

# Técnicas de Parametrizações na Solução de Sistemas de Equações Não Lineares do Fluxo de Carga Continuado

## Alfredo Bonini Neto

Departamento de Engenharia Elétrica, FEIS, UNESP  
15385-000, Ilha Solteira, SP  
E-mail: [alfredoneto@aluno.feis.unesp.br](mailto:alfredoneto@aluno.feis.unesp.br)

## Ênio Garbelini

Departamento de Engenharia Elétrica, FEIS, UNESP  
15385-000, Ilha Solteira, SP  
E-mail: [eniog@aluno.feis.unesp.br](mailto:eniog@aluno.feis.unesp.br)

## Dilson Amâncio Alves

Departamento de Engenharia Elétrica, FEIS, UNESP  
15385-000, Ilha Solteira, SP  
E-mail: [dalves@dee.feis.unesp.br](mailto:dalves@dee.feis.unesp.br)

**Resumo:** *Este trabalho apresenta uma técnica de parametrização para encontrar soluções de sistemas de equações não lineares do fluxo de carga continuado (FCC). Esta técnica possibilita o traçado completo da trajetória de soluções (TS) das equações não lineares, bem como elimina o mau-condicionamento da matriz Jacobiana (J) no ponto crítico da TS. É neste ponto que a matriz J torna-se singular, ou seja, o determinante é nulo. A técnica apresentada é de fácil implementação, onde é utilizado o método de Newton-Raphson (NR) com pequenas modificações.*

## 1-Introdução

O cálculo de fluxo de carga em uma rede de energia elétrica consiste essencialmente na determinação do estado da rede. Esta rede é composta de uma barra de referência (barra  $V\theta$ ) que fornece a referência angular, barras de geração (barras  $PV$ ) que geram energia elétrica, como uma usina hidroelétrica, barras de carga (barras  $PQ$ ) que consome energia, como uma cidade, linhas de transmissão (LT), que ligam uma barra a outra e transformadores que elevam e diminuem a tensão. O problema do fluxo de carga pode ser formulado por um sistema de equações e inequações algébricas não lineares que correspondem, respectivamente, às leis de Kirchhoff e a um conjunto de restrições operacionais da rede elétrica e de seus componentes [1]. Na formulação mais simples do problema (formulação básica), a cada barra

da rede são associadas quatro variáveis, sendo que duas delas entram no problema como dados e duas como incógnitas.

$V_k$  – magnitude da tensão nodal

$\theta_k$  – ângulo da tensão nodal

$P_k$  – geração líquida de potência ativa

$Q_k$  – injeção líquida de potência reativa

Dependendo de quais variáveis nodais entram como dados e quais são consideradas como incógnitas, definem-se três tipos de barras:

$PQ$  – são dados  $P_k$  e  $Q_k$ , e calculados  $V_k$  e  $\theta_k$

$PV$  – são dados  $P_k$  e  $V_k$ , e calculados  $Q_k$  e  $\theta_k$

$V\theta$  – são dados  $V_k$  e  $\theta_k$ , e calculados  $P_k$  e  $Q_k$

O conjunto de equações do problema do fluxo de carga é formado por duas equações para cada barra, embora este trabalho tem por objetivo calcular apenas o subsistema 1, ou seja, calcular  $V$  e  $\theta$  para todas as barras, cada uma delas representando o fato de as potências ativas e reativas injetadas em uma barra serem iguais à soma dos fluxos correspondentes que deixam a barra através de linhas de transmissão, transformadores, etc. Isso corresponde à imposição das Leis de Kirchhoff e pode ser expressa matematicamente como se segue:

$$P_k(q, \underline{V}) = G_k V_k^2 - V_k \sum_{l \in \Omega_k} V_l (g_{kl} \cos \theta_{kl} + b_{kl} \sin \theta_{kl})$$

$$Q_k(q, \underline{V}) = -B_k V_k^2 - V_k \sum_{l \in \Omega_k} V_l (g_{kl} \sin \theta_{kl} - b_{kl} \cos \theta_{kl})$$

(1)

onde  $\Omega_k$  é o conjunto de todas as barras diretamente conectadas à barra  $k$ . Lembrando que quanto maior forem os números de barras (usinas, cidades) maior é o sistema de equações não lineares e maiores são as equações. Em [1] pode-se ver com maiores detalhes as deduções das equações.

## 2-Método de NR para Solução das Equações Não Lineares do Fluxo de Carga

Subsistema 1 (dimensão: 2 NPQ+NPV)

Neste subproblema são dados  $P_k$  e  $Q_k$  nas barras  $PQ$  e  $P_k$  e  $V_k$  nas barras  $PV$ ; pretende-se calcular  $V_k$  e  $\theta_k$  nas barras  $PQ$ , e  $\theta_k$  nas barras  $PV$ . Ou seja, trata-se de um sistema de 2 NPQ + NPV equações algébricas não lineares com o mesmo número de incógnitas

$$\text{Seja } G(\underline{\theta}, \underline{V}) = 0 \quad (2)$$

ou:

$$\underline{\Delta P} = \underline{P}^{esp} - \underline{P}(\underline{q}, \underline{V}) = 0 \quad (3)$$

$$\underline{\Delta Q} = \underline{Q}^{esp} - \underline{Q}(\underline{q}, \underline{V}) = 0$$

onde  $G(\theta, V)$  são as equações básicas do FC,  $V$  é o vetor das magnitudes das tensões nodais e  $\theta$  é o vetor do ângulo das tensões nodais,  $P_{esp} = P_g^{esp} - P_c^{esp}$  é a diferença entre as potências ativas geradas e consumidas para as barras de carga ( $PQ$ ) e de geração ( $PV$ ) e  $Q_{esp} = Q_g^{esp} - Q_c^{esp}$  é a diferença entre as potências reativas geradas e consumidas para as barras  $PQ$ .  $P(\theta, V)$  e  $Q(\theta, V)$  é o sistema de equação (1).

Este sistema de equações algébricas não lineares pode ser resolvido por um número muito grande de métodos [2], sendo que o mais eficiente é o método de NR, onde será aplicado na resolução do subsistema 1 a seguir:

*i)* Fazer  $v = 0$  e escolher os valores iniciais do ângulo das tensões das barras  $PQ$  e  $PV$  ( $\underline{\theta} = \underline{\theta}^0$ ), e as magnitudes das tensões das barras  $PQ$  ( $\underline{V} = \underline{V}^0$ ).

*ii)* Calcular  $\underline{P}$  ( $\underline{\theta}^v, \underline{V}^v$ ) para as barras  $PQ$  e  $PV$  e  $\underline{Q}$  ( $\underline{\theta}^v, \underline{V}^v$ ) para as barras  $PQ$ , e determinar os mismatches  $\underline{\Delta P}^v$  e  $\underline{\Delta Q}^v$ .

*iii)* Testar convergência: se  $Max\{|\underline{\Delta P}^v|\} \leq \varepsilon_p$  e  $Max\{|\underline{\Delta Q}^v|\} \leq \varepsilon_q$ , o processo

iterativo convergiu para a solução ( $\underline{\theta}^v, \underline{V}^v$ ); caso contrário passar para (*iv*).

*iv)* Calcular a matriz  $J$

$$J(\underline{q}^v, \underline{V}^v) = \begin{bmatrix} H(\underline{q}^v, \underline{V}^v) & N(\underline{q}^v, \underline{V}^v) \\ M(\underline{q}^v, \underline{V}^v) & L(\underline{q}^v, \underline{V}^v) \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde as componentes das submatrizes Jacobianas  $H$ ,  $N$ ,  $M$  e  $L$  são dadas por:

$$H \left\{ \begin{array}{l} H_{kl} = \partial P_k / \partial q_l = V_k V_l (G_{kl} \text{sen} q_{kl} - B_{kl} \text{cos} q_{kl}) \\ H_{kk} = \partial P_k / \partial q_k = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{l \in K} V_l (G_{kl} \text{sen} q_{kl} - B_{kl} \text{cos} q_{kl}) \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$N \left\{ \begin{array}{l} N_{kl} = \partial P_k / \partial V_l = V_k (G_{kl} \text{cos} q_{kl} + B_{kl} \text{sen} q_{kl}) \\ N_{kk} = \partial P_k / \partial V_k = V_k G_{kk} + \sum_{l \in K} V_l (G_{kl} \text{cos} q_{kl} + B_{kl} \text{sen} q_{kl}) \end{array} \right\} \quad (6)$$

$$M \left\{ \begin{array}{l} M_{kl} = \partial Q_k / \partial q_l = -V_k V_l (G_{kl} \text{cos} q_{kl} + B_{kl} \text{sen} q_{kl}) \\ M_{kk} = \partial Q_k / \partial q_k = -V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{l \in K} V_l (G_{kl} \text{cos} q_{kl} + B_{kl} \text{sen} q_{kl}) \end{array} \right\} \quad (7)$$

$$L \left\{ \begin{array}{l} L_{kl} = \partial Q_k / \partial V_l = V_k (G_{kl} \text{sen} q_{kl} - B_{kl} \text{cos} q_{kl}) \\ L_{kk} = \partial Q_k / \partial V_k = -V_k B_{kk} + \sum_{l \in K} V_l (G_{kl} \text{sen} q_{kl} - B_{kl} \text{cos} q_{kl}) \end{array} \right\} \quad (8)$$

$(\underline{\theta}^{v+1}, \underline{V}^{v+1})$  Determinar a nova solução

$$\begin{aligned} \underline{q}^{v+1} &= \underline{q}^v + \underline{\Delta q}^v \\ \underline{V}^{v+1} &= \underline{V}^v + \underline{\Delta V}^v \end{aligned} \quad (9)$$

sendo  $\underline{\Delta \theta}^v$  e  $\underline{\Delta V}^v$  determinados resolvendo-se o sistema linear

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta P}(\underline{q}^v, \underline{V}^v) \\ \underline{\Delta Q}(\underline{q}^v, \underline{V}^v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(\underline{q}^v, \underline{V}^v) & N(\underline{q}^v, \underline{V}^v) \\ M(\underline{q}^v, \underline{V}^v) & L(\underline{q}^v, \underline{V}^v) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta q}^v \\ \underline{\Delta V}^v \end{bmatrix} \quad (10)$$

*vi)* Fazer  $v + 1 \rightarrow v$  e voltar para o passo (*ii*).

Supondo que na segunda iteração o método de NR anteriormente visto convergisse, ou seja, se  $Max\{|\underline{\Delta P}^v|\} \leq \varepsilon_p$  e  $Max\{|\underline{\Delta Q}^v|\} \leq \varepsilon_q$ , então os valores de  $\underline{\theta}$  e  $\underline{V}$  seria, ver figura 1.

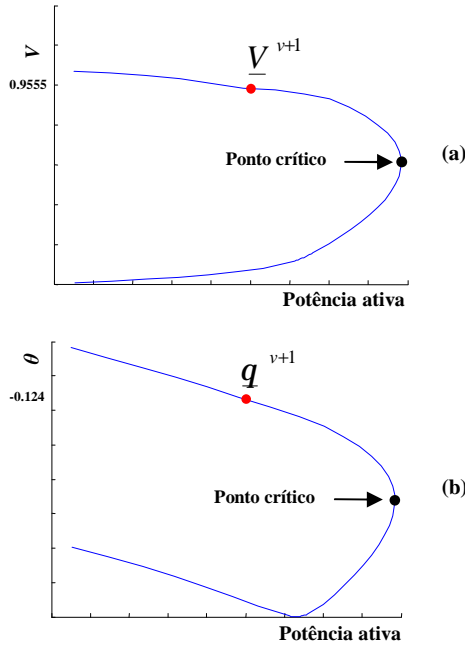


Figura 1: Curvas TS de uma rede de duas barras ( $V\theta$  e  $PQ$ ): (a)  $V$  em função de  $P$ , (b)  $\theta$  em função de  $P$ , (obter os  $V_k$  e os  $\theta_k$  de todas as equações não lineares, subsistema 1) pelo método de NR.

### 3- Sucessivas Soluções do Método de NR para Obtenção da TS das Equações Não Lineares

A TS das equações não lineares pode ser obtida por meio de sucessivas soluções do método de NR, a partir de um caso base até próximo ao ponto crítico, para incrementos graduais da carga. Em geral a equação do fluxo de carga (FC), equação (2) e (3) pode ser reescrita como:

$$G(\underline{\theta}, \underline{V}, I) = 0 \quad (11)$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} \Delta P &= I \underline{P}^{esp} - P(q, \underline{V}) = 0 \\ \Delta Q &= I \underline{Q}^{esp} - Q(q, \underline{V}) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

estas equações diferem das equações (2) e (3) devido à inclusão da variável  $\lambda$ , onde  $\lambda$  é o fator de carregamento. O traçado da trajetória de solução é efetuado através de sucessivos incrementos dessa nova variável, ver figura 2, (a) e (b). Mas esta técnica não é muito viável para efeitos de precisão, pois o método diverge próximo ao ponto crítico, devido à

singularidade da matriz  $J$  do método de NR, figura 2(c).

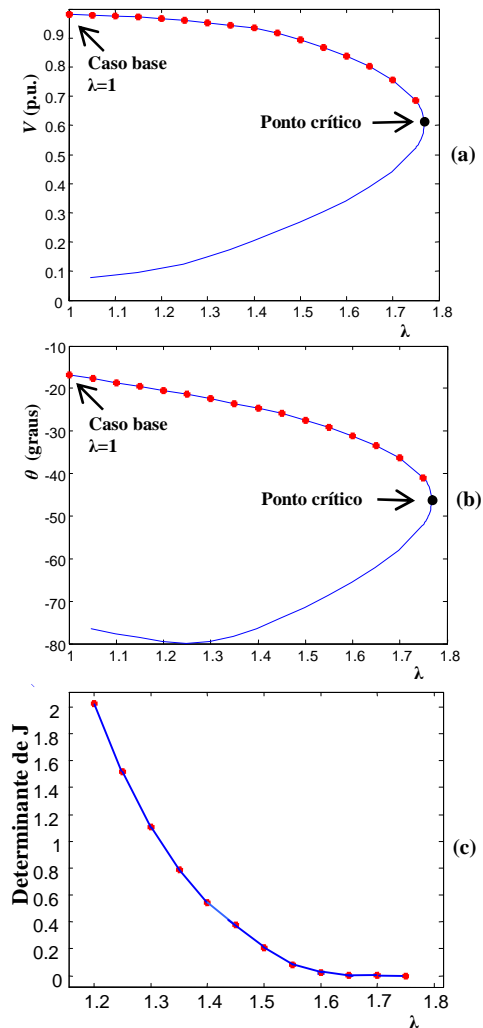


Figura 2: Curvas TS utilizando sucessivas soluções do método NR: (a) ( $V$  em função de  $\lambda$ ), (b)  $\theta$  em função de  $\lambda$ , (c) determinante da matriz  $J$ .

### 4-Técnicas de Parametrizações Propostas

A técnica é inicializada utilizando as equações (12), mas como agora é especificado um parâmetro. Utiliza-se então o método de Newton-Rapson ligeiramente modificado (NRM), como o sistema de equações (12) possui uma incógnita a mais que o número de equações, será introduzido ao sistema à equação  $e_k^* \Delta_k = 0$ , onde o vetor  $e_k$  conterá  $I$  apenas na coluna correspondente ao novo parâmetro  $y = \underline{\theta}, \underline{V}$  ou  $\lambda$ , ou seja, na coluna  $G_{\underline{\theta}}, G_{\underline{V}}$  ou  $G_{\lambda}$  [3] e [4].

$$\begin{bmatrix} G_\theta & G_V & -G_\lambda \\ & e_k & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = J_m \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

onde  $G_\theta = [\partial P/\partial\theta^T \ \partial Q/\partial\theta^T]^T$ ,  $G_V = [\partial P/\partial V^T \ \partial Q/\partial V^T]^T$  e  $G_\lambda = [P^{esp} \ Q^{esp}]^T$  são as derivadas parciais de  $G$  em relação a  $\underline{q}$ ,  $\underline{V}$  e  $\lambda$ , respectivamente.  $G_\theta$  e  $G_V$  compõem a matriz  $J$  do método de NR convencional. Acresce-se a  $J$  uma coluna ( $-G_\lambda$ ) correspondente a nova variável  $\lambda$

Calculado um valor para o caso base  $\lambda=1$ , obtém-se o valor de  $y$  ( $\theta$ ,  $\underline{V}$  ou  $\lambda$ ) inicial basta dar o valor para o passo de  $y$  ( $y_{k+1} = y_k -$  passo) e obter a curva TS desejada para o parâmetro escolhido, então para cada passo a equação (13) fornecerá o novo valor de  $y$  obtendo a curva TS. A escolha do parâmetro é de muita importância. Para estas equações se fosse escolhido o parâmetro  $\lambda$  haveria singularidade da matriz  $J$  da mesma forma que o método de NR convencional.

Supondo que agora o  $\theta$  fosse utilizado como parâmetro, a figura 3 mostra a TS de  $\theta_k$  para cada  $\lambda$ , a equação (13) passaria a ser:

$$\begin{bmatrix} G_\theta & G_V & -G_\lambda \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = J_m \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

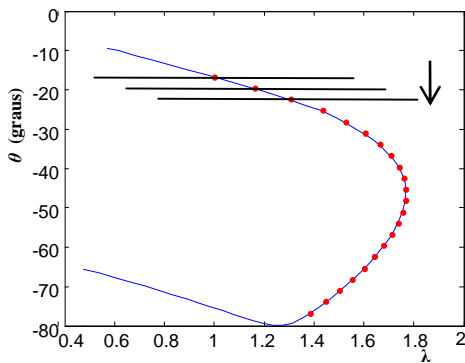


Figura 3: Curvas TS:  $\theta$  em função de  $\lambda$  pelo método de NRM.

O mesmo procedimento é utilizado quando utiliza o  $\underline{V}$  ou  $\lambda$  como parâmetro, a diferença é no vetor  $e_k$ , ou seja, onde é colocado o número 1.

## 5- Aplicações

Exemplo do método de NR para uma rede de duas barras

Barra	Tipo	P	Q	V	$\theta$
1	V $\theta$	----	----	1.1	0
2	PQ	-0.15	-0.1	*	*

Tabela 1: Dados da barra

L.T.	r	x
1-2	0.2	1

Tabela 1: Dados da linha

O sistema de equações não lineares é:

$$P_2 = V_2^2 G_{22} + V_2 V_1 (G_{21} \cos q_{21} + B_{21} \sin q_{21})$$

$$Q_2 = -V_2^2 B_{22} + V_2 V_1 (G_{21} \sin q_{21} - B_{21} \cos q_{21})$$

A matriz Jacobiana é:

$$J(q_2, V_2) = \begin{bmatrix} H_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial q_2} & N_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial V_2} \\ M_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial q_2} & L_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} \end{bmatrix}$$

Os valores obtidos na segunda iteração da resolução do subsistema 1 pelo método de NR são:

$$* \quad q_2^{(2)} = -0.1240 \text{ rad. ou } -7.1047 \text{ graus}$$

$$V_2^{(2)} = 0.9555$$

Agora com graduais aumentos (passo de 0.05) na potência ativa, observe a tabela 1.

Tabela 1: TS do sistema de equações não lineares do FCC obtidos pelo NR

P	$V_2$	$\theta_2$ (graus)
0.15	0.9555	-7.1047
0.20	0.9329	-10.1012
0.25	0.9043	-13.3671
0.35	0.8135	-21.6406
0.40	0.6981	-29.6563
0.45	O programa não convergiu	

Ao aplicar o método NRM com  $V_2$  como parâmetro para a rede de duas barras do exemplo anterior, pode-se notar que não haverá mais problema com a singularidade devido à linha e a coluna acrescida a matriz  $J$ .

A tabela 2 mostra os valores das incógnitas  $V_2$  e  $\theta_2$  obtidas pelo método de NRM com passo de 0.05.

Com isso a matriz  $J$  passa a ser:

$$J(q_2, V_2, I) = \begin{bmatrix} H_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial q_2} & N_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial I} \\ M_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial q_2} & L_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial I} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabela 2: TS do sistema de equações não lineares do FCC obtidos pelo NRM

$\lambda$	$V_2$	$\theta_2$ (graus)
1.0000	0.9555	-7.1049
1.2518	0.9055	-9.4033
1.4602	0.8555	-11.6374
1.6276	0.8055	-13.8156
1.7561	0.7555	-15.9447
1.8478	0.7055	-18.0308
1.9042	0.6555	-20.0788
<b>**1.9270</b>	<b>0.6055</b>	<b>-22.0934</b>
1.9177	0.5555	-24.0785
1.8776	0.5055	-26.0376
1.8079	0.4555	-27.9740
1.7099	0.4055	-29.8905
1.5847	0.3555	-31.7898
1.4333	0.3055	-33.6745
1.2569	0.2555	-35.5469
1.0563	0.2055	-37.4091
0.8327	0.1555	-39.2632
0.5870	0.1055	-41.1114

\*\* ponto crítico

Desempenho para um sistema de três barras.

Barra	Tipo	P	Q	V	$\theta$
1	V $\theta$	-----	-----	1.0	0.0
2	PQ	-0.05	-0.02	*	*
3	PV	-0.15	-----	0.98	*

O sistema de equações não lineares para resolução do subsistema 1 (2 NPQ+NPV) é:

$$P_2 = V_2^2 G_{22} + V_2 V_1 (G_{21} \cos q_{21} + B_{21} \sin q_{21}) + V_2 V_3 (G_{23} \cos q_{23} + B_{23} \sin q_{23})$$

$$P_3 = V_3^2 G_{33} + V_3 V_1 (G_{31} \cos q_{31} + B_{31} \sin q_{31}) + V_3 V_2 (G_{32} \cos q_{32} + B_{32} \sin q_{32})$$

$$Q_2 = -V_2^2 B_{22} + V_2 V_1 (G_{21} \sin q_{21} - B_{21} \cos q_{21}) + V_2 V_3 (G_{23} \sin q_{23} - B_{23} \cos q_{23})$$

A matriz  $J$  do método de NR agora passa a ser:

$$J_2(q_2^{(0)}, q_3^{(0)}, V_2^{(0)}) = \begin{bmatrix} H_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial q_2} & H_{23} = \frac{\partial P_2}{\partial q_3} & N_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial V_2} \\ H_{32} = \frac{\partial P_3}{\partial q_2} & H_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial q_3} & N_{32} = \frac{\partial P_3}{\partial V_2} \\ M_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial q_2} & M_{23} = \frac{\partial Q_2}{\partial q_3} & L_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} \end{bmatrix}$$

### 5.1-Resolução pelo método de NR

A figura 4(a) mostra o valores da incógnita  $V_2$  e a figura 4(b) mostra os valores das incógnitas  $\theta_2$  e  $\theta_3$  do sistema de equações não lineares resolvido pelo método de NR com passo de 0.05 para o incremento da potência ativa.

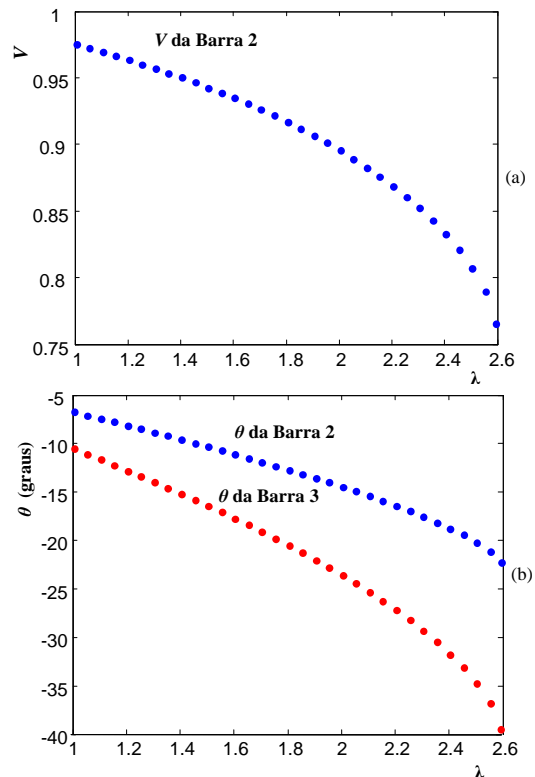


Figura 4: Curvas TS de uma rede de três barras (V $\theta$ , PQ e PV): (a)  $V_2$  em função de  $\lambda$ , (b)  $\theta_2$  e  $\theta_3$  em função de  $\lambda$ , (obter os  $V_k$  e os  $\theta_k$  de todas as equações não lineares, subsistema 1) pelo método de NR.

## 5.2-Resolução pelo método de NRM

A matriz  $J$  do método de NRM é:

$$J_2(q_2^{(0)}q_3^{(0)}V_2^{(0)}I) = \begin{bmatrix} H_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial q_2} & H_{23} = \frac{\partial P_2}{\partial q_3} & N_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial I} \\ H_{32} = \frac{\partial P_3}{\partial q_2} & H_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial q_3} & N_{32} = \frac{\partial P_3}{\partial V_2} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial I} \\ M_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial q_2} & M_{23} = \frac{\partial Q_2}{\partial q_3} & L_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial I} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A figura 5(a) mostra o valores da incógnita  $V_2$  obtidas com o uso do parâmetro  $\theta_2$  e a figura 5(b) mostra os valores das incógnitas  $\theta_2$  e  $\theta_3$  obtidos também com o parâmetro  $\theta_2$  resolvido pelo método de NRM com passo de 0.05 para o incremento do  $\lambda$  parâmetro.

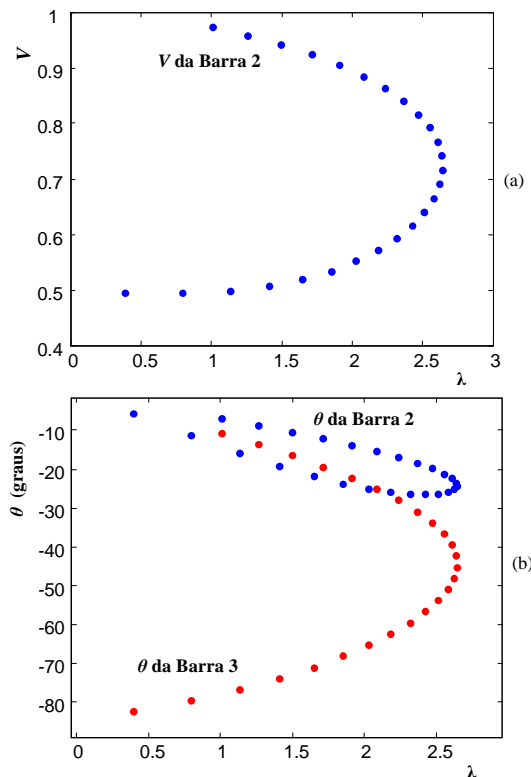


Figura 5: Curvas TS de uma rede de três barras ( $V\theta$ ,  $PQ$  e  $PV$ ): (a)  $V_2$  em função de  $\lambda$ , (b)  $\theta_2$  e  $\theta_3$  em função de  $\lambda$ , (obter os  $V_k$  e os  $\theta_k$  de todas as equações não lineares, subsistema 1) pelo método de NRM.

Desempenho para uma rede de 14 barras (IEEE)

É composto por 5 geradores (barras  $PV$ ), 9 cargas (barras  $PQ$ ), 20 linhas de transmissão. A figura 6(a) apresenta o traçado das TS para todas as incógnitas do sistema de equações não lineares obtidas com o uso do parâmetro  $V_{14}$ , bem como o número de iterações gastas para cada ponto obtido, pode-se observar o número baixo de iterações, tanto para o método de NR quanto para o método de NRM, ver figura 6(b). Na rede de 14 barras o sistema passa a ter (2 NPQ+NPV) equações não lineares, ou seja, contém 23 equações não lineares. E a matriz  $J$  é uma matriz de ordem  $24 \times 24$ .

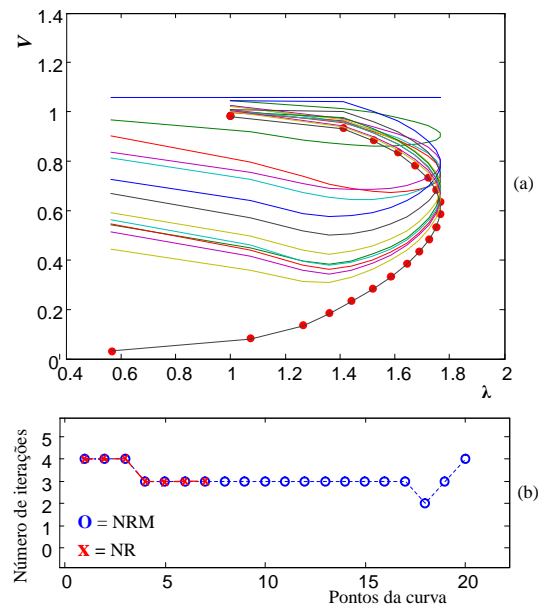


Figura 6: Curvas TS:  $V$  em função de  $\lambda$  pelo método de NRM com  $V_{14}$  como parâmetro, (b) número de iterações gastas para cada ponto da curva TS.

## 6-Conclusão

Este trabalho apresentou uma técnica de parametrização geométrica para a resolução de sistemas de equações não lineares do fluxo de carga. O método de NR é considerado inadequado para a solução destas equações não lineares em torno do ponto crítico, pois o determinante é nulo. Este trabalho também mostrou que o método de NRM obteve toda a curva TS sem problemas de mau condicionamento da matriz  $J$ , ou seja, com a inclusão de uma linha e uma coluna na

matriz  $J$  o determinante da matriz jacobiana modificada ( $Jm$ ) não se anula em torno do ponto crítico, com isso toda a TS foi obtida sem nenhuma dificuldade. Observa-se em termos de atuação do método de NRM comparado com o de NR, que não houve grandes mudanças na estrutura do método, em termos de número de iterações os métodos são praticamente iguais.

Com isso pretende-se modelar o método para sistemas algébricos de grande porte e com isso verificar a TS para cada incógnita. O método se torna robusto pois pode-se utilizar qualquer uma das incógnitas como parâmetro.

### **Agradecimentos**

Agradecemos ao CNPq pelo apoio financeiro.

### **Referências**

- [1] A. Monticelli, “Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica”, Edgard Blücher, São Paulo, 164p., 1983
- [2] M. A. G. Ruggiero, V. L. R. Lopes, “Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais”, 2ª ed. Rio de Janeiro. Makron Books, 1996.
- [3] V. Ajjarapu, e C. Christy, The Continuation Power Flow: a Tool for Steady State Voltage Stability Analysis, IEEE Trans. on Power Systems, vol. 7, n. 1, February, pp. 416-423, (1992).
- [4] A. Bonini Neto, “Proposição de uma Técnica de Parametrização Geométrica para o Fluxo de Carga Continuado Baseado nas Variáveis Tensão e Fator de Carregamento”. Dissertação de mestrado. UNESP / DEE. Universidade Estadual Paulista, 2006.