

Estabilidade Polinomial de um Sistema Acoplado de Equações do Tipo Onda-Petrovsky com Memória

Shyrleny A. Cota e Mauro L. Santos

Faculdade de Matemática-PPGME, ICEN-UFPA

66075-000, Belém, PA

E-mail: ls@ufpa.br

RESUMO

O propósito deste plano de trabalho é para estudar existência, unicidade e o não decaimento exponencial do seguinte sistema do tipo onda-Petrovsky com memória e acoplamento linear dado por

$$\begin{aligned} u_{tt} - \Delta u + \int_0^\infty g(\tau) \Delta u(t - \tau) d\tau \\ + \alpha v = 0 \quad \text{em } \Omega \times (0, \infty) \\ v_{tt} + \Delta^2 v + \alpha u = 0 \quad \text{em } \Omega \times (0, \infty) \\ u = v = \Delta v = 0 \quad \text{sobre } \Gamma \times (0, \infty) \\ u(u(x, 0), v(x, 0)) = (u_0(x), v_0(x)) \\ (u_t(x, 0), v_t(x, 0)) = (u_1(x), v_1(x)) \quad \text{em } \Omega \end{aligned}$$

onde Ω é um aberto limitado do \mathbf{R}^n com fronteira Γ regular. Seguindo os mesmos procedimentos de Dafermos [3] e Fabrizio [4] consideremos η a relativa história de u definida por $\eta = u(\cdot, t) - u(\cdot, t - s)$. Derivando a equação anterior em t e s , respectivamente e somando os resultados obtemos $\eta_t + \eta_s = u_t(\cdot, t)$ e $\Delta \eta = \Delta u(\cdot, t) - \Delta u(\cdot, t - s)$.

Problema Transformado

$$\begin{aligned} u_{tt} - \beta \Delta u - \int_0^\infty g(\tau) \Delta \eta(\cdot, \tau) d\tau \\ + \alpha v = 0 \quad \text{em } \Omega \times (0, \infty) \\ v_{tt} + \Delta^2 v + \alpha u = 0 \quad \text{em } \Omega \times (0, \infty) \\ \eta_t + \eta_s - u_t = 0 \quad \text{em } \Omega \times (0, \infty) \\ u = v = \Delta v = 0 \quad \text{sobre } \Gamma \times (0, \infty) \end{aligned} \quad 99$$

$$\begin{aligned} (u(x, 0), v(x, 0)) &= (u_0(x), v_0(x)) \\ (u_t(x, 0), v_t(x, 0)) &= (u_1(x), v_1(x)) \quad \text{em } \Omega \\ \eta(x, 0) = \eta_0(x) &= u_0(x) - u_0(x, -s) \quad \text{em } \Omega. \end{aligned}$$

Para obter a existência de solução forte global utilizaremos as técnicas de semigrupo. Afim de demonstrar que o sistema não é exponencialmente estável utilizaremos o espectro do gerador infinitesimal do semigrupo associado. Finalmente para provar a estabilidade polinomial do sistema usaremos o método de energia.

References

- [1] Semigroups associated with dissipative systems. Z. Liu and S. Zheng. CHAPMAN and HALL/CRC, (1999).
- [2] Semigrupos e Equações Diferenciais Parciais. Jaime E. Muñoz Rivera. Série: Textos de Pós-Graduação, LNCC.
- [3] C. Dafermos, Asymptotic stability in viscoelasticity, Arch. Ration. Mech. Anal. 37 (1970) 297–308.
- [4] M. Fabrizio, A. Morro, Mathematical problems in linear viscoelasticity. SIAM Studies in Applied Mathematics, Vol. 12, Philadelphia, (1992).