

Avaliação Fuzzy de Trocas Sociais entre Agentes com Personalidades

André V. dos Santos, Graçaliz P. Dimuro

Programa de Pós-Graduação em Informática, UCPel,
Rua Felix da Cunha 412, 96010-000 Pelotas, Brasil
E-mail: {avs,liz}@ucpel.tche.br

Benjamín C. Bedregal

Depto de Informática e Matemática Aplicada, UFRN
Campus Universitário s/n, 59072-970 Natal, Brasil,
E-mail: bedregal@dimap.ufrn.br

Resumo: *O objetivo deste trabalho é propor uma abordagem baseada na Lógica Fuzzy para a avaliação dos valores materiais de trocas sociais em sistemas multiagentes baseados em personalidades. Analisa-se também a equação de equilíbrio material fuzzy associada ao primeiro estágio de uma troca social.*

1 Introdução

Em [1], com base em J. Piaget [4], *Valores de Trocas Sociais* foram propostos como uma ferramenta para organização social de SMA, onde trocas sociais são entendidas como trocas de serviços entre pares de agentes e a avaliação destes serviços por parte de cada um dos agentes envolvidos na troca, gerando valores de trocas de natureza qualitativa, subjetiva, cuja representação computacional não é trivial. A abordagem proposta para a representação dos valores de trocas foi através de técnicas da Matemática Intervalar [3]. Embora a representação baseada na Matemática Intervalar possa ser considerada um meio termo entre uma representação puramente qualitativa e puramente quantitativa, elas não são capazes de capturar a subjetividade da avaliação realizada por agentes baseados em personalidades.

Em [5] foi apresentada uma metodologia para avaliação de serviços em processos de trocas sociais, visando uma sistemática para a seleção de parceiros no contexto de serviços em bioinformática. Entretanto, este trabalho não apresenta uma representação qualitativa, subjetiva, para os valores materiais gerados nas avaliações

das trocas realizadas.

Por outro lado, observa-se que a Lógica Fuzzy [7] tem sido largamente utilizada em *Soft Computing* para tratar de informação imprecisa, subjetiva, vaga, ambígua, com aplicações em diversas áreas, muitas delas no contexto da Inteligência Artificial [2].

O objetivo deste trabalho é apresentar uma abordagem baseada na Lógica fuzzy para a avaliação dos valores de trocas materiais gerados no primeiro estágio das trocas sociais em SMA baseados em personalidades, com a análise da equação de equilíbrio material fuzzy associada a este estágio. Este artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2 resume-se o modelo de Trocas Sociais; a Seção 3 descreve o processo utilizado para representar os traços de personalidades de agentes; a proposta de avaliação fuzzy dos valores materiais é introduzida na Seção 4; a Conclusão está na Seção 5.

2 Modelo de Trocas Sociais

Segundo Piaget [4], interações são compreendidas como trocas de serviços entre indivíduos envolvendo não somente a realização desse serviço por alguns indivíduos em favor de outros, mas também a avaliação de tais serviços (em vários pontos de vista) pelos indivíduos envolvidos nas trocas. A avaliação de um serviço é baseado em uma escala de valores de natureza qualitativa, expressando *avaliações subjetivas*.

Uma *troca social* entre dois agentes, α e β , acontece em dois tipos de estágios. Em estágios do tipo $I_{\alpha\beta}$, α executa uma ação em ben-

efício de (um “serviço” para) β . Os valores de trocas sociais gerados neste estágio são: $r_{I_{\alpha\beta}}$, que é o valor do *investimento* feito por α para a realização de um serviço para β ; $s_{I_{\beta\alpha}}$, que é o valor de satisfação de β com o serviço realizado por α ; $t_{I_{\beta\alpha}}$ é o valor de *débito* de β para com o α ; e $v_{I_{\alpha\beta}}$, que é o valor do *crédito* que α adquire em relação a β , por ter realizado o serviço para β . Em estágios do tipo $II_{\alpha\beta}$, α cobra o serviço que foi previamente executado para β , e os valores relacionados a esta troca tem um significado semelhante aos do primeiro estágio.

$r_{I_{\alpha\beta}}$, $s_{I_{\beta\alpha}}$, $r_{II_{\beta\alpha}}$ e $s_{II_{\alpha\beta}}$ são chamados *valores materiais*, gerados através da avaliação de *trocias imediatas*; $t_{I_{\beta\alpha}}$, $v_{I_{\alpha\beta}}$, $t_{II_{\beta\alpha}}$ e $v_{II_{\alpha\beta}}$ são os *valores virtuais*, gerados através de *trocias postergadas* (trocas que acontecerão no futuro).

Um *processo de trocas sociais* é composto por uma seqüência de estágios do tipo $I_{\alpha\beta}$ e/ou $II_{\alpha\beta}$. Diz-se que um processo de trocas está em *equilíbrio material* se o somatório dos valores materiais, sob os pontos de vista de cada agente, está em torno do zero. Analogamente se define o *equilíbrio virtual*. Entretanto, pode-se considerar apenas o equilíbrio interno em cada troca, conforme as equações de equilíbrio [4]:

Regra $I_{\alpha\beta}$: $(r_{I_{\alpha\beta}} = s_{I_{\beta\alpha}}) \wedge (s_{I_{\beta\alpha}} = t_{I_{\beta\alpha}}) \wedge (t_{I_{\beta\alpha}} = v_{I_{\alpha\beta}})$

Regra $II_{\alpha\beta}$:

$$(v_{II_{\alpha\beta}} = t_{II_{\beta\alpha}}) \wedge (t_{II_{\beta\alpha}} = r_{II_{\beta\alpha}}) \wedge (r_{II_{\beta\alpha}} = s_{II_{\alpha\beta}})$$

Regra $I_{\alpha\beta}II_{\beta\alpha}$: $r_{I_{\alpha\beta}} = s_{II_{\alpha\beta}}$

3 Personalidades em Agentes

Em [1] foi apresentada uma proposta de modelagem de traços de personalidades para aplicação em trocas sociais em Sistemas Multiagentes, que inspirou a modelagem dos traços de personalidades considerados neste trabalho.

Um agente *egoísta* é aquele que supervaloriza o investimento na realização de um serviço e, ao mesmo tempo, subvaloriza a satisfação por um serviço recebido. Ao contrário, um agente *altruísta* é aquele que subvaloriza o investimento na realização de um serviço, enquanto que supervaloriza a satisfação por um serviço recebido. Um agente *tolerante* é aquele que realiza avaliações de acordo com o senso comum, isto é, de acordo com a média das avaliações realizadas pela população local em situações semelhantes (obtida, p. ex., de uma análise estatística).

Cada traço de personalidade é definido por um *fator de personalidade*, denotado por γ , que

determina a influência dessa personalidade em uma avaliação. Este fator, que pode ser de *depreciação*, *superestimação* ou *neutro*, é definido de acordo com o tipo de escala utilizada (crescente ou decrescente). O fator de personalidade tolerante, denotado por γ_{tol} , é um fator neutro que, para uma escala decrescente, satisfaz a condição $1 - \delta \leq \gamma_{tol} \leq 1 + \delta$, onde δ é um limite de tolerância. O fator de personalidade egoísta, denotado por γ_{ego} , é um fator de depreciação que, para uma escala decrescente, satisfaz $0 \leq \gamma_{ego} \leq 1 - \delta$, onde o limite inferior igual a zero significa uma depreciação de 100%. O fator de personalidade altruísta, denotado por γ_{alt} , é um fator de superestimação que, para uma escala decrescente, satisfaz $1 + \delta \leq \gamma_{alt} \leq 2$, onde o limite superior igual a dois significa uma superestimação de 100%. Os fatores de personalidades podem ser definidos para uma escala crescente de forma análoga.

4 Avaliação Fuzzy de Valores de Trocas Materiais

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy foi introduzida por Zadeh [7], para tratar de parâmetros imprecisos, ou definidos de forma vaga. A Lógica Fuzzy considera diversos graus de verdade entre zero e um, indicando a incerteza sobre a pertinência de um determinado elemento a um conjunto. Na lógica fuzzy, uma proposição não é simplesmente verdadeira ou falsa como na lógica clássica; esta proposição pode assumir uma série de valores intermediários entre o verdadeiro e falso. Existe uma vasta bibliografia que envolvem os conceitos de Lógica Fuzzy que serão utilizados nas sub-seções seguintes (p.ex., [2, 6, 7]).

Definição 4.1 *Seja X um conjunto (clássico). Um subconjunto fuzzy \mathbb{F} em X é um conjunto de pares ordenados $\mathbb{F} = \{(x, \mu_{\mathbb{F}}(x)) : x \in X\}$, onde $\mu_{\mathbb{F}} : X \rightarrow [0, 1]$ é uma função chamada grau de pertinência de x em \mathbb{F} , com os graus 1 e 0 representando, respectivamente, a pertinência completa e a não pertinência do elemento ao conjunto fuzzy.*

4.1 Avaliação Fuzzy de Serviços

A realização de um serviço por um agente α para um agente β implica na geração dos valores materiais de investimento $r_{\alpha\beta}$ (por parte

de α que realizou o serviço) e de satisfação $s_{\beta\alpha}$ (por parte de β que recebeu o serviço).

Definição 4.2 *Em uma troca social, um serviço é definido como uma tupla $\mathbb{S} = (a_1, \dots, a_n)$, onde cada a_i , com $i \in \mathbb{N}$, é um atributo que representa um aspecto do serviço a ser analisado no processo de avaliação dos valores materiais gerados pela realização de \mathbb{S} . Para o processo de avaliação do valor de investimento realizado por um agente α , utiliza-se a notação $\mathbb{S}_r(\alpha)$. Se o processo de avaliação envolve a análise do valor de satisfação de um agente β , então utiliza-se a notação $\mathbb{S}_s(\beta)$.*¹

O conjunto de atributos é dependente de uma aplicação específica, e pode variar se for considerada a avaliação do valor do investimento do agente que presta o serviço ou a satisfação do agente que recebe o serviço. A avaliação fuzzy de um serviço é realizada através da composição da avaliação de cada atributo que pertence a este serviço. Os atributos são representados por variáveis lingüísticas, cujo valor é expresso qualitativamente por um termo lingüístico e quantitativamente por uma função de pertinência μ , que constitui uma escala para avaliação de um atributo (veja, p.ex., Fig. 1). O valor limite no eixo x de uma escala é dado por $N \in \mathbb{N}$. Uma escala é decrescente se quanto maior for a medida no eixo x pior é a avaliação do atributo, caso contrário diz-se que a escala é crescente. Uma escala com termos lingüísticos T_1, \dots, T_m é denotada por $T = \langle T_1, \dots, T_m \rangle$, com $m \in \mathbb{N}$. Denota-se $T_k \in T$ para significar que o termo T_k está na escala T , ou seja $1 \leq k \leq m$. Para a avaliação de um atributo a é necessário proceder a um processo de normalização, que leva em conta o fator de personalidade.

Definição 4.3 *Seja $V(a)$ o valor medido do atributo a , N o limite superior de uma escala decrescente e max o valor limite do atributo a , de acordo com o senso comum. Então, o valor normalizado do atributo a , para um agente com fator de personalidade γ , é denotado por $V_{nor}(a)$ e definido como:*

$$V_{nor}(a) = \min\{N, V'(a)\},$$

$$\text{onde } V'(a) = \frac{V(a) \times N}{max} \times (2 - \gamma).$$

O valor normalizado do atributo é então avaliado em uma escala de valores fuzzy, obtendo então a avaliação fuzzy do atributo, denotada por $\mu(a)$. Considerando um serviço

¹Adota-se a representação trapezoidal para a função de pertinência [6].

$\mathbb{S}_r = (a_1, \dots, a_n)$ (ou $\mathbb{S}_s = (b_1, \dots, b_n)$), é possível obter um conjunto de regras condicionais através do cruzamento de resultados das avaliações fuzzy individuais de seus atributos, pela regra de inferência MAX-MIN [6].

Seja $T^i = \langle T_1^i, \dots, T_{k_i}^i \rangle$ uma escala para avaliação de um atributo a_i de um serviço $\mathbb{S}_r(\alpha) = (a_1, \dots, a_n)$ que um agente α realiza para um agente β . Seja $T^r = \langle T_1^r, \dots, T_m^r \rangle$ a escala para avaliação fuzzy do investimento $r_{\alpha\beta}$ por parte de α . Então a avaliação fuzzy do valor de investimento $r_{\alpha\beta}$ é determinada pela regra de inferência MAX-MIN aplicada sobre uma base de regras “if ... then” do tipo:²

If a_1 is T_j^1 and a_2 is T_l^2 and ... and a_n is T_p^n
Then $r_{\alpha\beta}$ is T_q^r

com $T_j^1 \in T^1, T_l^2 \in T^2 \dots T_p^n \in T^n, T_q^r \in T^r$. Na avaliação de uma regra, primeiramente avalia-se cada condição do tipo a_i is T_j^i , com $i = 1, \dots, n$, como sendo $\mu_i(V_{nor}(a_i))$. A partir desses valores obtém-se a avaliação de $r_{\alpha\beta}$ is T_q^r como sendo $\min\{\mu_1(V_{nor}(a_1)), \dots, \mu_n(V_{nor}(a_n))\}$.

O valor fuzzy de investimento $r_{\alpha\beta}$ é calculado a partir das avaliações de todas as regras deste tipo. Para cada termo T_v^r , com $v = 1, \dots, m$, calcula-se o valor

$$\max\{T_v^r, T_v^{\omega r}, \dots, T_v^{\omega r}\}, \quad (1)$$

onde $\omega \leq k_1 \times \dots \times k_n$. Estes valores provocam um corte no termo lingüístico T_v^r e portanto uma região fuzzy em T^r . Nessa região é aplicado um método de *defuzzificação*, por exemplo o *centróide* [6], para se obter o valor fuzzy de investimento $r_{\alpha\beta}$. De forma análoga se obtém o valor fuzzy da satisfação $s_{\beta\alpha}$ do agente β pelo recebimento do serviço realizado por α .

4.2 Estudo de Caso

Considere um serviço de tele-entrega de pizza onde existem dois pontos de vista de avaliação: (i) do agente α , que executa o serviço de entregar a pizza para o agente β , gerando um valor de investimento $r_{\alpha\beta}$, onde consideram-se os fatores complexidade (cl) para montar a pizza e a distância (d) percorrida para entregar a pizza na residência de β ; (ii) do agente β , que recebe o serviço, gerando um valor de satisfação $s_{\beta\alpha}$, onde se leva em conta o tempo (t) de entrega e o custo (ct), que refere-se ao valor pago por β pela

²Considera-se a t-norma de Gödel (do mínimo).

pizza. Assim, tem-se que esse serviço é definido como: $\mathbb{S}_r(\alpha) = \{d, cl\}$ e $\mathbb{S}_s(\beta) = \{t, ct\}$.

Consideram-se agentes com diferentes fatores de personalidade e analisam-se em detalhe as avaliações realizadas pelo agentes α_3 (com fator de personalidade egoísta $\gamma_{\alpha_3} = 0.3$) e β_{15} (com fator de personalidade altruísta $\gamma_{\beta_{15}} = 1.5$).

4.3 Avaliação Fuzzy do Investimento

Seja o serviço $\mathbb{S}_r(\alpha) = \{d, cl\}$, onde d denota distância e cl denota complexidade, e as escalas para avaliação fuzzy dos atributos d e cl , e do valor do investimento $r_{\alpha\beta}$, dadas, respectivamente, como: $T^d = \langle \text{perto, meio perto, meio longe, longe} \rangle$; $T^{cl} = \langle \text{baixa, média, alta} \rangle$ e $T^r = \langle \text{pouco, médio, alto} \rangle$. A base de regras para a avaliação fuzzy do investimento é dada pela Tab. 1.

Considere a realização de uma instância do serviço, cujos atributos complexidade e distância são medidos como: $V(cl) = 40$ e $V(d) = 5$. A normalização desses atributos, realizada pelo agente egoísta α_3 ($\gamma = 0.3$), através da Eq. (1), resulta: $V_{nor}(cl) = 6.80$ e $V_{nor}(d) = 5.66$, para $max_{cl} = 70$ e $max_d = 15$. Nas figuras 1 e 2, pode-se observar a marcação na escala³ desses valores normalizados. Observa-se que o agente tolerante α_{11} , com fator de personalidade $\gamma = 1.1$, apresenta as avaliações normalizadas realistas $V_{nor}(cl) = 3.6$ e $V_{nor}(d) = 3$.

As figuras 1 e 2 mostram, respectivamente, os valores das avaliações dos atributos complexidade e distância, realizadas por agentes com diferentes fatores de personalidades. Observe as avaliações realizadas pelo agente egoísta α_3 : “ cl is média” com grau 0.8 e “ cl is alta” com grau 0.86, “ d is meio perto” com grau 0.34 e “ d is meio longe” com grau 0.66. Avaliando-se com esses valores as regras aplicáveis da Tabela 1, tem-se que o valor fuzzy do investimento de α_3 é calculado como na Eq. 1, obtendo-se: “ $r_{\alpha\beta}$ is médio” com grau $\max\{0.34, 0.34, 0.66\} = 0.66$ e “ $r_{\alpha\beta}$ is alto” com grau 0.66, gerando a região fuzzy da Fig. 3. O valor *crisp* de saída, se necessário para alguma aplicação, é calculado pelo método do centróide, que resulta em 6.852866.

4.4 Avaliação Fuzzy da Satisfação

Seja o serviço $\mathbb{S}_s(\beta) = \{t, ct\}$, onde t denota tempo e ct denota custo, e as escalas

para avaliação fuzzy dos atributos t e ct , e do valor da satisfação $s_{\beta\alpha}$ dadas, respectivamente, como: $T^t = \langle \text{rápido, médio, lento} \rangle$; $T^{cl} = \langle \text{barato, médio, caro} \rangle$; $T^s = \langle \text{insatisfatório, médio, satisfatório} \rangle$. A base de regras para a avaliação fuzzy do investimento é dada pela Tab. 2.

Considere a realização de uma instância de um serviço, cujos atributos para avaliação da satisfação, tempo e custo, são medidos pelos valores: $V(t) = 30$ e $V(ct) = 40$. As avaliações normalizadas desses atributos, realizadas pelo agente altruísta β_{15} , através da Eq. (1), são: $V_{nor}(t) = 2.5$ e $V_{nor}(ct) = 3.33$ com $max_t = 60$ e $max_{ct} = 40$. Compare, nas figuras 4 e 5, as avaliações deste agente com a do agente tolerante β_{11} , com fator de personalidade $\gamma = 1.1$, que realiza as avaliações normalizadas realistas $V_{nor}(t) = 4.50$ e $V_{nor}(ct) = 5.99$.

As figuras Fig. 4 e Fig. 5 mostram, respectivamente, os valores fuzzy das avaliações do atributos custo e tempo, realizadas por agentes com diferentes fatores de personalidades, onde se pode observar as avaliações fuzzy realizadas pelo agente altruísta β_{15} : “ t is rápido” com grau 0.75 e “ t is médio” com grau 0.25, “ ct is barato” com grau 0.44 e “ ct is médio” com grau 0.22. Avaliando-se com esses valores as regras aplicáveis da Tabela 2, tem-se que o valor fuzzy da satisfação de β_{15} é calculado como na Eq. 1, obtendo-se: “ $s_{\beta\alpha}$ is satisfatório” com grau $\max\{0.44, 0.22, 0.25\} = 0.44$ e “ $s_{\beta\alpha}$ is médio” com grau 0.22, gerando a região fuzzy da Fig. 6. O valor *crisp* de saída, calculado através do método do centróide, é 2.866667.

$r_{\alpha\beta}$	baixa	média	alta
perto	pouco	pouco	médio
meio perto	pouco	médio	médio
meio longe	médio	médio	alto
longe	médio	alto	alto

Tabela 1: Avaliação do Investimento ($d \times cl$)

$s_{\beta\alpha}$	barato	médio	caro
rápido	satisfatório	satisfatório	médio
médio	satisfatório	médio	insatisfatório
lento	médio	insatisfatório	insatisfatório

Tabela 2: Avaliação da satisfação ($t \times ct$)

$I_{\alpha\beta}$	insatisfatório	médio	satisfatório
pouco	$r_{\alpha\beta} = s_{\beta\alpha}$	$r_{\alpha\beta} < s_{\beta\alpha}$	$r_{\alpha\beta} << s_{\beta\alpha}$
médio	$r_{\alpha\beta} > s_{\beta\alpha}$	$r_{\alpha\beta} = s_{\beta\alpha}$	$r_{\alpha\beta} < s_{\beta\alpha}$
alto	$r_{\alpha\beta} >> s_{\beta\alpha}$	$r_{\alpha\beta} > s_{\beta\alpha}$	$r_{\alpha\beta} = s_{\beta\alpha}$

Tabela 3: Equações de equilíbrio material fuzzy do estágio $I_{\alpha\beta}$ ($r_{\alpha\beta} \times s_{\beta\alpha}$)

³Em todas as escalas adotou-se $N = 10$.

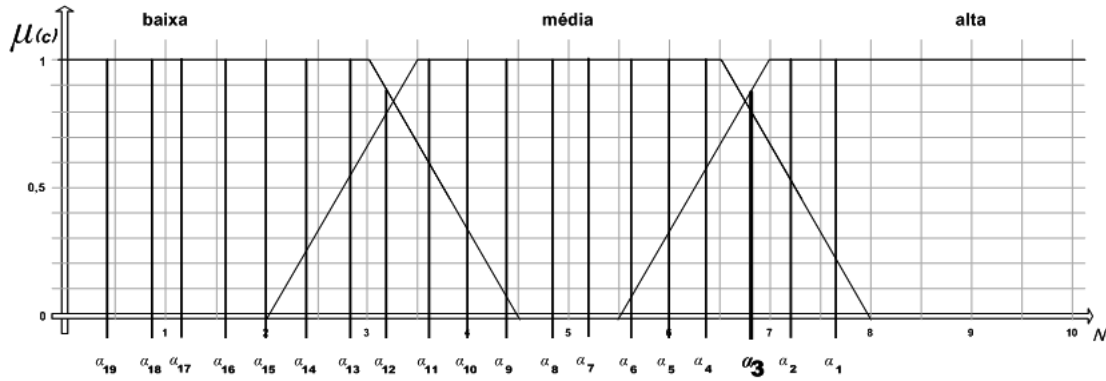


Figura 1: Fuzzição do Atributo Complexidade

4.5 Equações de Equilíbrio Fuzzy

Com os resultados obtidos no estudo de caso, avalia-se o equilíbrio material no primeiro estágio de um processo de troca entre os agentes α e β , que é dado pela primeira igualdade da regra **Regra $I_{\alpha\beta}$** (Seção 2), cuja base de regras é dada pela Tab. 3.

Dados os valores fuzzy de investimento e satisfação obtidos respectivamente como “ $r_{\alpha\beta}$ is médio” com grau 0.66 e “ $r_{\alpha\beta}$ is alto” com grau 0.66, e “ $s_{\beta\alpha}$ is satisfatório” com grau 0.44 e “ $s_{\beta\alpha}$ is médio” com grau 0.22. Avaliando-se com esses valores as regras aplicáveis da Tabela 3, tem-se que o valor fuzzy da equação de equilíbrio material da etapa $I_{\alpha\beta}$ é calculado como na Eq. 1, obtendo-se: “ $I_{\alpha\beta}$ is $r_{\alpha\beta} < s_{\beta\alpha}$ ” com grau 0.44 e “ $I_{\alpha\beta}$ is $r_{\alpha\beta} = s_{\beta\alpha}$ ” com grau $\max\{0.22, 0.44\} = 0.44$ e “ $I_{\alpha\beta}$ is $r_{\alpha\beta} > s_{\beta\alpha}$ ” com grau 0.22, gerando a região fuzzy da Fig. 7.

5 Conclusão

Valores de trocas sociais têm sido utilizados em diversos contextos de aplicações em SMA [1, 5]. Entretanto, como valores qualitativos representam conceitos subjetivos, a representação computacional de valores de trocas sociais não é trivial (p.ex., em [1], foi utilizada uma representação baseada na Matemática Intervalar, na tentativa de evitar uma representação puramente quantitativa). Por outro lado, a Teoria dos Conjuntos Fuzzy traz uma proposta para representação de informação subjetiva que tem sido utilizada em diversas áreas [2], sendo um teoria já bastante consolidada.

Este trabalho introduziu uma abordagem baseada na Lógica fuzzy para a avaliação dos valores de trocas materiais gerados no primeiro

estágio de trocas sociais, com aplicação em sistemas multiagentes baseados em personalidades. Analisou-se também a equação de equilíbrio material fuzzy associada a este estágio. Um estudo de caso possibilitou avaliar a potencialidade da proposta.

Agradecimentos. Este trabalho é financiado pelo CNPq (Proc. 473201/2007-0). Os autores agradecem as sugestões dos revisores.

Referências

- [1] G.P. Dimuro, A.C.R. Costa, L.V. Gonçalves, A. Hübner, Centralized regulation of social exchanges between personality-based agents, “Coordination, Organizations, Institutions and Norms in MAS II” (P. Noriega et al., eds.) pp. 326–343, n. 4386 in LNAI, Springer, Berlin, 2007.
- [2] S. Mitra, S.K. Pal, Fuzzy sets in pattern recognition and machine intelligence, *Fuzzy Sets and Systems* **156** (2005) 381–386.
- [3] R.E. Moore, “Methods and Applications of Interval Analysis”, SIAM, Philad., 1979.
- [4] J. Piaget, “Sociological Studies”, Routledge, London, 1995.
- [5] M.R. Rodrigues, M. Luck, Analysing partner selection through exchange values, in “Proc. VI Work. Agent Based Simulations, Utrecht, 2005” (L. Antunes et al., eds.) pp. 24–40, n. 3891 in LNAI, Springer, 2006.
- [6] T.J. Ross, “Fuzzy Logic, with Engineering Appl.”, John Wiley, West Sussex, 2004.
- [7] L.A.Zadeh, Fuzzy sets, *Information and Control* **8** (1965) 338–353.

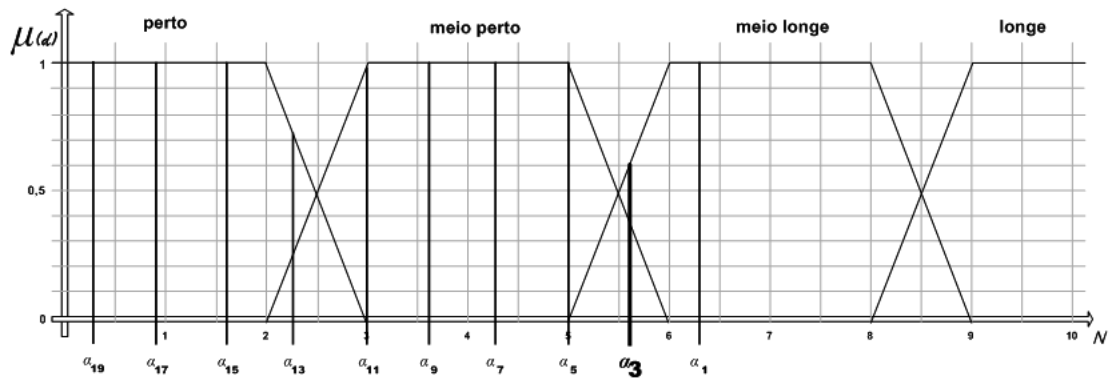


Figura 2: Fuzzificação do Atributo Distância

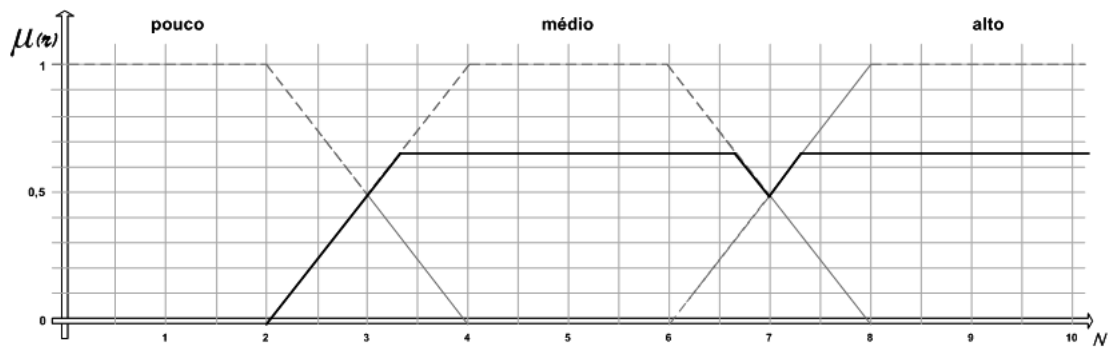


Figura 3: Representação geométrica do valor fuzzy do investimento de α_3

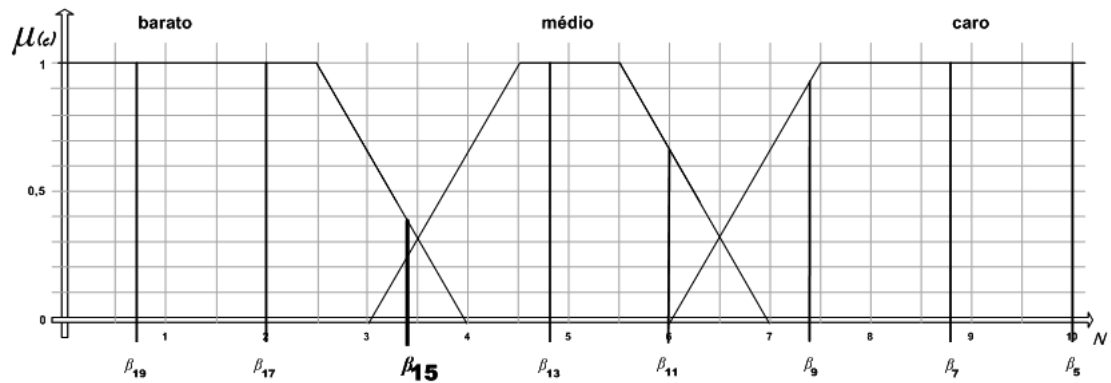


Figura 4: Fuzzificação do Atributo Custo

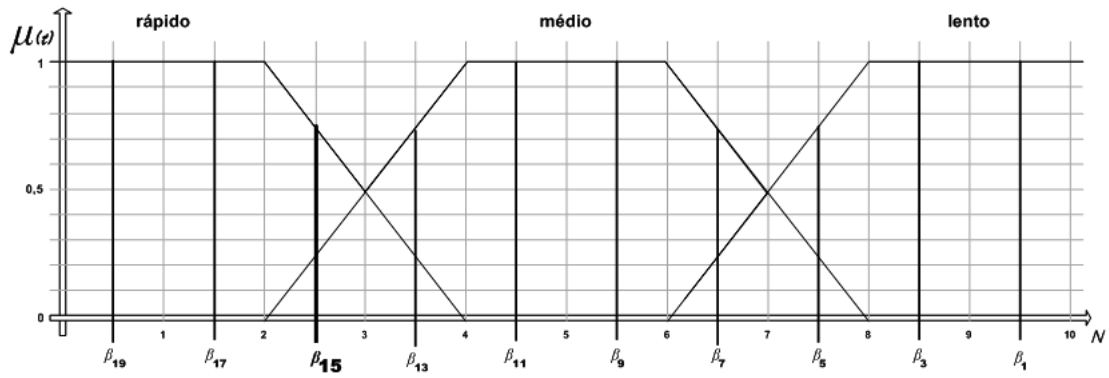


Figura 5: Fuzzificação do Atributo Tempo

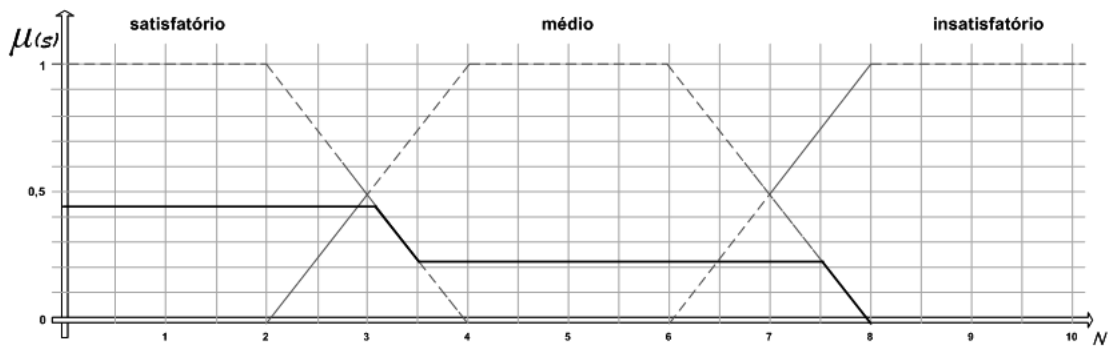


Figura 6: Valor de Satisfação do Agente β_{15}

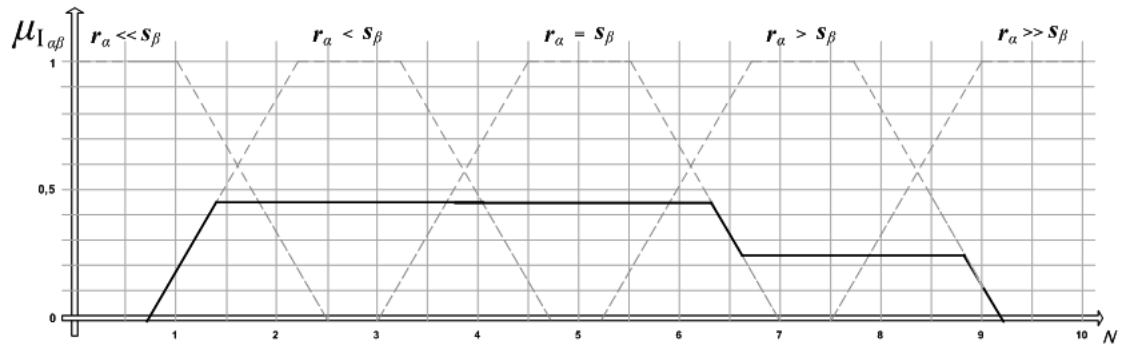


Figura 7: Equilíbrio Material Fuzzy no Estágio $I_{\alpha\beta}$