Decaimento Polinomial de um Sistema Acoplado de Equações de Ondas Elásticas com Memória

Raimundo G. C. Almeida e Mauro L. Santos
Faculdade de Matemática-PPGME, ICEN-UFPA
66075-000, Belém,PA
E-mail: ls@ufpa.br

RESUMO

O propósito deste plano de trabalho é para estudar existência, unicidade e o não decaimento exponencial do seguinte sistema de onda elásticas com memória e acoplamento linear dado por

$$
\begin{aligned}
& u_{tt} - \Delta u + \int_0^\infty g(\tau)\Delta u(t-\tau)\, d\tau \\
& +\alpha v = 0 \quad \text{em} \quad \Omega \times (0,\infty) \\
& v_{tt} + \Delta v + \alpha u = 0 \quad \text{em} \quad \Omega \times (0,\infty) \\
& u = v = 0 \quad \text{sobre} \quad \Gamma \times (0,\infty) \\
& u(u(x,0), v(x,0) = (u_0(x), v_0(x)) \\
& (u_t(x,0), v_t(x,0) = (u_1(x), v_1(x)) \quad \text{em} \quad \Omega
\end{aligned}
$$

onde Ω é um aberto limitado do $\mathbf{R}^n$ com fronteira Γ regular. Seguindo os mesmos procedimentos de Dafermos [3] e Fabrizio [4] consideremos η a relativa história de u definida por $\eta = u(\cdot,t) - u(\cdot,t-s)$. Derivando a equação anterior em t e s, respectivamente e somando os resultados obtemos$\eta_t + \eta_s = u_t(\cdot,t)$ e $\Delta\eta = \Delta u(\cdot,t) - \Delta u(\cdot,t-s)$.

Problema Transformado

$$
\begin{aligned}
& u_{tt} - \beta\Delta u - \int_0^\infty g(\tau)\Delta\eta(\cdot,\tau)\, d\tau \\
& +\alpha v = 0 \quad \text{em} \quad \Omega \times (0,\infty) \\
& v_{tt} + \Delta^2 v + \alpha u = 0 \quad \text{em} \quad \Omega \times (0,\infty) \\
& \eta_t + \eta_s - u_t = 0 \quad \text{em} \quad \Omega \times (0,\infty) \\
& u = v = \Delta v = 0 \quad \text{sobre} \quad \Gamma \times (0,\infty) \\
& (u(x,0), v(x,0) = (u_0(x), v_0(x)) \\
& (u_t(x,0), v_t(x,0) = (u_1(x), v_1(x)) \quad \text{em} \quad \Omega \\
& \eta(x,0) = \eta_0(x) = u_0(x) - u_0(x,-s) \quad \text{em} \quad \Omega.
\end{aligned}
$$

Para obter a existência de solução forte global utilizaremos as técnicas de semigrupo. Afim de demonstrar que o sistema não é exponencialmente estável utilizaremos o espectro do gerador infinitesimal do semigrupo associado. Finalmente para provar a estabilidade polinomial do sistema usaremos o método de energia.

References

[1] Semigroups associated with dissipative systems. Z. Liu and S. Zheng. CHAPMAN and HALL/CRC, (1999).

[2] Semigrupos e Equações Diferenciais Parciais. Jaime E. Muñoz Rivera. Série: Textos de Pós-Graduação, LNCC.

[3] C. Dafermos, Asymptotic stability in viscoelasticity, Arch. Ration. Mech. Anal. 37 (1970) 297–308.

[4] M. Fabrizio, A. Morro, Mathematical problems in linear viscoelasticity. SIAM Studies in Applied Mathematics, Vol. 12, Philadelphia, (1992).