

Cálculo do número de Euler com aritmética real exata

Ian M. Coelho*

Dany S. Dominguez

Depto de Ciências Exatas e Tecnológicas, DCET, UESC,
km 16 Rodovia Ilhéus-Itabuna, 45662-000, Ilhéus, Bahia
E-mail: ianmcoelho@gmail.com, dany@labbi.uesc.br

RESUMO

As representações numéricas em máquinas digitais impõem restrições à precisão dos cálculos realizados e ao intervalo de valores que podem ser utilizados. A principal causa dessas limitações é a quantidade de bits utilizados na representação [1]. Por esses motivos os pesquisadores que trabalham no desenvolvimento de novos métodos numéricos tem que levar em consideração não apenas os erros de aproximação associados ao método numérico, mas também as limitações da aritmética tradicional presente nos computadores digitais.

Nos últimos anos a comunidade científica vem trabalhando para minimizar as limitações da aritmética tradicional desenvolvendo bibliotecas de funções que permitem utilizar tantos bits quanto desejado na representação. O resultado são as bibliotecas de aritmética real “exata”.

No presente trabalho foi utilizada a biblioteca *GNU Multiple Precision Arithmetic Library (GMP)* [2, 3] para calcular o número de Euler a partir da definição:

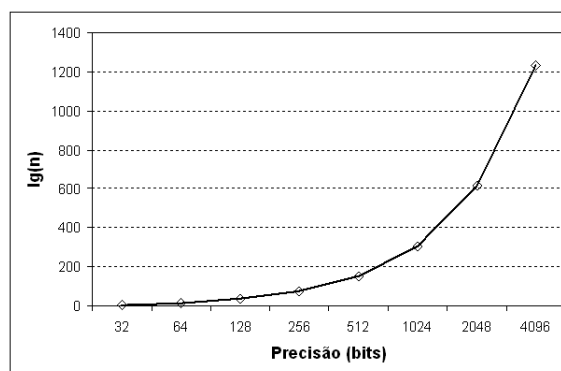
$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

o truncamento na mantissa do número real, produto da representação de ponto flutuante, faz com que a expressão falhe mesmo para valores pequenos de n .

Foi desenvolvido um código computacional em linguagem C, usando o compilador GNU/GCC. O principal desafio foi implementar a operação de potência, sendo a base um ponto flutuante de precisão arbitrária (`mpf_t`) e o expoente um inteiro grande (`mpz_t`). Essa

funcionalidade não esta disponível na biblioteca GMP.

Os resultados obtidos são mostrados no gráfico a seguir:



Conforme esperado, na medida que aumentamos a precisão de nossa representação, aumenta a precisão dos cálculos. Conseqüentemente, maiores valores de n podem ser alcançados antes que o truncamento provoque falhas.

Os autores darão continuidade ao trabalho avaliando o desempenho computacional da biblioteca GMP e aprimorando o algoritmo de potência proposto, visando submetê-lo ao comitê gestor da biblioteca para sua inclusão como nova funcionalidade.

Referências

- [1] R.L. Burden and J. D. Faires, “Análise Numérica”, Thomson, São Paulo, 2003.
- [2] T. Graunlund, “The GNU Multiple Precision Arithmetic Library”, User Manual, Edition 4.2.2, 2007.
- [3] Colectivo de autores, “The GNU MP Bignum Library”, <http://gmplib.org>.

*Iniciação científica voluntária UESC