Aplicação de algoritmo evolucionário populacional ao problema de fluxo multiproduto inteiro

Fábio P. Mourão, **Sérgio R. de Souza**,
Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET-MG,
30510-000, Belo Horizonte, MG
E-mail: fabiomourao@dppg.cefetmg.br, sergio@dppg.cefetmg.br

Carlos A. Silva
Universidade de São Paulo - Departamento de Matemática Aplicada e Estatística
13560-970, São Carlos, SP
E-mail: calex@icmc.usp.br.

Resumo: *O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento de um algoritmo evolucionário populacional aplicado à solução do Problema de Fluxo Multiproduto Inteiro (PFMI). Este problema pertence à classe de problemas NP-difíceis, tendo forte aplicação de cunho econômico. O uso de técnicas heurísticas é justificada pela elevada dimensão do problema em relação à quantidade de variáveis e restrições. Assim, mesmo sem garantir otimalidade, técnicas heurísticas (locais e populacionais) podem conseguir boas soluções e em menor tempo computacional, quando comparadas a algoritmos exatos. Neste trabalho, é proposta uma abordagem do problema via algoritmos genéticos, associado a uma heurística de busca local, para resolver o PFMI capacitado. Busca-se determinar o fluxo dos produtos pelos arcos da rede ao menor custo possível, respeitando-se as restrições de conservação de fluxo e de capacidade. São desenvolvidas heurísticas aplicadas aos indivíduos da população inicial, em particular utilizando-se o Método da Descida Randômica. Para verificar a eficiência do algoritmo proposto, foram feitos testes computacionais com instâncias geradas pelo* ***GenMCF*** *(Generator Multicommodity Flow), desenvolvido por [1].*

1 Introdução

Os problemas de fluxo multiproduto apresentam, em geral, um elevado dimensionamento em relação ao número de variáveis envolvidas. Este fato motiva o uso de técnicas heurísticas e metaheurísticas na resolução desta importante classe de problemas que, apesar de não garantirem a otimimalidade da solução encontrada, podem levar à obtenção de soluções de boa qualidade e de baixo custo computacional, quando comparadas à utilização de métodos exatos de solução.

Problemas de Fluxo Multiproduto são relatados na literatura desde o início da década de 60, com as contribuições iniciais de [5] e [7], possuindo uma larga variedade de aplicações. De forte importância, na atualidade, são suas aplicações no estudo de problemas de roteamento de tráfego na internet, apresentadas, por exemplo, em [2] e [3].

2 Trabalhos Relacionados

A computação evolutiva engloba várias técnicas de resolução de problemas complexos de busca e de aprendizagem, baseando-se na simulação de processos da teoria da evolução. Nesta seção, são relatados trabalhos sobre o PFMI utilizando algoritmo genético. Em [4], é descrito um problema de otimização aplicado ao roteamento do tráfego na internet, dado um conjunto de demandas (pacotes de dados), com o objetivo de minimizar o congestionamento na rede. É apresentado um algoritmo genético para resolver o problema, sendo os resultados comparados com os resultados mais conhecidos obtidos por heurísticas aplicadas especificamente a este tipo de problema. O algoritmo proposto foi capaz de produzir soluções de boa qualidade para a maioria das instâncias testadas.

Em [11], o autor utiliza o método estocástico *simulated allocation* em problemas de fluxo multiproduto inteiro capacitado e não-capacitado. Os testes incidem em um problema da mochila múltipla e uma rede de telecomunicação. Um algoritmo genético é comparado à heurística estocástica, que, apesar de não superar os resultados do *simulated allocation*, produz soluções bem próximas e de boa qualidade em um tempo computacional razoável.

3 Modelagem Matemática

O problema é modelado através de uma rede identificada por um grafo, cujos nós representam pontos de oferta e demanda de determinados produtos, os quais trafegam pelos arcos da rede. Os arcos são capacitados e possuem um custo associado a cada produto. O problema se apresenta quando vários produtos compartilham os arcos da rede e competem pela capacidade dos mesmos, sendo o objetivo o de determinar, ao menor custo, o fluxo de produtos na rede, de maneira a atender quatro conjuntos de restrições: restrição de conservação de fluxo, restrição de capacidade, restrição de linearidade e restrição de integralidade. Neste trabalho foi estudado o problema de fluxo multiproduto não-bifurcado, que consiste em não dividir o fluxo de cada produto pelos arcos da rede, fazendo-os trafegar de forma inteira. As restrições de conservação de fluxo desempenham o papel de gerenciar o fluxo dos produtos pelos arcos da rede que saem de um ponto de oferta e chegam a um ponto de demanda. As restrições de capacidade limitam o fluxo dos produtos, de modo que em nenhum arco trafegue uma quantidade de produtos superior à capacidade suportada por ele. A restrição de linearidade vem da formulação matemática do problema e a restrição de integralidade, garante que as variáveis de interesses sejam inteiras e não-negativas.

A formulação matemática do PFMI abordado é dada por:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & z = cx && (1)\\
\text{suj. a} \quad & Nx^i = b^i, \quad i = 1, ..., p && (2)\\
& \mathbf{I}x \le u && (3)\\
& x \in Z_+ && (4)
\end{aligned}
$$

sendo $a = |\mathcal{A}|$ arcos, $n = |\mathcal{N}|$ nós e $p = |\mathcal{P}|$ produtos.

A expressão (1) representa a função objetivo a ser minimizada, considerando $c \in Z^{p \times a}$ a matriz de custo associada. A expressão (2) refere-se à restrição de conservação de fluxo, de modo que $N \in Z^{n \times a}$ é a matriz de incidência nó-arco; $x^i \in Z^a$ é o vetor de fluxo do produto i; $b^i \in Z^n$ é o vetor oferta/demanda para o produto i. A expressão (3) refere-se à restrição de capacidade, para $\mathbf{I} \in Z^{a \times pa}$ um vetor composto de p matrizes identidades de ordem a; $x \in Z^{a \times p}$ é a matriz de fluxo; $u \in Z^a$ o vetor de capacidade dos arcos.

4 Algoritmos genéticos

Nesta seção, será feita uma breve revisão bibliográfica sobre algoritmos genéticos (AG's). A formulação inicial para os algoritmos genéticos é devida a Holland [8], em 1975. A partir dos anos 80, os algoritmos genéticos passaram a ser utilizados para a solução de problemas diversos de otimização, em especial envolvendo problemas para os quais os algoritmos exatos desenvolvidos não obtiveram sucesso em sua resolução ou, de outro lado, possuem alto custo computacional.

Os algoritmos genéticos mantém uma população (soluções) que, durante cada geração, passa a ser qualifcada por sua efetividade como solução predominante. Uma nova população candidata é formada por operadores genéticos, como o operador de reprodução (seleção), o operador de cruzamento (recombinação) e o operador de mutação. Um fato importante para a eficácia do método incide sobre a escolha dos operadores de cruzamento e mutação.

Os Algoritmos Genéticos reproduzem um modelo simplifcado de evolução das espécies através de iterações. Partindo de uma população inicial, é associado, a cada indivíduo desta população, um valor de aptidão, que determina o quanto um indivíduo está adaptado ao ambiente em que vive, determinando suas chances de sobrevivência. Após um processo de seleção, os indivíduos escolhidos para permanecer na população são, então, recombinados, através de cruzamentos (ou recombinações) e mutações. A partir daí, o processo se repete, sendo que, a cada iteração, deseja-se obter um melhor valor de aptidão médio para a população. A Figura 1 mostra o pseudocódigo de um AG básico.

```
procedimento AG
1)   t ← 0;
2)   Gere a população inicial P(t);
3)   Avalie P(t);
4)   enquanto (os critérios de parada
         não estiverem satisfeitos) faça
5)       t ← t + 1;
6)       Gere P(t) a partir de P(t − 1);
7)       Avalie P(t);
8)       Defina a população sobrevivente;
9)   fim-enquanto;
fim AG;
```

Figura 1: Pseudo código de um Algoritmo Genético básico.

Na operação de recombinação, os genes de dois pais são combinados, de forma a gerar filhos, sendo que, em cada filho, há um conjunto de genes de cada um dos pais. A operação de mutação altera aleatoriamente uma parte dos genes de cada indivíduo-pai. É importante lembrar que as escolhas dos parâmetros do AG tem impacto direto no desempenho do mesmo.

5 Algoritmo genético aplicado ao PFMI

Nesta seção, são discutidas características específicas do AG aplicado ao problema de fluxo multiproduto inteiro.

- **Representação da solução:** A matriz solução é uma matriz de dimensão $a \times p$, na qual são representados os fluxos dos produtos em cada arco.
- **Representação da população:** A representação da solução é feita na forma de uma estrutura de dados, onde cada registro contém três campos: um para alocar a matriz-solução, outro para o valor da função objetivo associada ao indivíduo; e outro para armazenar o valor da função de aptidão.
- **Geração da População Inicial:** Para gerar os indivíduos da população inicial, foi implementada uma heurística construtiva, que garante factibilidade quanto às restrições de conservação de fluxo e ainda mantém a aleatoriedade, característica marcante em algoritmos genéticos. Em cada indivíduo da população inicial, foi aplicado o Método de Descida Randômica, por apresentar um baixo custo computacional quando comparado a outras heurísticas de busca local, a fim de melhorar a solução, reduzindo ou, até mesmo, em alguns casos, eliminando as violações quanto às restrições de capacidade.
- **Seleção:** A seleção dos indivíduos para a recombinação é feita de forma aleatória entre todos os indivíduos da população, sendo que cada indivíduo possui probabilidade uniforme.
- **Cruzamento:** Seleciona-se aleatoriamente dois pais. Escolhe-se um ponto de corte menor do que a quantidade de produtos, e, em seguida, gera-se dois filhos, sendo que "Filho 1" terá as colunas correspondentes ao produto 1 até o ponto de corte do pai 1, e as demais colunas do pai 2; "Filho 2" terá as colunas correspondentes ao produto 1 até o ponto de corte do pai 2, e as demais colunas do pai 1. É gerada uma quantidade de filhos igual à metade do tamanho da população.
- **Mutação:** Não foi utilizado nenhum operador de mutação.
- **Eliminação:** Sendo $nind$ o número total de indivíduos, são trocados os $nind/2$ piores indivíduos, sendo esses substituídos pelos filhos gerados. Os $nind/2$ melhores indivíduos da população anterior são mantidos e a magnitude da população também continua a mesma.
- **Função Objetivo:** A função objetivo é definida como $\mathbf{Tr}(cx)$.
- **Função de Aptidão:** A função de aptidão é definida como sendo a função objetivo, somada ao produto de uma constante pelo total de violações presentes nos arcos, ou seja, para o cálculo da função de aptidão, é preciso o somatório das violações de todos os arcos. Assim, a função de aptidão é definida como $\mathbf{Tr}(cx + \alpha\ \nu)$, sendo ν correspondente ao somatório das violações.

6 Resultados computacionais

Foram testadas instâncias pertencentes ao pacote *carbim*, apresentadas em [1] e geradas aleatoriamente pelo *GenMCF*, desenvolvido por [1]. Os parâmetros foram ajustados de acordo com as instâncias, sendo que na Tabela 1, os parâmetros são:

- $nind = 300$;
- $\alpha = 20000$;
- $maxger : 80$;
- $n_filhos = nind/2$;
- $itermax = 90$.

O parâmetro $itermax$ corresponde ao número de iterações sem melhora no método da Descida Randômica. Para as instâncias da Tabela 2, foram usados os seguintes parâmetros:

- $nind = 100$;
- $\alpha = 50000$;
- $maxger : 80$;
- $n_filhos = nind/2$;
- $itermax = 180$.

A diferença dos parâmetros usados se justifica pelo dimensionamento das instâncias quanto à quantidade de arcos, produtos e nós. As instâncias da Tabela 1 possuem um menor dimensionamento em relação à quantidade de arcos, possuindo, cada uma, 32 nós, 96 arcos e 48 produtos. Já as instâncias apresentadas na Tabela 2 possuem 32 nós, 320 arcos e 48 produtos. Obviamente, o números de soluções possíveis para o problema é maior para as instâncias apresentadas na Tabela 2.

Instância	Função Objetivo	Função Aptidão
bl01	1663299	1683299
bl02	1785044	2005044
bl03	16767	396763
bl04	19254	779254

Tabela 1: Instâncias com 32 arcos.

Instância	Função Objetivo	Função Aptidão
bl05	539680	539680
bl06	484779	484779
bl07	6133	6133
bl08	5893	5893

Tabela 2: Instâncias com 320 arcos.

Conclusões

As características das instâncias influenciaram na solução final, além dos parâmetros escolhidos, pois o algoritmo encontrou dificuldade para chegar a uma solução factível em instâncias cuja relação $\frac{{}^{total}\text{arcos}}{{}^{total}\text{produtos}}$ é menor, como no caso das instâncias apresentadas na Tabela 1, onde, além desse problema, houve convergência prematura para valores pequenos de *nind*. Na tentativa de resolver este último problema, o valor de *nind* foi aumentado, na busca de maior diversidade das soluções. Em instâncias com maiores quantidades de arcos, o algoritmo encontrou maior facilidade na busca de uma solução boa. Os melhores resultados foram encontrados nas instâncias apresentadas na Tabela 2, por apresentarem maior dimensionamento quanto à quantidade de arcos, sendo a mesma quantidade de nós e produtos das instâncias apresentadas na Tabela 1.

Referências

[1] F. P. Alvelos, Branch-and-price and multicommodity flows, Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas), 2005.

[2] L.S. Buriol, Roteamento do tráfego na internet: algoritmos para projeto e operação de redes com protocolo OSPF, Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), FEEC/UNICAMP, 2003.

[3] Resende, M. G. C. e Ribeiro, C. C. (2003). A GRASP with path-relinking for private virtual circuit routing, *Networks*, v. 41, n. 2, p. 104-114.

[4] Erickson, M. Resende, M.G.C e Pardalos, P.M. (2002). A genetic algorithm for the weight setting problem in OSPF routing, *Combinatorial Optimization*, v. 6, n. 3, p. 299-333.

[5] D. R. Fulkerson and L.R. Ford. Flows in networks, Technical report, Princeton University Press, 1962.

[6] Tailard E. e Agazzi G. Gambardela, L. M. A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows. In D. et al. Corne, editor, New Ideas in Optimization.

[7] T.C. Hu., Multicommodity network flows Operations research, Vol. 11, 344-360, (1963).

[8] Holland J., Adaptation in Natural and Artifcial Systems, University of Michigan Press, Ann Arbor, (1975).

[9] R. Milidiu. Um algoritmo grasp para o problema de transporte de derivados de petróleo em oleodutos, In Anais do XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 237-246, (2001).

[10] R. R. Schultz, G. L. e Meyer, An interior point method for block angular optimization, *SIAM Journal on Optmization*, 42, (1991).

[11] Pioró, M. e Gajowniczek, P., Solving Multicommodity Integral Fow problem by simulated allocation, *Telecommunication Systems*, v. 7, 17-28, (1997).