Theory Associated with Some Classical Problems in Flow and Heat Transfer, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 52, (2001) 500-516.