

Construção de rotinas computacionais para ajustar soluções exatas de equações em derivadas parciais a dadas condições de contorno

Edgardo S. Cheb-Terrab
Maplesoft Inc.
Waterloo, Ontario, Canadá
E-mail: ecterrab@gmail.com

João Felipe de Medeiros Neto
Universidade Federal do Pará – Faculdade de Física
Belém, PA
E-mail: jfmm@ufpa.br

RESUMO

O software Maple foi o pioneiro na implementação de métodos simbólicos (não numéricos) de solução de equações diferenciais em sistemas de computação algébrica [1]. Apesar do progresso nesta área de soluções exatas, podemos dizer que os sistemas de computação algébrica, todos eles, ainda não dispõem de uma abordagem semi ou totalmente automática, para ajustar estas soluções exatas a condições de contorno dadas.

Tendo isto em mente, demos início à construção de uma rotina de computação algébrica, em linguagem Maple, que tem a seguinte funcionalidade: dada uma EDP e uma solução exata dela dependendo de constantes e funções arbitrárias, a rotina tenta ajustar estas constantes e funções que aparecem na solução, de modo a satisfazer às condições de contorno dadas, tipicamente envolvendo o valor da solução e sua derivada em certos pontos ou superfícies.

Este projeto envolve vários desafios computacionais, como, por exemplo, o tratamento de expansões em séries de funções ortonormais, inversões de séries, mudanças de variáveis e integração associadas e simplificação de resultados.

O projeto foi dividido em duas fases. Na primeira fase a idéia é ajustar as soluções exatas no máximo possível de problemas de condições de contorno em EDP encontrados em livros-texto padrão. Numa segunda fase, a idéia é ajustar o programa para trabalhar com sistemas de EDPs e com várias condições de contorno, de diferentes tipos, dadas

simultaneamente. Esta fase inclui ajustar soluções obtidas por separação de variáveis em em coordenadas esféricas, cilíndricas ou curvilineas de um modo geral, que aparecem em problemas típicos da física-matemática. Frequentemente estes problemas envolvem a determinação da forma correta de argumentos de funções trigonométricas, hiperbólicas e/ou exponenciais, como, por exemplo, no caso da equação de Laplace.

Especificamente, a rotina final será capaz de resolver automaticamente problemas de condições de contorno em vários tipos de problemas, tais como: a equação do calor; problemas de Dirichlet; problemas de Neumann; equações de conservação; equação de convecção; equação convecção-difusão; equação de dispersão; equação de Burger; equação de cordas vibrantes; casos particulares da equação de Schrödinger; a equação de propagação do som; problema de Cauchy; equação de Laplace; problemas envolvendo expansões em funções ortogonais; problemas de Sturm-Liouville; sistemas de equações; equação de Poisson.

Referências

1 E. S. Cheb-Terrab, K. V. Bulow, A Computational Approach for the Analytical Solving of Partial Differential Equations. Computer Physics Communications, v. 90, p. 102-116, 1995.