

# Metaheurística Busca Tabu e Programação Matemática Uma Abordagem Híbrida Aplicada ao Problema de Programação de Tripulações

Tiago L. Gonçalves, Marcia Helena Costa Fampa,

Universidade Federal do Rio de Janeiro,  
Rio de Janeiro, RJ  
E-mail: goncalves@cos.ufrj.br, fampa@cos.ufrj.br,

**André Gustavo dos Santos**

Universidade Federal de Viçosa  
Viçosa, MG  
E-mail: andre@dpi.ufv.br.

**Luiz Satoru Ochi**

Universidade Federal Fluminense, Instituto de Computação  
Niterói, RJ  
E-mail: satoru@dcc.ic.uff.br.

**Resumo:** *Aborda-se aqui o problema de programação de tripulações de transporte em massa (PPT) também conhecido como Crew Scheduling. O problema consiste em gerar um conjunto de escalas de trabalho, atribuindo tarefas a tripulações, com menor custo possível, e ao mesmo tempo satisfazendo restrições como leis trabalhistas, legislações federais, sindicais e normas internas da empresa. O presente trabalho propõe uma metodologia híbrida para a solução do problema envolvendo a metaheurística Busca Tabu aliada a uma metodologia determinística, para a qual adota-se aqui, o termo programação matemática, onde o PPT é modelado como um problema de particionamento de conjuntos (Set Partitioning Problem) que é alimentado por um procedimento de busca em profundidade (Backtracking). A solução final deste problema é dada por um conjunto de jornadas diárias de trabalho. As instâncias de testes foram geradas com dados reais de uma empresa de transporte público que opera no município de Belo Horizonte/MG.*

*ling*, Programação de Pessoal, ou Problema de Alocação de Tripulações consiste em gerar um conjunto de jornadas de trabalho que contenha todas as viagens a serem realizadas por uma empresa de transporte. O objetivo deste problema é reduzir custos operacionais, como por exemplo, determinar a frota mínima utilizada para atender todas as viagens. Entretanto, essa não é uma tarefa trivial já que a solução deve respeitar todos os requisitos legais, o que gera um conjunto considerável de restrições.

O PPT é um problema que vem sendo estudado há vários anos, tendo seu início na década de 60. Esse problema, pela sua magnitude, apresenta uma grande interação com as áreas de Otimização e Pesquisa Operacional. Além disso, foi um dos primeiros problemas relacionados ao transporte público solucionados por computadores, segundo Reis [6]. O PPT pertence à classe NP-Difícil, e portanto ainda não é conhecido um algoritmo polinomial para resolvê-lo. Em situações reais, o PPT apresenta uma grande complexidade para sua resolução devido à grande quantidade de restrições operacionais envolvidas no processo. Diante de tal cenário, não é possível, se ater às formas tradicionais e exatas de resolução, pois as mesmas exigem um alto poder computacional para ex-

## 1 Introdução

O Problema de Programação de Tripulações (PPT), também conhecido como *Crew Scheduling*,

plorar todo espaço de soluções durante a busca por uma solução ótima.

Neste trabalho, propomos uma estratégia híbrida para resolver o PPT, que utiliza a metaheurística Busca Tabu aliada a programação matemática. Algoritmos híbridos têm sido aplicados com sucesso a outros problemas de otimização combinatória e os resultados apresentados neste trabalho mais uma vez encorajam o uso destes procedimentos.

## 2 Estudos Precedentes

Reis [6], relata que a forma básica do PPT se caracteriza quando o problema trata de uma única garagem e um único tipo de veículo. Situações mais complexas (frota mista, garagens diferentes, linhas diferentes, etc.) tendem a surgir à medida que as restrições e características operacionais encontradas no problema real são atribuídas à modelagem do problema. O autor ainda destaca que a modelagem básica é de fundamental importância para se resolver problemas de maior complexidade.

Segundo Silva [7], grande parte das abordagens encontradas na literatura modelam o PPT como um problema de recobrimento (*Set Covering*) e particionamento (*Set Partitioning*) de conjuntos. Para resolvê-los, são utilizadas, por exemplo, técnicas de geração de colunas e relaxação lagrangeana para encontrar uma solução inteira.

Carvalho [1], apresenta uma abordagem por geração de colunas, utilizando uma modelagem do problema de caminho mínimo com restrições de recursos (*Shortest Path Problem with Resource Constraints*). Nesse trabalho o autor trata o caso particular do PPT em linhas aéreas.

Marinho [5], aplica ao problema de programação de tripulações em ônibus urbano, a metaheurística Busca Tabu, proposta em [2] e [3] e variações denominadas Busca Tabu com Primeira Melhora (BT-FI-IC) e Busca Tabu com Melhor Vizinho (BT-BI-IC), Busca Tabu com primeira melhora e Relaxação Adaptativa (BTAR-FI-IC), Busca Tabu com primeira melhora e reconexão por caminhos (BT-PR-FI-IC). O autor testa os métodos desenvolvidos e os compara com o método de VNS-RTL proposto por Souza [9], que, até aquele momento, apresentava os melhores resultados para

as instâncias fornecidas pela empresa de transporte. O autor também compara seus resultados com os da empresa. Dos métodos sugeridos, o método BT-FI-IC apresentou melhores soluções e tempo computacional.

Marinho conclui que todas as heurísticas produziram redução de hora extra em relação a solução adotada pela empresa, que é um dos componentes que representam maior custo para a empresa. Além disso, a versão BTAR-FI-IC apresentou soluções com uma média de desvio de 0,26% das melhores soluções conhecidas. Já a BT-PR-FI-IC foi a versão que apresentou os melhores resultados para as instâncias da empresa, no entanto, não melhores do que os da versão BTAR-FI-IC para as demais instâncias geradas.

Souza [8], aborda o PPT aplicando as metaheurísticas: Busca Tabu (BT), Simulated Annealing (SA) e uma versão híbrida utilizando ambas, denominada SA+BT. Todas as instâncias testadas são as mesmas utilizadas em [5]. Além da característica da solução implementada ser híbrida, em [8] há uma outra particularidade abordada pelo autor: a geração da solução inicial é feita utilizando a metaheurística GRASP, com o intuito de gerar uma boa solução inicial. A SA+BT possui três fases: na primeira fase, a solução inicial é construída, na segunda a solução inicial é submetida ao SA e na terceira e última fase a solução é submetida à BT.

O autor concluiu que, utilizando o método baseado na filosofia da empresa<sup>1</sup> como geração da solução inicial (FE) ao invés de GRASP, foi possível reduzir o número de jornadas. A solução híbrida denominada FE+SA+BT, apesar de apresentar boas soluções, teve um custo computacional extremamente elevado por ter consumido 60 minutos além do tempo gasto pelos demais métodos. Enfim, as versões híbridas não ofereceram vantagem, talvez pela metodologia adotada para realizar a junção das duas metaheurísticas. Além disso, vale ressaltar que em nenhum dos resultados, a tentativa de refinar uma solução inicial utilizando GRASP demonstrou melhora na solução.

---

<sup>1</sup>Metodologia empregada pela empresa de transporte para geração manual de suas jornadas [4], [5] e [9]

### 3 Descrição do Problema

O PPT consiste em gerar escalas de trabalho, atribuindo tarefas a tripulações (pilotos, aeromoças, etc), com menor custo possível. Em contrapartida, esse custo deve ser minimizado sem violar quaisquer das restrições do problema, como por exemplo, normas sindicais e leis trabalhistas. Essas restrições influenciam diretamente no tempo gasto para resolver o problema.

As redes de transporte em massa apresentam um problema de grande complexidade em seu planejamento. Esse problema geralmente é abordado pelos mais diversos trabalhos presentes na literatura, sub-dividido em problemas menores (tabela de horários, programação do veículo, programação diária da tripulação, programação mensal da tripulação) [4]. A Figura (1) ilustra tal planejamento.

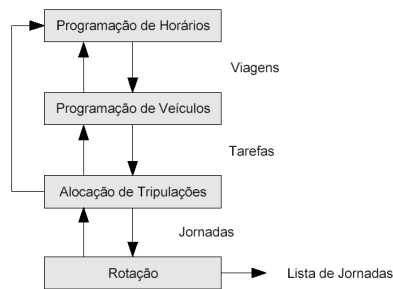


Figura 1: Planejamento de Rede de Transportes

Como pode ser observado na Figura (1), a programação de tripulações no transporte público geralmente é realizada após a programação de veículos. Nessa fase todas as viagens são agrupadas em blocos, onde cada bloco contém a seqüência de viagens que um veículo deve realizar durante um dia, começando e finalizando em sua respectiva garagem.

As seguintes definições são consideradas neste trabalho:

- Oportunidade de troca (OT): Intervalo de tempo entre viagens em que é possível realizar uma troca de tripulação.
- Tarefa: Conjunto de viagens reunidas de maneira que haja duas OTs, uma no seu início e outra no final.
- Jornada: Conjunto de tarefas.

- Dupla pegada: Jornada que possui um intervalo maior ou igual a 120 minutos entre duas de suas tarefas (esse intervalo não será contabilizado na jornada de trabalho da tripulação).
- Pegada simples: Jornada que possui todos os intervalos entre tarefas menores que 120 minutos.
- Jornada máxima: Duração máxima de uma jornada de trabalho diário, a qual é de 7:10 horas para as tripulações com pegada simples, e 6:40 horas para aquelas com dupla pegada.

#### 3.1 Restrições do PPT

Como descrito anteriormente o PPT possui diversas restrições que devem ser consideradas durante a alocação das tarefas que compõem as jornadas. Essas restrições podem ser divididas em dois grupos: restrições essenciais e não essenciais. As restrições essenciais são aquelas que não podem ser violadas pela solução do problema, ou seja, devem ser satisfeitas para que a solução seja factível. As restrições não essenciais, mesmo que sejam violadas, ainda assim podem compor uma solução dita factível, mas a violação destas restrições é penalizada na função objetivo do problema.

As seguintes restrições essenciais são consideradas neste trabalho:

1. Sobreposição: uma tripulação não pode executar duas ou mais tarefas com horários sobrepostos.
2. Hora excedente: a duração da jornada de uma tripulação, não deve exceder em mais do que duas horas a jornada máxima. O tempo em que a duração da jornada excede a jornada máxima é considerado como horas excedentes.
3. Tempo de descanso: durante sua jornada de trabalho, a tripulação do tipo pegada simples tem direito a trinta minutos de folga (descanso, alimentação, etc...). Este período pode ser fragmentado, entretanto ao menos um desses fragmentos, deve conter no mínimo, quinze minutos. Tal período será, normalmente computado, como tempo de trabalho.

4. Excesso de dupla pegada: o número de jornadas caracterizadas por duplas jornadas não deve exceder 10% do número total de jornadas.
5. Troca de linha proibida: uma tripulação não pode realizar duas tarefas consecutivas em que a linha final da primeira e a linha inicial da seguinte, não pertencem ao mesmo grupo de linhas.
6. Troca de ponto proibida: não podem ocorrer trocas de pontos, exceto em intervalos que caracterizam dupla pegada.
7. Intervalo entre jornadas: entre o final da jornada diária de trabalho de uma tripulação e o seu início no dia seguinte deve haver um intervalo mínimo de onze horas.

Os seguintes itens constituem as restrições não essenciais, ou seja, eles são aceitos na solução do problema, mas penalizados na função objetivo do mesmo, de forma que o número de ocorrências destes itens tende a ser minimizado na solução ótima.

1. Hora extra: tempo em que a duração da jornada excede a jornada máxima.
2. Tempo ocioso: intervalo entre as tarefas mais o tempo que falta para completar a jornada mais a folga acumulada (tempo ocioso entre as viagens contidas nas tarefas) menos o tempo de descanso de trinta minutos.
3. Troca de veículo: trocas de veículos entre tarefas dentro de uma mesma jornada.
4. Troca de ponto permitida: troca de pontos entre tarefas com intervalo de dupla pegada dentro de uma mesma jornada.
5. Troca de linha permitida: troca de linhas entre tarefas, que pertencem ao mesmo grupo de linhas dentro de uma mesma jornada.

A função objetivo do problema, a ser minimizada, corresponde ao número de jornadas na solução, acrescido do termo que penaliza a ocorrência dos itens descritos acima.

A solução do PPT é um conjunto de jornadas. Cada jornada é composta por um conjunto de tarefas e atribuída a uma tripulação e é composta por tarefas.

## 4 Metodologia

A metodologia utilizada neste trabalho para resolver o PPT combina a metaheurística Busca Tabu com um procedimento de programação matemática, como descrito a seguir.

### 4.1 Busca Tabu

A metaheurística Busca Tabu possui uma memória de curto prazo que armazena os movimentos reversos que caracterizam os últimos movimentos realizados pelo algoritmo. Esses movimentos permanecem como tabu por um número de iterações (prazo tabu), evitando o regresso a uma solução já visitada e consequente ciclagem do algoritmo. Caso a solução obtida através de um determinado movimento, atenda a um critério de aspiração previamente definido, o movimento pode ser aceito, mesmo pertencendo a lista tabu. Outra característica importante desta metaheurística é que ela dispensa a geração de uma solução inicial elaborada, podendo esta ser gerada de forma simples e aleatória [4]. O método recebe como entrada uma solução inicial  $s$ . A cada iteração é gerado um subconjunto  $V$  de soluções vizinhas  $N(s)$  a partir da solução corrente  $s$ . Esse conjunto, é então avaliado através de uma função de avaliação  $f(\cdot)$ . A solução  $s'$  que oferece o menor custo segundo  $f(\cdot)$ , desconsiderando  $f(s)$ , ou seja, ainda que  $f(s') > f(s)$ , é então selecionada, tornando-se a solução corrente. Vale destacar que a melhor solução obtida,  $s^*$ , sob todos efeitos continua armazenada, pois somente soluções  $s$ , tais que  $f(s) < f(s^*)$  a substituirão, sendo essa a solução final do método.

O tamanho do conjunto  $V$  pode ser definido a priori ou de forma dinâmica com o objetivo de otimizar o tempo de resposta e/ou intensificar a busca dada uma condição da iteração atual. Geralmente essa condição diz respeito ao número de iterações em que não houve melhora em  $s$ .

A condição de parada do método é comumente estabelecida de duas formas: a primeira é um número máximo de iterações sem que haja melhora na solução e a segunda ocorre quando o método atingir um valor melhor que  $f_{min}$ , que representa um valor mínimo conhecido para a função de avaliação ou uma solução considerada boa.

## 4.2 Geração da solução inicial

Para inicializar o método, é necessário gerar uma solução inicial. Essa geração pode ser feita de inúmeras maneiras, como por exemplo, adotando a filosofia da empresa descrita em [4] e [5]. Segundo Mapa [4] a Busca Tabu dispensa a geração de uma solução inicial elaborada. Baseando-se nessa afirmação, Mapa propõe uma heurística gulosa para construção da solução inicial. Nessa heurística as tarefas são analisadas de forma seqüencial em relação a entrada de dados. Uma tripulação recebe tarefas enquanto: sua jornada de trabalho é inferior a 9:10 horas de trabalho, que é o tempo máximo de trabalho permitido por lei, incluindo as 2:00 horas extras; ou a próxima tarefa a ser alocada possui um veículo diferente do que foi alocado à tripulação. Uma nova tripulação é então requisitada. Uma das vantagens apresentadas por essa técnica é que ela garante que a solução inicial não contém sobreposições de horários das tarefas atribuídas a uma tripulação, ou trocas de pontos, linhas, e veículos. Uma desvantagem é que a solução inicial é sempre idêntica se os dados de entrada (programação dos veículos) forem os mesmos.

## 4.3 Estrutura da vizinhança

Considerando  $s$  como sendo uma dada solução, uma solução  $s'$  é dita vizinha de  $s$  se é possível chegar em  $s'$  com apenas um movimento. Dois tipos de movimentos distintos são empregados: Realocação  $N_{(s)}^{(R)}$ , que consiste em realocar uma tarefa  $T_n$  de uma tripulação qualquer a outra, e Troca  $N_{(s)}^{(T)}$ , que consiste em permutar duas tarefas quaisquer entre duas tripulações distintas, como ilustrado nas Figuras (2) e (3).

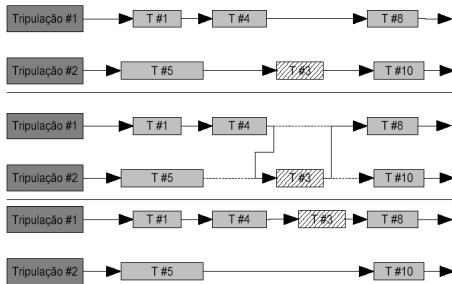


Figura 2: Movimento de realocação  $N_{(s)}^{(R)}$

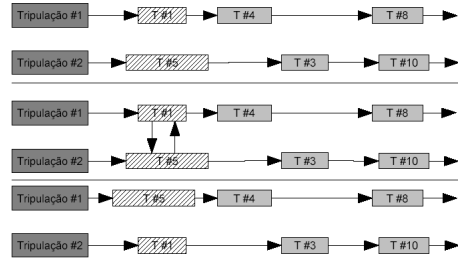


Figura 3: Movimento de troca  $N_{(s)}^{(T)}$

## 4.4 Modelo de Programação Matemática

O PPT pode ser modelado como um problema de programação inteira 0-1, mais especificamente, ele pode ser modelado como um problema de particionamento de conjuntos. Neste modelo, considera-se todas as possíveis jornadas que podem construídas com as tarefas dadas. Optou-se neste trabalho, por gerar todas as jornadas que não violem quaisquer das restrições essenciais através de um procedimento exaustivo de busca em profundidade.

Seja  $N = \{1, \dots, n\}$  o conjunto de todas as jornadas geradas e  $M = \{1, \dots, m\}$  o conjunto das tarefas dadas. Defina para todo  $i \in M$  e  $j \in N$ ,

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } i \text{ pertence a jornada } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e  $c_j$  como o custo associado a jornada  $j$ , o qual deve levar em consideração as penalizações mencionadas na seção 3.

Considere as seguintes variáveis de decisão:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a jornada } j \text{ pertence à solução} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Pode-se, então, modelar o PPT como o problema de particionamento de conjuntos abaixo, no qual o objetivo é selecionar as jornadas que atendam a todas as tarefas dadas com o menor custo possível.

Minimizar  $\sum_{j=1}^n c_j x_j$   
sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = 1, \quad \forall i \in M \\ x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in N$$

## 4.5 Busca Tabu com Programação Matemática

Na abordagem proposta neste trabalho, dado um número de iterações da Busca Tabu sem que ocorra melhora na solução, é ativado um procedimento no qual resolve-se de forma exata um sub-problema do PPT, no qual apenas algumas das tarefas dadas são consideradas. As tarefas consideradas no sub-problema são aquelas que foram desalocadas de suas jornadas. Essas jornadas são selecionadas em um passo anterior de acordo com um critério pré-estabelecido. Neste trabalho optou-se por desalocar as tarefas das jornadas em que há maior sobrecarga, ou seja, das jornadas de maior duração, e também das jornadas com maior tempo ocioso. Esse sub-problema é então modelado como um problema de particionamento, como descrito na seção 4.4 e sua solução é obtida por um pacote de otimização. Feito isso, a solução do sub-problema é integrada à solução encontrada anteriormente (eliminando-se redundâncias). De posse dessa solução integral avalia-se se ocorreu melhora na solução, caso tenha ocorrido, um novo sub-problema é construído seguindo o mesmo critério anteriormente descrito e o processo se repete até que não ocorra mais melhora na solução, quando, então, a Busca Tabu prossegue.

## 5 Resultados

Todos os algoritmos implementados foram executados no laboratório de otimização da COPPE/UFRJ. A máquina utilizada possui a seguinte configuração: processador Intel(R) Pentium(R) 4 CPU 3.00GHz, 512 megabytes de memória RAM, sistema operacional Linux, Distribuição Ubuntu.

Para a compilação dos algoritmos foi utilizado o compilador g++ (Gnu Compiler Collection) e para resolver o problema de particionamento, foi utilizado o pacote XPRESS.

As metodologias foram testadas com instâncias construídas com dados reais de uma empresa que opera na cidade de Belo Horizonte, sendo estas as mesmas instâncias consideradas em [4], [5] e [9].

Os parâmetros utilizados na Busca Tabu foram: número máximo de iterações igual a 500, lista tabu de comprimento estático igual a 55,

taxa de desalocação de 2 jornadas na construção do sub-problema descrito na seção 4.5. Esses parâmetros de configuração foram calibrados a partir de uma série de experimentos realizados.

A Tabela 1 apresenta as soluções obtidas para o PPT quando aplicada a abordagem proposta. Para cada versão foram executados dez testes. Os valores presentes na tabela são para a melhor execução considerando o resultado da função de avaliação. A coluna BT refere-se aos resultados obtidos com a aplicação da Busca Tabu apenas e a coluna BT+PM refere-se ao procedimento híbrido que combina a Busca Tabu com a solução do sub-problema modelado como um problema de particionamento. Pode ser observado que a versão BT+PM ofereceu valor (função de avaliação) de qualidade superior. Ofereceu ainda, um desvio médio mais baixo.

	BT	BT+PM
Jornadas	217	218
Hora Extra (HH:MM)	88:12	85:18
Troca de Veículo	13	13
Troca de Ponto	11	9
Troca de Linha	2	2
Função de Avaliação	915460	914660
Tempo de Execução	00:3:20	00:8:53

Tabela 1: Propriedades das melhores soluções

Nota-se também que, apesar da metodologia híbrida proposta produzir solução com um número superior de jornadas e tempo de execução superior, ela se destaca por ter uma solução de melhor qualidade, pois a versão BT+PM produziu uma solução com número de horas extras inferior quando comparado a versão BT, assim como número inferior de troca de pontos e linhas. Vale enfatizar a importância na redução do número de horas extras, pois esse é um dos fatores mais importantes e custosos para uma empresa.

## 6 Conclusões

Este trabalho teve como principal objetivo propor e implementar uma estratégia híbrida, que utiliza a metaheurística Busca Tabu aliada a programação matemática, para resolver o problema de programação de tripulações. Os re-

sultados produzidos pela versão que incorpora a abordagem híbrida, ofereceram soluções de boa qualidade, assim como um tempo de computação baixo em relação às outras abordagens propostas na literatura.

Ao se comparar o algoritmo BT+PM aos métodos apresentados em [5], a abordagem proposta nesse trabalho mostrou-se competitiva, e considerando a maioria dos requisitos, se destacou, pois produziu soluções de qualidade superior como por exemplo, em número de horas extras, troca de pontos e troca de linhas, que representam alguns dos fatores mais importantes para a empresa.

Vale ressaltar que a metodologia que foi utilizada na geração das colunas do sub-problema descrito na seção 4.5 inviabiliza qualquer passo minimamente mais ambicioso em torno de melhorar a qualidade da solução, como por exemplo, pelo ajuste da taxa de desalocação, pois a cada tarefa desalocada o número de colunas a serem geradas cresce bastante. Experimentos foram realizados na tentativa de se melhorar as soluções obtidas, ajustando-se a taxa de desalocação, mas em todas elas ocorreu falta de memória devido a explosão combinatória. A abordagem utilizada no momento, visou apenas a simplicidade de implementação. Com o objetivo de contornar esse problema, acelerar essa fase e/ou ampliar o número de tarefas a serem desalocadas, vislumbrando uma melhora efetiva na solução global, pretendemos incorporar a esta fase do algoritmo, um método de geração de colunas.

## Referências

- [1] M. A. M. d. Carvalho. Algoritmo genético e algoritmo de fixação de labels: Uma abordagem por geração de colunas para o problema de alocação de tripulações. Monografia, FIC - Faculdades Integradas de Caratinga, Caratinga - MG - Brasil, 2005.
- [2] F. Glover. Future paths for integer programming and artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, Amsterdam, 13:533–549, 1986.
- [3] P. Hansen. The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming. *Talk presented at the Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization, Capri*, 1986.
- [4] S. M. S. Mapa. Redução de custos da programação diária de tripulações de Ônibus urbano via metaheurísticas. Monografia, UFOP - Universidade Federal de Ouro Preto - Departamento de Engenharia de Produção - Ouro Preto - Minas Gerais - Brasil, 2004.
- [5] E. H. Marinho. Heurísticas busca tabu para o problema de programação de tripulações de Ônibus urbano. Master's thesis, UFF - Universidade Federal Fluminense, 2005.
- [6] R. M. Reis. Uma implementação computacional eficiente do método arcgen para a programação de veículos. UFOP - Universidade Federal de Ouro Preto - Departamento de Engenharia de Produção - Ouro Preto - Minas Gerais - Brasil, 2003.
- [7] G. P. Silva, M. J. F. Souza, and A. d. C. G. Júnior. Modelos de fluxo em redes para o problema de escala de motoristas de Ônibus urbano. *XXVIII CNMAC - Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, 2005.
- [8] M. J. F. Souza, L. X. T. Cardoso, and G. P. Silva. Programação de tripulações de Ônibus urbano uma abordagem heurística. *XXXV SBPO - Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional*, 2003.
- [9] M. J. F. Souza, L. X. T. Cardoso, G. P. Silva, M. M. Modrigues, and S. M. S. Mapa. Metaheurísticas aplicadas ao problema de programação de tripulações no sistema de transporte público. *Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional*, v.5, No.2, 2004.