

Modelo de autômatos celulares para tráfego viário multi-faixas, com antecipação de movimento

Edgar Barbosa Lima

Instituto Politécnico - IPRJ

Universidade do Estado do Rio de Janeiro - Uerj

28630-050, Nova Friburgo RJ

E-mail: ebarbosa@iprj.uerj.br

Regina Célia P. Leal-Toledo

Departamento de Computação, Instituto de Computação - IC

Universidade Federal Fluminense - UFF

24210-240, Niterói, RJ

E-mail: leal@ic.uff.br

Resumo: *Neste trabalho propõe-se um modelo microscópico baseado em autômatos celulares para simular o comportamento do tráfego de veículos em uma auto-estrada. Para atualizar a velocidade de cada veículo considera-se, além do espaço disponível para seu deslocamento em um certo instante de tempo, o possível movimento do veículo à sua frente. Um procedimento iterativo é utilizado para tornar o algoritmo explícito no tempo e evitar colisões irreais causadas pelo procedimento antecipatório adotado, caso algum veículo se desloque menos que o estimado. Para considerar diferentes comportamentos dos motoristas ao dirigirem utiliza-se funções densidade de probabilidade e o método de Monte Carlo. Um procedimento de mudança de faixa também é proposto e resultados são apresentados e comparados com os descritos na bibliografia.*

1. Introdução

O contínuo aumento do tráfego rodoviário vem se tornando um dos principais problemas da sociedade moderna, devido ao grande impacto gerado pela saturação da malha viária, refletindo diretamente na diminuição da qualidade de vida da população. Nesse contexto, a simulação computacional pode ter um papel importante, possibilitando avaliar diferentes políticas para controle e gerenciamento do tráfego. Nessas simulações os modelos microscópicos, baseados em autômatos celulares, vêm se destacando dentre os principais modelos

computacionais de simulação de tráfego veicular, devido a sua capacidade de representar as principais características do tráfego, com a utilização de regras simples.

Um dos principais modelos de autômatos celulares probabilísticos é o modelo proposto por Nagel e Schreckenberg [8], para uma pista circular, chamado de modelo NaSch. Nesse modelo pioneiro, espaço e velocidade de cada veículo são atualizados sincronamente baseados apenas na informação de sua velocidade e do espaço à sua frente no instante anterior, gerando com isso um resultado conservador no que diz respeito à relação fluxo-densidade. Uma das razões do fluxo máximo do modelo NaSch estar abaixo do desejado é que, ao se calcular a velocidade de cada veículo em um determinado instante de tempo, não se considera que o veículo à frente irá também se movimentar. Desta forma, muitas vezes, o deslocamento do veículo considerado será limitado pela distância à sua frente no tempo anterior e não pela velocidade que este poderia alcançar ou pela distância real.

Neste trabalho, baseado em um esquema de antecipação apresentado em [3], propõe-se um modelo de autômato celular explícito, que permite considerar o movimento do veículo no tempo considerado. Um mecanismo iterativo é utilizado para evitar colisões irreais, que podem acontecer sempre que um veículo se movimenta menos do que o esperado. Propõe-se também mecanismos de troca de faixas, basea-

dos em regras de motivação e segurança.

2. Teoria de Fluxo

Na avaliação do comportamento do tráfego, dados como fluxo, velocidade e densidade são de grande importância, devido sua relação com a saturação da via. Por este motivo a coleta e análise destes dados torna-se indispensável no estudo do tráfego viário. Assim o diagrama que relaciona fluxo e densidade é normalmente utilizado para avaliar seu comportamento. Para isso sensores de movimento são colocados em determinada posição da via registrando a velocidade de cada veículo e o instante em que este passou pelo sensor. Com esses dados pode-se obter o fluxo médio em um período de tempo e calcular a densidade utilizando a relação:

$$J = \rho v_m \quad (1)$$

onde J é o fluxo (dado em veículos por tempo), ρ é a densidade (dada em veículos por espaço) e v_m é a velocidade média (dada em espaço por tempo). Esse diagrama que relaciona o fluxo com a densidade, chamado de diagrama fundamental, apresenta duas diferentes fases, [1]:

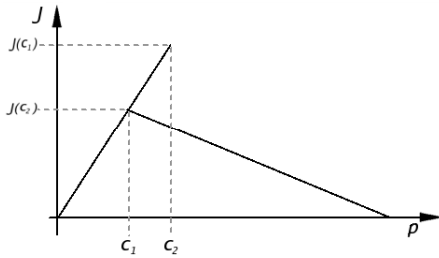


Figura 1: Esquema teórico.

(i) uma região de baixa densidade, chamada de fluxo livre. Essa fase permite que os motoristas andem na velocidade desejada e, de forma geral, se aproximando da velocidade máxima permitida. Com este comportamento o diagrama fundamental apresenta um crescimento linear, com densidade variando de $0 < \rho < c_2$, como apresentado da Figura 1.

(ii) uma região de média e alta densidade, com $\rho > c_1$, onde há presença de congestionamentos. Pode-se também observar que para $c_1 < \rho < c_2$ o fluxo não é unicamente definido pela densidade. Nessa região intermediária, denominada região de meta-estabilidade, a configuração do tráfego influencia diretamente no seu fluxo, podendo gerar um fluxo livre ou congestionado.

Dessa forma, modelos que têm sido propostos, tentam representar tanto qualitativamente quanto quantitativamente o diagrama apresentado na Figura 1.

3. Modelo Proposto

Para melhorar a relação fluxo densidade propõe-se um modelo de antecipação de movimento que, para movimentar um determinado veículo, estima a velocidade do veículo que o precede, no instante de tempo considerado, permitindo assim a atualização do espaço disponível para seu deslocamento e calculando sua possível movimentação. Esta antecipação é feita adicionando-se uma parcela que calcula uma aproximação para distância efetiva que o veículo terá para se deslocar, como proposto em [3] (Figura 2), isto é:

$$d_{is}^t = d_i^{t-1} + (1 - \alpha)v_{i+1}^{t-1} \quad (2)$$

onde d_{is}^t é a distância efetiva no tempo t ; d_i^{t-1} é o espaço à frente do veículo considerado no tempo $t - 1$; v_{i+1}^{t-1} é a velocidade do veículo à frente do veículo i ; α é um valor entre 0 e 1, representando o grau de agressividade dos motoristas ao dirigirem em uma determinada via. Como a velocidade representa o número de células que um veículo andar, permite-se a soma de uma medida de distância (d_i^{t-1}) com a de velocidade (v_{i+1}^{t-1}). Assim, valores de α próximos a 1 na Equação 2, indicam que o motorista sempre mantém uma distância do veículo que o antecede, considerando neste caso uma pequena movimentação em relação à velocidade no tempo $t - 1$, sendo que no caso $\alpha = 1$ nenhuma política de antecipação está sendo adotada, como no modelo NaSch. Pequenos valores de α indicam um comportamento agressivo, ou seja, o motorista age como se o veículo à frente não fosse alterar muito sua velocidade no tempo t em relação ao tempo $t - 1$. A parcela aditiva $(1 - \alpha)v_{i+1}^{t-1}$ representa essa antecipação da distância considerando o possível movimento do veículo $i+1$ com velocidade v_{i+1}^{t-1} , ponderada pelo fator $(1 - \alpha)$. Como os valores das velocidades são sempre inteiros, escolhe-se o inteiro mais próximo para o valor dessa expressão.

Para levar em consideração o movimento do veículo à frente do veículo analisado e comportamentos diferenciados dos motoristas, propõe-se uma política de antecipação diferenciada para cada motorista em cada instante

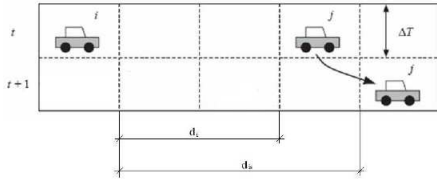


Figura 2: Representação da distância efetiva.

de tempo, definida pela escolha do valor de α . Para isso propõe-se que o valor de α , que determina o comportamento médio do motorista em determinada via, não seja constante e sim, definido por uma função densidade de probabilidade. Com isso, para realizar a escolha do α , utiliza-se o método de Monte Carlo (técnica da rejeição), que consiste em:

Dada a função $f : A \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = y$ onde

◇ A é o conjunto de valores que $\alpha \in [0, 1]$ pode assumir;

◇ $\int_0^1 f(x)dx = 1$;

a técnica da rejeição é dada pelo seguinte procedimento:

1. sorteia-se um par ordenado (x, y) ;
2. se $y > f(x)$ então o par é rejeitado e volta-se ao passo 1 senão vai pra 3;
3. $\alpha \leftarrow x$

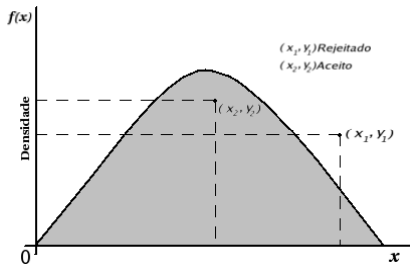


Figura 3: Técnica da rejeição.

Nos experimentos realizados utilizou-se $f(x)$ como uma função composta de três regiões, em que a soma das áreas S_1 , S_2 e S_3 é igual a 1, como apresentado na Figura 4.

Essa política de previsão de movimento pode, em alguns casos, provocar colisões irreais. Assim, quando $\alpha = 1$, não há política de antecipação e nunca ocorrerá uma colisão irreal. Para $\alpha = 0$ o motorista vai ajustar a velocidade de seu veículo supondo que será mantido um deslocamento uniforme do veículo à sua frente, ou seja, o veículo deslocará o mesmo número de

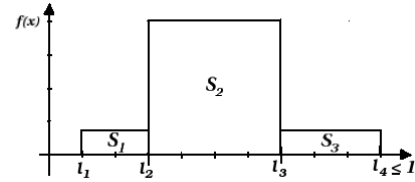


Figura 4: Distribuição de comportamentos.

células que no instante anterior. Isso nem sempre acontece e é esse fato que causa as possíveis colisões irreais.

Mesmo com $\alpha > 0$, variável, as colisões irreais podem acontecer quando existem veículos a uma pequena distância relativa do veículo à frente e esse anda menos do que o esperado, ou seja $v_{i+1}^t < (1 - \alpha)v_{i+1}^{t-1}$. Com o objetivo de evitar essas colisões propõe-se um procedimento que informa quando algum veículo desacelera bruscamente. Nesse caso a velocidade dos veículos que o antecedem é recalculada por um processo iterativo. Para avaliar se, com essa desaceleração brusca, haverá risco de colisões adota-se o seguinte procedimento:

a) o veículo analisado estima o quanto o veículo de trás espera que ele se movimente, ou seja:

$$(1 - \alpha_i)v_i^{t-1} \quad (3)$$

e considera-se $\alpha_i = \min(\alpha, \forall f(\alpha) \neq 0$, ou seja, $\alpha_i = l_1$ o menor valor de $\alpha \neq 0$ (Figura 4);

b) caso esse veículo considerado não possua a distância necessária para esse deslocamento, medido por:

$$(1 - \alpha)v_i^{t-1} > d_{is}^t \quad (4)$$

ele envia essa informação para que os veículos que o precedem tomem a atitude necessária. A essa alteração do movimento esperado chamou-se de “freada brusca”. Esse processo se repete iterativamente até que, com essa alteração do movimento esperado, não haja nenhum risco de colisão. Para avaliar se, com essa desaceleração, haverá risco de colisão utiliza-se a seguinte expressão:

$$(1 - \alpha).v_i^{t-1} > d_{is} \quad (5)$$

Com o objetivo de restringir o número de veículos que necessitam ter suas velocidades recalculadas propõe-se uma divisão da pista em *clusters*, feita de forma a separar os veículos em regiões de influência. Esse *cluster* é composto

por todos os veículos que serão influenciados por esta freada.

Um *cluster* sempre tem seu início determinado pela posição de um veículo que freou bruscamente e prossegue, no sentido contrário ao fluxo, até a posição de um veículo que tenha distância suficiente para não ser influenciado por eventual alteração de movimento do veículo à sua frente, ou seja, $v_i^t \leq d_i^{t-1}$. Em um mesmo *cluster* pode haver mais de um veículo que freou bruscamente.

As velocidades de todos os veículos de cada *cluster* onde houve uma freada brusca, serão recalculadas por um processo iterativo redefinindo-se, a cada iteração, um novo *cluster* de influência, se necessário. Esse processo se repete até que não haja risco de colisões em nenhum *cluster*. Esse procedimento foi incorporado ao modelo de antecipação, fornecendo o algoritmo:

Algoritmo do modelo de antecipação

Para todos os veículos faça

$$v_i^t = \min(v_i^{t-1} + 1, v_{max});$$

$$v_i^t = (v_i^t - 1) > 0 \text{ se } \xi < p;$$

α – Monte Carlo;

$$d_{is}^t = d_i^{t-1} + [(1 - \alpha) \cdot v_{i+1}^{t-1}];$$

$$v_i^t = d_{is}^t \text{ se } v_i^t > d_{is}^t;$$

Se $[(1 - \alpha)v_i^{t-1}] > d_{is}^t;$

define *clusters*;

Para todo veículo em um *clusters*

α – Monte Carlo;

$$d_{is}^t = d_i^{t-1} + [(1 - \alpha) \cdot v_{i+1}^t];$$

$$v_i^t = d_{is}^t \text{ se } v_i^t > d_{is}^t;$$

Se $[(1 - \alpha)v_i^t] > d_{is}^t;$

define novo *cluster*;

Para todos os veículos faça

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t.$$

onde ξ é uma variável aleatória.

Para testar diferentes comportamentos dos motoristas na via definiu-se três diferentes funções de densidade de probabilidade. Uma, onde os valores de α vão de 0 a 1, com 80% de probabilidade de estar entre 0,3 e 0,7. A essa distribuição chamou-se de baixa agressividade. Outra onde o valor máximo de $\alpha = 0,7$ e 80% dos valores estão entre 0,2 e 0,4, que foi chamada de média agressividade e finalmente o comportamento de alta agressividade onde $\alpha \leq 0,6$, com 90% dos valores menores que 0,2.

O resultado, apresentado na Figura 5, mos-

tra que para baixa agressividade embora a relação fluxo-densidade tenha melhora em relação NaSch e outros apresentados na bibliografia [1, 7], ele não representa bem a região de meta-estabilidade. Nos testes realizados observou-se que isso acontece sempre que os valores de α são escolhidos próximos de $\alpha = 1$, mesmo que com uma pequena probabilidade de ocorrência. No entanto, pode-se observar nas Figuras 6 e 7, que quanto maior for a agressividade, melhor representada é a região de meta-estabilidade. Nestes casos o algoritmo consegue captar tanto qualitativamente como quantitativamente o diagrama de fluxo-densidade esperado.

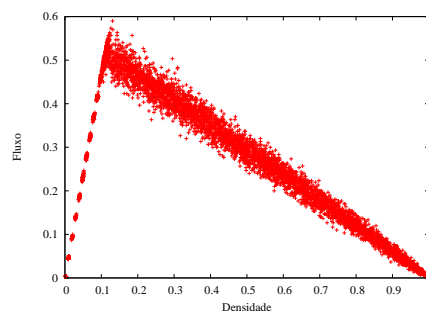


Figura 5: Fluxo por densidade com Baixa Agressividade.

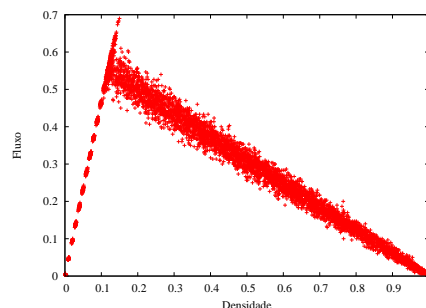


Figura 6: Fluxo por densidade com Média Agressividade.

4. Modelo multi-faixas

Para modelar outras situações, tais como vias com mais de uma faixa, apresenta-se uma extensão do modelo de antecipação proposto, para um modelo de autômatos celulares multi-faixas.

A maioria dos modelos de multi-faixas encontrados na bibliografia é dividida em dois passos independentes [5, 9]:

- regras de mudança de faixa, que são aplicadas simultaneamente para todos os veículos;

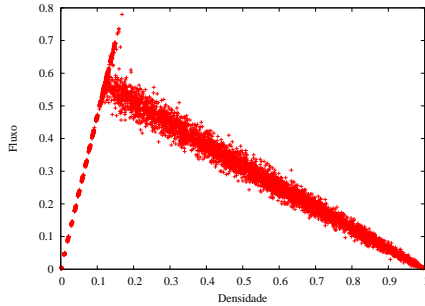


Figura 7: Fluxo por densidade com Alta Agresividade.

- um algoritmo de TCA (autômato celular para tráfego), de faixa única, para todas as faixas.

Supondo que os motoristas seguem o código de trânsito, um modelo que possa representar o fluxo de veículos nas estradas brasileiras precisa ser assimétrico, que é quando no tráfego existe preferência por algumas das faixas. Os efeitos esperados para este modelo são: apresentar o fenômeno de inversão do uso de faixa, baixo efeito ping-pong e o fluxo em cada faixa deve ser semelhante ao fluxo em modelos de faixa única.

As regras de mudança de faixa podem ser divididas em regras de motivação e regras de segurança:

i) As regras de motivação são aquelas que traduzem as razões que motivam um determinado motorista a mudar de faixa. Geralmente os motivos que determinam o desejo de mudança de faixa estão ligados a condições da faixa que o motorista está, por exemplo a posição e a velocidade dos veículos da mesma faixa. Representa-se por d a distância até o veículo à frente e v_F a velocidade desse veículo e d_T a distância para o veículo atrás e v_T a velocidade desse veículo.

ii) As regras de segurança são utilizadas quando um motorista está motivado a mudar de faixa. Neste caso o seu próximo passo é verificar se esta mudança pode ser efetuada, ou seja, se a faixa destino comporta seu veículo e sua velocidade.

Para esta avaliação cada motorista utiliza as informações dos veículos próximos a ele na faixa para a qual ele deseja realizar tal mudança.

Mesmo seguindo as leis de trânsito brasileiras, há a necessidade de simular a possibilidade

de uma ultrapassagem pela direita, no caso da pista da esquerda está impedida. Neste caso, mudança assimétrica de faixa, define-se uma regra para mudança da direita para a esquerda e uma da esquerda para a direita.

i) Mudança da direita para esquerda

A mudança da faixa da direita para a faixa da esquerda, nesse modelo, é realizada quando um motorista percebe que não poderá andar na velocidade máxima e quando o espaço na faixa da esquerda é maior que o da faixa da direita.

a) Regra de motivação

Para avaliar se um veículo está sendo bloqueado por outro utiliza-se a distância efetiva, ou seja, $d_s = d + [(1 - \alpha) \cdot v_F]$. Então o critério de motivação à mudança de faixa para esquerda é dado pela seguinte condição:

•Regra 1:

$$v \geq d_s$$

b) Regras de segurança

Para que a mudança de faixa possa ser realizada existe a necessidade de haver espaço suficiente para que o veículo possa realizar tal mudança com segurança, ou seja, o espaço efetivo à frente desse veículo na faixa da esquerda deve ser suficiente para seu deslocamento e o veículo não deve bloquear outros que já estão nesta faixa, ou seja:

•Regra 2:

$$v < d_{sFE} \quad \text{e} \quad d_{TE} > v_{TE}$$

Essas duas regras garantem que os veículos mudem de faixa sem haver perigo de colisões.

ii) Mudança da esquerda para direita

Como de acordo com o código brasileiro de trânsito as faixas da direita são destinadas a veículos lentos ou de grande porte, propõe-se as seguintes regras de motivação.

a) Regras de motivação

Quando um motorista que está à esquerda percebe a aproximação de um veículo mais rápido, este deve ir para a faixa da direita para dar passagem a este veículo mais rápido. Isso é viabilizado nas seguintes condições:

•Regra 3:

$$v < v_T \quad \text{e} \quad d_T < t_{h1} v_T.$$

Pode-se observar que nessa regra de motivação utiliza-se a noção de “distância temporal”, verificando se o veículo atrás está a menos de t_{h1} segundos do veículo considerado.

No caso do veículo da frente estar muito distante, o motorista também opta por mudar

para a pista da direita. Para simular essa inversão de pista utiliza-se a relação:

•Regra 4:

$$d > t_{h2}v.$$

Novamente utiliza-se a noção de “distância temporal”. Quando o veículo à frente está a mais de t_{h2} segundos de distância, então a pista tem sua densidade baixa naquele trecho e não existe a necessidade de permanecer na faixa da esquerda.

Para que um motorista fique motivado a mudar para a direita basta que uma das regras seja satisfeita. A *Regra 3* garante que os veículos mais lentos estarão na faixa da direita e a *Regra 4* garante a preferência dos motoristas pela pista da direita quando em trânsito livre, simulando assim o fenômeno de inversão do uso da faixa.

b) *Regras de segurança*

Para segurança da mudança de faixa utilizou-se regras análogas às utilizadas para mudança da direita para esquerda, ou seja:

•Regra 5

$$v < d_{sFD} \text{ e } d_{TD} > v_{TD}$$

Há também a necessidade de se prever situações onde a faixa da esquerda está bloqueada, como por algum acidente, necessitando de um desvio pela direita. Para se resolver essa situação adicionou-se, nesse caso, uma regra de mudança simétrica entre as faixas, que consiste em: caso o motorista, mesmo ao longe, perceba durante um determinado intervalo de tempo (b_{lk}) que o veículo à sua frente está parado, ele fica motivado a mudar de faixa.

•Regra 6

$$t_{blk} > b_{lk}.$$

5. Resultados

Para avaliar o comportamento do modelo de mudança de faixas, em relação a outros modelos propostos [2, 9], foi utilizado na *Regra 3*, $t_{h1} = 3$ e $t_{h2} = 6$ na *Regra 4* como sugerido em [2]. Apresenta-se, na Figura 8, a relação entre a frequência de mudanças de faixas e a densidade total da pista, para diferentes probabilidades de um motorista não realizar mudanças. Essa frequência de mudanças de faixas deve ter seu máximo em uma densidade $\rho = 0,5$, atingindo nesse ponto, o valor aproximado de 800 mudanças de faixas em um quilômetro por uma hora e deve tender a zero para altas e baixas densidades, como descrito em [2]. Como pode

ser visto na Figura 8 a inclusão da probabilidade de não mudar de faixa gera, como esperado, uma variação da frequência de mudanças alcançando o valor esperado com a probabilidade de 50%.

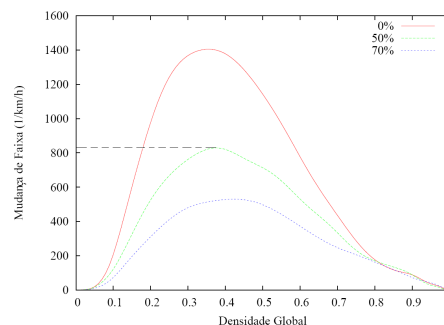


Figura 8: Frequência de mudanças de faixa.

A seguir apresenta-se, na Figura 9, o gráfico da inversão do uso de faixa, para o caso de probabilidade de 50% do motorista optar por não trocar de faixa, mesmo podendo. Pode-se observar que o algoritmo reproduz o efeito de inversão desejado, tendendo para uma utilização homogênea das faixas quando $\rho \rightarrow 1$. A escolha de t_{h1} e t_{h2} tem efeito neste gráfico, da seguinte forma: (i) alterando a densidade em que ocorre a inversão do uso, quando se altera t_{h1} , e (ii) o ponto máximo de uso da faixa da esquerda e o mínimo de uso da faixa da direita quando altera-se o valor de t_{h2} .

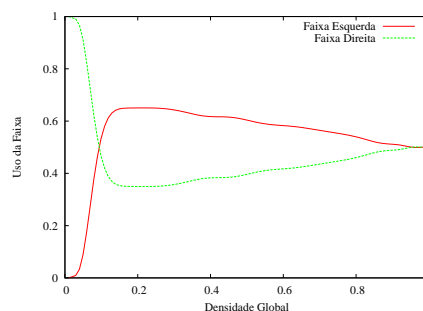


Figura 9: Distribuição do uso das faixas.

A Figura 10 apresenta o diagrama fundamental para cada faixa da via. Pode-se observar que o fluxo na faixa da esquerda não sofre alteração quando comparado com o modelo de faixa simples, enquanto que na faixa da direita tem-se uma pequena diminuição no fluxo. Esse efeito é esperado já que os veículos mais lentos mudam para a faixa da direita, contudo a capacidade para a faixa da esquerda não tem sua capacidade aumentada pela presença de veículos

rápidos, uma vez que sua capacidade continua a mesma.

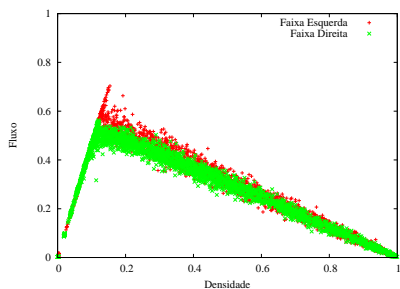


Figura 10: Diagrama fundamental para as duas faixas da pista.

6. Conclusões

Neste trabalho apresenta-se um modelo microscópico de simulação do tráfego viário, baseado em autômatos celulares. O modelo proposto é um procedimento explícito que, apesar disso, considera uma expectativa de movimento dos veículos no tempo considerado. Para evitar colisões irreais caso algum veículo não se movimente conforme esperado, propõe-se um processo iterativo que recalcula a velocidade de todos os veículos que podem ser afetados por essa mudança de expectativa. Além disso, possibilita-se a diferenciação do comportamento dos motoristas na via considerada, através da definição de uma função densidade de probabilidade.

Pode-se observar que a antecipação do movimento é indispensável para aumentar o fluxo de veículos em um modelo TCA, utilizando-se a probabilidades de randomização da velocidade sugeridos na bibliografia. Um dos grandes problemas da antecipação, o risco de acidentes irreais, pode ser solucionado com a adição de uma rotina explícita no tempo. Essa rotina recalcula a velocidade dos veículos por um processo iterativo e apesar disso não gera um grande aumento no número de cálculos e não torna o algoritmo implícito no tempo, [6].

O esquema de multi-faixas permite a simulação de situações mais reais e as regras propostas possibilitaram uma boa frequência de mudanças de faixas, apresentando resultados desejados para uma probabilidade de não realizar tais mudanças em 50% dos casos. O diagrama fundamental também apresenta bons resultados, qualitativos e quantitativos, se comparado a outros encontrados na bibliografia

[2, 4, 9] e com um número menor de parâmetros a serem ajustados.

Assim, o modelo proposto abre caminho para um estudo mais aprofundado da interação entre veículos, gerando assim a possibilidade de se desenvolver ferramentas de controle ou informação sobre a situação do tráfego, que possam resultar em uma melhora na qualidade de vida nos grandes centros urbanos.

Referências

- [1] D. Chowdhury, L. Santen, A. Schadschneider, Statistical physics of vehicular traffic and some related systems, *Physics Reports.*, 329, (2000) 199-329.
- [2] W. Knospe, L. Santen, A. Schadschneider e M. Schreckenberg, A realistic tow-lane traffic model for highway traffic, *J. Phys. A: Math. Gen.*, 35, (2002) 3369-3388.
- [3] M. Lárraga, J. del Río, A. Schadschneider, New kind of phase separation in a CA traffic model with anticipation, *J. Physica A: Math. Gen.*, 37, (2004) 3769-3781.
- [4] X.G. Li, B. Jia, Zi-You Gao and R. Jiang, A realistic two-lane cellular automata traffic model considering aggressive lane-changing behavior of fast vehicle, *Physica A*, 367, (2006) 476-486.
- [5] F. Li, X.Y. Zhang and Zi-You Gao, The effect of restricted velocity in two-lane on-ramp system, *Physica A*, 374, (2007) 827-834.
- [6] E. B. Lima, “Modelos microscópicos para simulação do tráfego baseados em autômatos celulares”, Dissertação de Mestrado, IC-UFF, 2007.
- [7] S. Maerivoet and B. Moor, Cellular automata models of road traffic, 419, *Physics Reports* (2005) 1-64.
- [8] K. Nagel e M. Schreckenberg, A cellular automaton model for freeway traffic, *J. Phys. I France*, 2, (1992) 2221-2229.
- [9] P. Wagner, K. Nagel, D. E. Wolf, Realistic multi-lane traffic rules for cellular automata, *Physica A*, 234, (1997) 687-698.