

Simulação de ondas de combustão gás-sólido em meios porosos

Grigori Chapiro, Gustavo Hime, Dan Marchesin,

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA)

22460-320, Rio de Janeiro, RJ

E-mail: grigori@fluidimpa.br, hime@fluidimpa.br, marchesin@fluidimpa.br.

Resumo: *Combustão in-situ é uma técnica aplicável à exploração de reservatórios de óleos pesados. Ar é injetado no reservatório, causando combustão dos componentes pesados e imóveis do óleo, o que acarreta o seu aquecimento e transporte de energia térmica, levando à diminuição da viscosidade do óleo, que tem grande impacto na recuperação.*

Num modelo unidimensional, o combustível sólido encontra-se distribuído uniformemente num cilindro de rocha porosa, inicialmente completado com gás inerte e submetido à injeção de ar a uma taxa constante por um de seus extremos.

O oxigênio injetado e o combustível sólido reagem, produzindo calor. Desprezamos a compressibilidade do ar e consideramos o cilindro termicamente isolado nas direções ortogonais ao escoamento. A taxa de combustão é dada pela lei de Arrhenius. O comportamento da frente de combustão é governado por um sistema de equações diferenciais parciais que descrevem os balanços para entalpia, fração de oxigênio e a massa de combustível. Em um trabalho anterior, apresentamos resultados teóricos da análise deste modelo. Neste trabalho, encontramos e analisamos a solução numérica deste sistema pelo método de diferenças finitas, e a comparamos com resultados anteriores.

1 Introdução

Embora a técnica de combustão in-situ seja considerada de grande potencial para a recuperação e produção de óleos pesados ([13], veja também [12]), ela ainda não é largamente utilizada. Isso se deve (i) à abundância, até um passado recente, de reservas de óleos leves, recursos de maior valor econômico e de exploração mais barata, e (ii) ao sucesso operacional de

métodos de injeção de vapor em grandes reservatórios de óleos pesados. Entretanto, a maior parte da produção do Brasil é marítima, e a injeção de vapor no fundo do mar é difícil do ponto de vista prático. Portanto, é importante o emprego de técnica alternativa à injeção de vapor como a abordagem de combustão in-situ.

Outro fator do não emprego da combustão in-situ em grande escala é a sua maior dificuldade operacional, mais precisamente a sensibilidade da frente de combustão às variações nas condições do reservatório. Sendo o controle do processo muito limitado por questões intrínsecas à técnica e ao problema, é necessário construir abordagens para estudá-lo em detalhes. Como, em geral, a frente de combustão é modelada por uma onda viajante, este trabalho descreve alguns métodos analíticos e numéricos desenvolvidos para o cálculo dessas ondas.

Estudamos os modelos mais simples para combustão sólida, nos quais a combustão é total: ela ocorre no contato entre oxigênio e combustível, não se iniciando enquanto não houver oxigênio disponível, e não se extinguindo até que todo o combustível seja consumido.

Embora haja um grande número de estudos sobre a estrutura de uma onda de combustão [1, 2, 3, 5, 6, 11], nenhum de que tenhamos conhecimento investiga outras ondas que ocorrem na frente de combustão, nem interação entre elas. Em [14] foi mostrado que esta interação afeta a onda de combustão, motivando uma análise matemática mais detalhada. Neste trabalho, fazemos a análise numérica do fenômeno e comparamos os resultados com aqueles obtidos previamente por métodos analíticos e semi-analíticos, veja [7, 8, 9].

Utilizamos um simulador unidimensional que computa as soluções de alguns modelos simplificados obtidos a partir dos modelos de combustão encontrados na literatura [1, 14, 9]. As

soluções numéricas obtidas foram validadas pelas soluções analíticas obtíveis.

Analizamos o cenário em que os processos envolvendo o craqueamento da fase oleosa e a deposição de combustível sólido já ocorreram, e idealizamos uma distribuição espacial uniforme de combustível sólido. Este modelo corresponde ao último estágio do processo de combustão tal como é implementado em alguns softwares comerciais.

2 Combustão simplificada

O modelo mais simples para combustão sólida supõe que não ocorre deficiência no suprimento de oxigênio. Alguma análise matemática para modelo semelhante encontra-se em [4] e [15]. O modelo possui apenas duas variáveis dependentes: a temperatura adimensional T , normalizada de tal forma que $T = 0$ corresponde a 0 K e $T = 1$ é a temperatura após combustão, e a densidade adimensional de combustível η com $\eta = 0$ e $\eta = 1$ significando ausência e a concentração inicial de combustível respectivamente. A temperatura é governada pela Equação do Calor com um termo de fonte para a geração de calor, que por sua vez corresponde à taxa de consumo de combustível:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q\Phi, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\Phi, \quad (2)$$

onde q é a taxa de geração de calor pela reação. Em (1), desprezamos a advecção de calor pelo gás. A Lei de Arrhenius diz que a taxa de combustão depende exponencialmente da temperatura:

$$\Phi = \eta e^{-\gamma/T}, \quad (3)$$

onde γ é a energia de ativação da reação. Para as nossas simulações consideramos $\gamma = 2$. As condições de fronteira para o problema de Riemann são: à esquerda uma temperatura de combustão normalizada e todo o combustível consumido (T^b e η^b) e à direita o reservatório frio e com concentração inicial de combustível (T^u e η^u):

$$T^b = 1, \quad \eta^b = 0, \quad T^u = 0, \quad \eta^u = 1. \quad (4)$$

Note que para as condições de fronteira não há reação ($\Phi = 0$).

A grande deficiência deste modelo é que ele supõe que o reservatório está inicialmente a uma temperatura 0 K , o que não é fisicamente plausível.

2.1 Ondas de transporte

Os termos de fonte contendo o fator Φ , que aparecem nos lados direitos do sistema (1)-(2), representam a taxa de reação que ocorre durante a combustão. Na ausência de combustão, estes termos se anulam. Em particular, $\Phi \equiv 0$ para $T \equiv 0$ ou $\eta \equiv 0$ (ver Eq. (3)).

Para estudar as ondas que não são de combustão no sistema (1)-(2), procuramos por soluções que satisfazem $T = 0$ ou $\eta = 0$. Como estamos interessados em velocidades características destas ondas os termos de difusão podem ser omitidos, isso equivale a estudar o problema para escalas grandes (ou descartar a segunda derivada). Assim o sistema torna-se linear, com todas as ondas descritas pelos autovalores e autovetores correspondentes:

$$\begin{aligned} \lambda_T &= 1, & (1, 0)^T, \\ \lambda_\eta &= 0, & (0, 1)^T. \end{aligned} \quad (5)$$

Vemos que o problema de Riemann possui duas ondas de contato. A primeira é a onda “imóvel” de combustível, correspondente à velocidade característica $\lambda_\eta = 0$, e a segunda é a onda térmica com velocidade $\lambda_T = 1$.

2.2 Onda viajante

Suponhamos que o sistema (1)-(2) possui uma solução em forma de onda que se translada com velocidade V para a direita. Reparametrizando o sistema (1)-(2) para coordenadas móveis $(x, t) \rightarrow (\xi = x - Vt, t)$ e supondo que T, η não dependem de t , obtemos:

$$\begin{aligned} -V d_\xi T &= d_{\xi\xi} T + q\Phi, \\ -V d_\xi \eta &= -\Phi. \end{aligned} \quad (6)$$

Substituindo (6b) em (6a), integrando (6a) em ξ e usando as condições de fronteira (4) obtemos um sistema de duas equações diferenciais cuja solução é a onda viajante (onda de combustão) do sistema (1)-(2):

$$\begin{aligned} d_\xi T &= V(1 - T - q\eta), \\ d_\xi \eta &= \frac{1}{V}\Phi. \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 Solução aproximada

Nesta subseção usamos a técnica de perturbação singular para obter a aproximação de ordem zero da solução do sistema (7), que denotamos por $(T_0(\eta_0), \eta_0)$, onde $\eta_0 = \eta_0(\xi)$. Como foi mostrado em [9], esta aproximação é:

$$\begin{aligned} V(1 - T_0 - q\eta_0) &= 0, \\ d_\xi \eta_0 &= \frac{1}{V} \Phi(T_0, \eta_0), \end{aligned} \quad (8)$$

e sua solução implícita é:

$$\begin{aligned} T_0(\xi) &= 1 - q\eta_0(\xi), \\ \frac{\xi}{V} &= \int_{\tilde{\eta}}^{\eta_0} \exp\left(\frac{\gamma}{1-\eta}\right) \frac{d\eta}{\eta}, \end{aligned} \quad (9)$$

onde $\eta(0) = \tilde{\eta} = 0.5$. Esta solução pode ser vista na Figura 1.

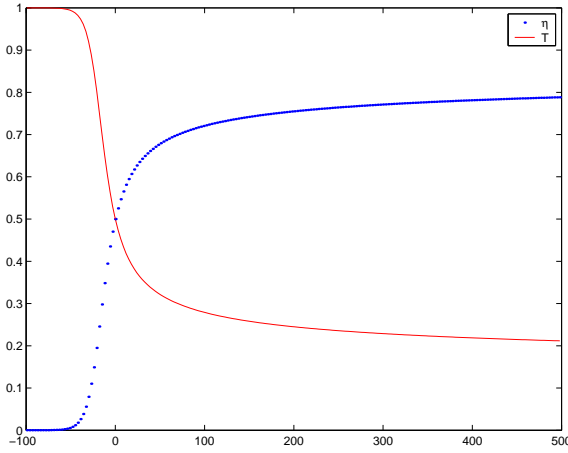


Figura 1: Aproximação de ordem zero da solução mostrando a onda de combustão com o combustível (linha pontilhada) e temperatura (sólida) versus variável espacial x .

3 Combustão menos simplificada

O modelo apresentado na seção anterior é extremamente simplificado: o primeiro passo em direção a um modelo realista é levar em conta a disponibilidade finita de oxigênio. O acréscimo de uma variável Y representando a fração de oxigênio no volume gasoso, normalizada pela fração de oxigênio no gás injetado, permite estudarmos situações em que a combustão se extingue por falta de comburente.

Dada a densidade de combustível sólido ρ_f , definimos o combustível consumido $\eta(x, t) =$

$\rho_f(x, t)/\rho_f^0$, sendo ρ_f^0 a concentração inicial do combustível. Assim, $\eta = 1$ e $\eta = 0$ correspondem à concentração inicial e à ausência de combustível respectivamente. As variáveis dependentes são a temperatura $T(x, t)$, reescalada de tal maneira que $T = 1$ corresponde à temperatura do reservatório, a concentração de oxigênio na fase gasosa $Y(x, t)$, e o combustível consumido $\eta(x, t)$. A velocidade de Darcy v é o fluxo volumétrico do gás pela unidade de área na seção transversal (neste modelo considerada constante). Assim, o modelo formado pelas equações adimensionais de balanço de energia, fração de oxigênio e de combustível respectivamente é:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + a \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q\Phi, \quad (10)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + v \frac{\partial Y}{\partial x} = -\mu\Phi, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\Phi, \quad (12)$$

onde o termo $a\partial T/\partial x$ representa o transporte do calor pelo gás com velocidade a (e é pequeno), q é a taxa de geração de calor pela reação e μ é a taxa de consumo de oxigênio pela reação. A taxa de combustão é descrita por uma combinação da lei das massas com a lei de Arrhenius, um pouco mais elaborada que (3):

$$\Phi = KY\eta e^{-\gamma/T}, \quad (13)$$

onde K é a constante pre-exponencial e γ é a energia de ativação da reação. As condições de fronteira para o problema de Riemann são, à esquerda:

$$T^b, \quad Y^b = 1, \quad \eta^b = 0; \quad (14)$$

e à direita:

$$T^u = 1, \quad Y^u = 0, \quad \eta^u = 1. \quad (15)$$

Este modelo também pode ser obtido a partir de modelos mais realistas como em [14, 9]: basta considerar o número de Lewis alto, i.e. $1/L_e \approx 0$, e supor que ρ é constante em lugar de usar a Lei dos Gases Ideais. Desta última hipótese segue que a velocidade do gás v também é constante.

3.1 As ondas de transporte e seqüências de ondas

Analogamente à Seção 2.1, queremos obter a seqüência de ondas sem combustão para o sis-

tema (10)-(12). Para isso notamos que os termos representando as trocas de massa se anulam para $Y \equiv 0$ ou $\eta \equiv 0$ (ver Eq. (13)). Procuramos por soluções lisas que satisfazem $Y \equiv 0$ ou $\eta \equiv 0$ obtendo os valores das velocidades características (ou autovalores) destas ondas e seus autovetores correspondentes:

$$\begin{aligned} \lambda^T &= 1, & (1, 0, 0)^T, \\ \lambda^Y &= v, & (0, 1, 0)^T, \\ \lambda^\eta &= 0, & (0, 0, 1)^T. \end{aligned} \quad (16)$$

Todas as velocidades características são constantes ao longo das curvas integrais definidas pelos correspondentes campos de vetores característicos, i.e., todas elas estão associadas às descontinuidades ou ondas de contato e satisfazem às relações de Rankine-Hugoniot para (10)-(12).

Podemos agora descrever a seqüência de ondas na solução de Riemann com as condições (14) e (15) da frente de combustão: no caso em que $a \ll v$, compatível com os estudos dos modelos mais avançados em [14], a onda térmica precede a onda de combustão ($\lambda^T < V$). Com isso não há mudança de temperatura ao longo da onda de combustão, o que significa que $T^b > T^u$. Por causa das desigualdades $\lambda^\eta < \lambda^T < \lambda^Y$, a seqüência de ondas na solução do problema de Riemann é dada por (i) a descontinuidade de contato imóvel de combustível correspondente à velocidade característica λ^η , (ii) a onda térmica com velocidade λ^T ao longo da qual varia somente T , (iii) a frente de combustão com velocidade V e (iv) a onda de composição de gás com velocidade λ^Y , ao longo da qual varia somente Y e que efetivamente não existe dado que o oxigênio é completamente consumido pela hipótese da condição de fronteira ser (15). Denotamos esta seqüência de ondas por:

$$U^i \xrightarrow{\lambda^\eta} U^1 \xrightarrow{\lambda^T} U^b \xrightarrow{V} U^u. \quad (17)$$

O estado $U^i = (T^i, 1, \eta^i)$ representa a condição de injeção, seguido pelo estado $U^1 = (T^1, 1, 1)$ que representa o reservatório após a injeção; os estados $U^b = (T^b, 1, 0)$ e $U^u = (T^u, 0, 1)$ são os estados queimado e não queimado respectivamente, cercado a onda de combustão, veja Fig. 2.

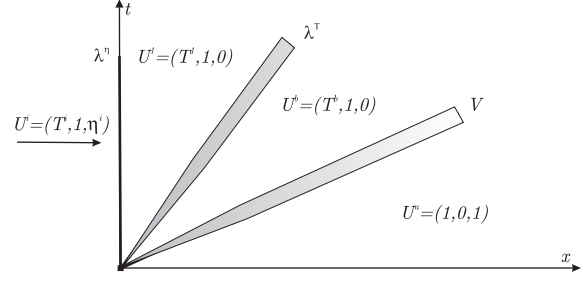


Figura 2: Regiões separadas pelas ondas imóvel, térmica e de combustão da solução de Riemann. Valores de T , Y e η em cada região.

3.2 Soluções analíticas

Reescrevendo (10)-(12) nas coordenadas $(x, t) \rightarrow (\xi = x - Vt, t)$ e supondo que T , Y e η não dependem de t , o sistema (10)-(12) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} -V d_\xi T + a d_\xi T &= d_\xi T + q\Phi, \\ -V d_\xi Y + v d_\xi Y &= -\mu\Phi, \\ -V d_\xi \eta &= -\Phi. \end{aligned} \quad (18)$$

Substituindo (18c) em (18a) e (18b) e integrando em ξ obtém-se:

$$d_\xi T + VT - aT + qV\eta + K_1 = 0, \quad (19)$$

$$-VY + vY + \mu V\eta + K_2 = 0, \quad (20)$$

$$d_\xi \eta = \frac{1}{V}\Phi. \quad (21)$$

Substituindo a condição de fronteira (14) em (19)-(20) obtemos:

$$\begin{aligned} (V - a)T^b + K_1 &= 0, \\ (v - V) + K_2 &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Usando a condição à direita (15) em (19)-(20) obtemos $(V - a)T^u + qV + K_1 = 0$ e $\mu V + K_2 = 0$. Usando estas equações em (22) obtemos os parâmetros, em função de T^b :

$$\begin{aligned} K_1 &= (a - V)T^b, & K_2 &= V - v, \\ V &= \frac{v}{1 + \mu}, & T^b &= T^u + \frac{qv}{v - a(1 + \mu)}, \end{aligned} \quad (23)$$

onde as últimas duas equações correspondem às relações de Rankine-Hugoniot. Substituindo (23) em (19)-(21), obtemos um sistema de duas equações diferenciais e uma algébrica que descreve a solução em forma de onda viajante:

$$\begin{cases} d_\xi T = (a - V)(T - T^b) - qV\eta, \\ d_\xi \eta = \frac{1}{V}\Phi, \\ Y = 1 - \eta. \end{cases} \quad (24)$$

A Figura 3 mostra a aproximação de ordem zero para a onda viajante que é solução do sistema em (T, η) , obtida pelo método de perturbação singular, [7, 9].

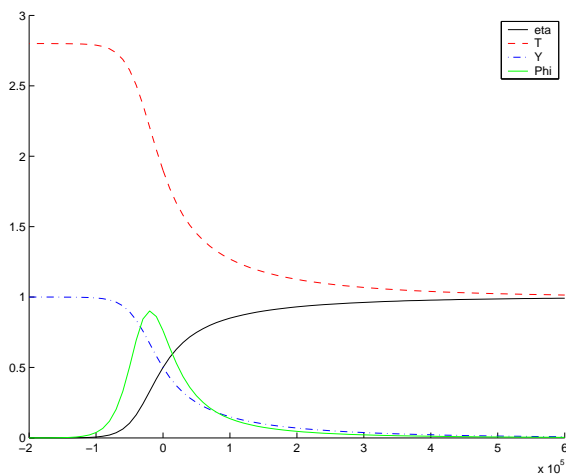


Figura 3: Aproximação de ordem zero da solução mostrando a onda de combustão. Temperatura (linha tracejada), oxigênio (ponto traço), combustível (sólida) e a taxa de combustão (pontilhada) contra x .

Com isso provamos o seguinte teorema, que define fórmulas para os estados e velocidades para todas as ondas na solução de Riemann.

Teorema: *Dadas as condições de injeção $U^i = (T^i, 1, 0)$, com $T^i > 0$ com a temperatura do reservatório T^u . Supondo que na seqüência de ondas da solução do problema de Riemann (10)-(12) com condições de fronteira à esquerda e à direita satisfazendo (14)-(15) e com $T^b > T^u$, exista uma onda de combustão que se desloca na direção do escoamento, então todos os estados constantes e as velocidades de todas as ondas da seqüência (17) são unicamente determinados. Veja Fig. 2.*

Observação: *Como as ondas de combustão e térmica são muito lentas, elas levam muito tempo para se separar, enquanto a onda de composição de gás (extremamente rápida) separa-se imediatamente. Isto explicaria porque este fenômeno não foi detectado em experiências de laboratório, onde é mais fácil observar efeitos transientes do que assintóticos.*

4 Modelagem Numérica

Os modelos para o processo de combustão são governados por sistemas de equações diferenciais parciais não-lineares cuja discretização e solução iterativa leva a sistemas de equações com uma estrutura particular em blocos. A solução eficiente deste tipo de sistema foi estudada em [10]. Em linhas gerais, nosso simulador usa uma discretização com precisão de segunda ordem no tempo e no espaço (esquema de Crank-Nicolson) para resolver a equação geral de convecção-difusão-reação num domínio unidimensional. Este é um problema fortemente não-linear que abordamos pelo método clássico de Newton.

O estudo realizado em [10] visou a implementação eficiente do método de Newton em ambientes paralelos de computação. Em nossas simulações utilizamos oito nós e obtivemos ganhos de desempenho até o fator de cinco em reduções no tempo de simulação comparado à mesma simulação realizada em série. A escalabilidade do programa permite a agregação de novas máquinas ao ambiente paralelo já disponível.

4.1 Método numérico

Aplicamos o esquema Crank-Nicolson clássico de diferenças finitas para a simulação do sistema (10)-(12). Este sistema pode ser escrito de forma geral como:

$$\frac{\partial h(u)}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(g(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + q(u). \quad (25)$$

A discretização usando Crank-Nicolson resulta em:

$$\begin{aligned} & \frac{h_i^{n+1}}{k} + \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_{i-1}^{n+1}}{4h} - \frac{1}{4h^2} \left((g_{i+1}^{n+1} + g_i^{n+1})u_{i+1}^{n+1} \right. \\ & \left. - (g_{i+1}^{n+1} - 2g_i^{n+1} + g_{i-1}^{n+1})u_i^{n+1} - \right. \\ & \left. (g_i^{n+1} + g_{i-1}^{n+1})u_{i-1}^{n+1} \right) - \frac{q_i^{n+1}}{2} \\ & = \frac{h_i^n}{k} - \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{4h} + \frac{1}{4h^2} \left((g_{i+1}^n + g_i^n)u_{i+1}^n - \right. \\ & \left. (g_{i+1}^n - 2g_i^n + g_{i-1}^n)u_i^n - (g_i^n + g_{i-1}^n)u_{i-1}^n \right) + \frac{q_i^n}{2} \end{aligned} \quad (26)$$

Voltando ao sistema (10)-(12) identificamos

$$u = \begin{bmatrix} T \\ Y \\ \eta \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} T \\ Y \\ \eta \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} a \\ v \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q \\ -\mu \\ -1 \end{bmatrix} \Phi.$$

Para esta simulação foram utilizados os seguintes valores de parâmetros: $a = 0.2$, $q = 0.9$, $v = 1.2$, $K = 10^{-4}$, $\mu = 2.0$ e $\gamma = 4.0$, o intervalo estudado foi $[0, 10^6]$ com a malha de 10^3 pontos, o que significa que $h = 1000$. A implementação é adaptativa no tempo, ou seja, o valor de k varia a cada passo dependendo da convergência do método de Newton.

A Figura 4 mostra o perfil inicial da simulação numérica, e a Figura 5 mostra um instante $t = 2 \cdot 10^7$ no qual a frente de combustão já avançou em quase todo o cilindro de rocha porosa, da esquerda para a direita. Relembremos que o combustível (η , linha sólida) está normalizado como fração de massa inicial, por isso no tempo inicial $\eta = 1$. Um escalamento volumétrico é aplicado à fração de oxigênio presente (Y , linha ponto-traço). A temperatura (T , linha tracejada) é alta na condição de contorno à esquerda, ou seja, a temperatura do reservatório na vizinhança do extremo onde é feita a injeção é mais alta que a do sistema rocha-combustível, que é a temperatura inicial e de referência. Isto promove a ignição. As temperaturas são normalizadas pela temperatura inicial do reservatório, ou seja, o valor inicial de T é 1 em todo o domínio, excetuando-se a parte afetada pela injeção.

A frente de combustão é a região próxima de $x = 8.5 \times 10^6$ na Figura 5, onde as três variáveis de estado mudam subitamente. Na região ainda por ser atingida, o combustível está em sua disponibilidade máxima ($\eta = 1$), não há oxigênio ($Y = 0$) e a temperatura é a temperatura inicial do sistema ($T = 1$). Ao longo do curto intervalo correspondente à frente em si, a temperatura cresce até $T \approx 3$, e as frações de combustível e oxigênio trocam de valor, ou seja, $\eta = 0$ e $Y = 1$ após a combustão: a combustão é total. Há um intervalo à esquerda da frente, até $x \approx 5 \cdot 10^6$, no qual a temperatura mantém-se constante no valor máximo, seguido de uma oscilação e de uma onda de declínio térmico de velocidade λ^T (17) que avança a

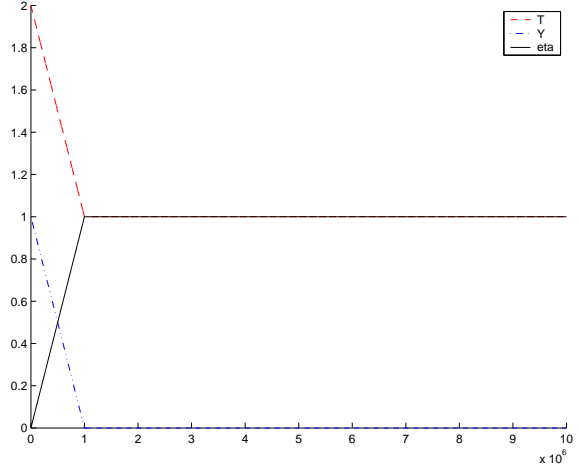


Figura 4: Os dados iniciais da simulação numérica do sistema (10)-(12) contra x .

uma velocidade menor que a frente de combustão. Ela corresponde ao transporte de calor no sistema rocha-oxigênio injetado, cuja temperatura $T = 2$ é inferior à da frente de combustão $T \approx 3$. O valor de referência para a temperatura, neste experimento, é 273 Kelvin (ou 0 Celsius), de forma que as temperaturas de ignição e da frente de combustão são, respectivamente, 546 Kelvin (273 Celsius) e 719 Kelvin (546 Celsius), valores fisicamente realistas.

Nas Figuras 6(a) e 6(b) podemos comparar os dados mostrados nas Figuras 3 e 5 na mesma escala.

5 Conclusões

Neste trabalho apresentamos dois modelos para combustão in-situ em meios porosos, discutindo suas limitações. Para o segundo modelo foi feita a simulação numérica, que apresentou o comportamento quantitativo previsto na teoria. Assim validamos os métodos semi-analíticos baseados em método de perturbação singular, ilustrado na Figura 5.

Como descrito na Seção 4, a simulação usa uma discretização com precisão de segunda ordem no tempo e no espaço para as equações diferenciais, e uma malha adequada para capturar mesmo as mudanças mais abruptas ao longo do perfil. Esperamos usar esta implementação para a simulação de modelos mais realistas de combustão gás-sólido.

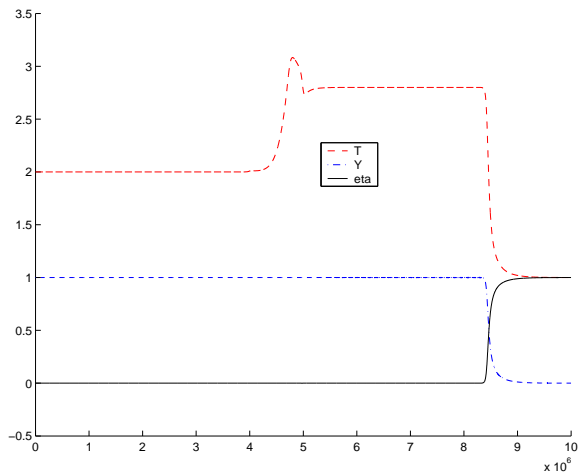


Figura 5: A onda de combustão estabilizada na simulação numérica do sistema (10)-(12). Temperatura (linha tracejada), oxigênio (ponto-traço), combustível (sólida) contra x .

Referências

- [1] Akkutlu, I. Y., Yortsos, Y.C., The Dynamics of In-situ Combustion Fronts in Porous Media, *J. of Comb. and Flame*, 134, 229-247, 2003.
- [2] Aldushin, A. P., Rumanov, I. E, Matkowsky, B. J., Maximal Energy Accumulation in a Superadiabatic Filtration Combustion Wave, *J. of Comb. and Flame*, 118, 76-90, 1999.
- [3] Baily, H. R., Larkin, B. K., Conduction-convection in Underground Combustion, *Petroleum Trans. AIME*, 217, 321-331, 1960.
- [4] Balasuriya, S., Gottwald, G. A., Hornbrook, J., Lafortune, S. High Lewis Number Combustion Wavefronts: a perturbative melnikov analysis, *SIAM J. on Applied Math.*, 67(2), 464-486, 2007.
- [5] Benham, A. L., Poettmann, F. H., The Thermal Recovery Process – An Analysis of Laboratory Combustion Data, *Petroleum Trans. AIME* 213: 406-408, 1958.
- [6] Bousaid, I. S., Ramey, Jr., H. J., Oxidation of Crude Oil in Porous Media, *Soc. Pet. Eng. J.*, 8, 2:137-148, 1968.

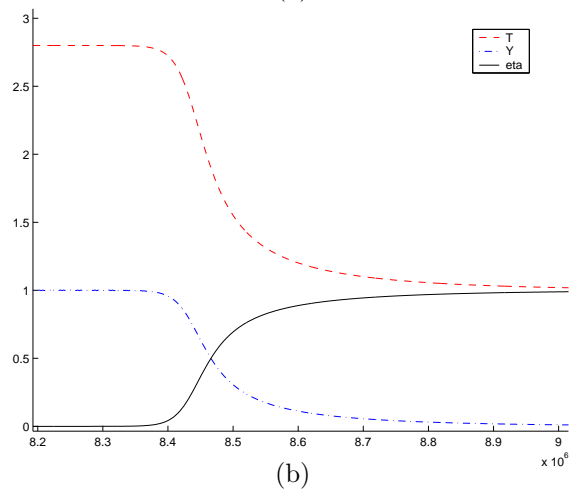
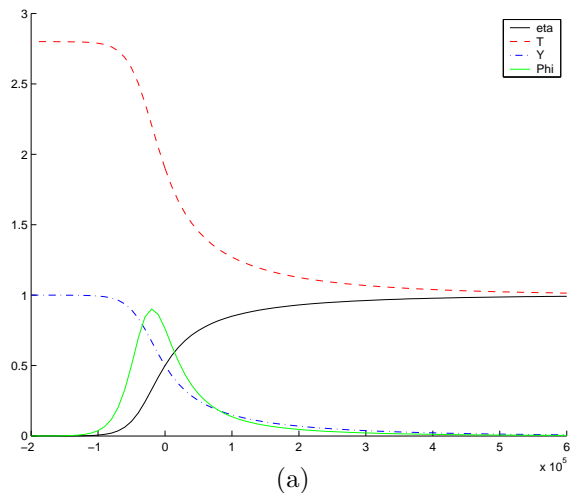


Figura 6: Fig. (a) representa a solução semi-analítica, correspondente à solução numérica exibida na Fig. (b). Os dados usados para gerar a Fig. (b) são os mesmos da Figura 5, apenas restritos ao intervalo em x em que o choque (frente de combustão) se encontra. As Figuras (a) e (b) estão na mesma escala. A variável x está no eixo horizontal.

- [7] Chapiro, G., “Singular Perturbation Applied to Combustion Waves in Porous Media”, MSc Thesis, IMPA, 2005.
- [8] Chapiro, G., Mailybaev, A. A., Marchesin, D., Souza, A. J., Singular Perturbation in Combustion Waves for Gaseous Flow in Porous Media, *Proceedings of the XXVI CILAMCE*, 2005.
- [9] Chapiro, G., Mailybaev, A. A., Marchesin, D., Souza, A. J., Akkutlu, Y., Global Asymptotic Effects of the Structure of Combustion Wave in Insulated Porous

- Media: Singular Perturbation Analysis, In preparation, 2008.
- [10] Hime, G. “Parallel Solution of Nonlinear Balance Systems”, Master Thesis, LNCC, September 2007.
 - [11] Kumar, M., Garon, A. M., An Experimental Investigation of the Fireflooding Combustion Zone, Soc. Pet. Eng. Res. Eng., 6, 1:55-61, 1991.
 - [12] Mota, J.C., Marchesin, D., Dantas, W.B., Combustion Fronts in Porous Media, SIAM J. on Appl. Math., 62, 6:2175-2198, 2002.
 - [13] Prats, M., “Thermal Recovery”, SPE Monograph Series SPE of AIME, 1982.
 - [14] Souza, A.J., Marchesin, D., Akkutlu, I.Y., Wave Sequences For Solid Fuel Adiabatic In-Situ Combustion in Porous Media, Comp. Appl. Math, 25, 1:27-54, 2006.
 - [15] Souza, A. J., Schecter, S., Stability of Combustion Waves in a Porous Media, Preprint, 2008.