Sobre os métodos BDF

Messias Meneguette, **Vanessa Avansini Botta**,
Depto de Matemática, Estatística e Computação, FCT, UNESP,
19060-900, Presidente Prudente, SP
E-mail: messias@fct.unesp.br, botta@fct.unesp.br

RESUMO

A teoria das equações diferenciais tem sido muito utilizada nas últimas décadas, pois é uma área rica em aplicações não somente na Matemática mas também em outras ciências, como na Física e na Engenharia, por exemplo. Neste trabalho, damos um enfoque principal aos métodos BDF (Backward Differentiation Formulae), que compõem, para $L = 1$, uma subclasse especial dos métodos (K, L) de Brown, representados por

$$\sum_{i=0}^{K} \alpha_i y_{n+i} = \sum_{j=1}^{L} \beta_j h^j f_{n+K}^{(j-1)},$$

onde as constantes α_i e β_j são escolhidas de modo a maximizar a precisão do método, h é o tamanho do passo, K é a quantidade de passos e L está relacionado à ordem da derivada. Mais detalhes a respeito dos métodos (K, L) de Brown encontram-se em [4].

Devido à importância dos métodos BDF, apresentamos, neste trabalho, algumas de suas propriedades, através da teoria das order stars, enfatizando os resultados relacionados à ordem e estabilidade dos BDF.

O conceito de order stars foi introduzido por [5]. A idéia principal é explorar diferentes características de algoritmos numéricos como propriedades de funções analíticas em várias regiões do plano complexo, ou seja, descrever ordem, estabilidade e suas relações como características de funções complexas.

Conforme [2], a função geradora das order stars para os métodos BDF é dada por

$$S(z) = \frac{\sigma(e^z)}{\rho(e^z)} - \frac{1}{z}, \; z \in \mathbb{C},$$

onde $\rho(z) = \sum_{j=0}^{K} \alpha_j z^j$ e $\sigma(z) = \beta_1 z^K$.

A função $S(z)$ define uma partição no plano complexo através dos conjuntos

$$\begin{aligned} A_+ &= \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(S(z)) > 0\} \\ A_- &= \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(S(z)) < 0\} \\ A_0 &= \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(S(z)) = 0\} \end{aligned}$$

sendo A_+ e A_- chamados de order star e order star dual, respectivamente.

Um estudo mais detalhado sobre as order stars para os métodos BDF pode ser encontrado em [1].

Através das order stars, podemos mostrar a validade de algumas propriedades dos métodos BDF como, por exemplo, que são convergentes para $K \leq 6$ e que os zeros dos polinômios característicos associados aos BDF são distintos.

Referências

[1] V. A. Botta,“Zeros de polinômios característicos e estabilidade de métodos numéricos”, Tese de Doutorado, ICMC - USP, São Carlos, 2008.

[2] A. Iserles and S. P. Norsett, A proof of the first Dahlquist barrier by order stars, *BIT* **24** (1984), 529-537.

[3] A. Iserles and S. P. Norsett,“Order Stars”, Chapman and Hall, London, 1991.

[4] M. Meneguette Jr., “Multistep multiderivative methods and related topics”, Tese de Doutorado, Oxford, 1987.

[5] G. Wanner, E. Hairer and S. P. Norsett, Order stars and stability theorems, *BIT* **18** (1978), 475-489.