Aplicando Teoremas de Composição para construção de Operadores p-somantes

Marcela Luciano Vilela de Souza (orientadora)
Depto de Matemática, FEIS, UNESP
15385-000, Ilha Solteira, SP
E-mail: marcela@mat.feis.unesp.br

Máira Peres Alves, Fernanda da Silva Santos
Universidade Estadual Paulista - Departamento de Matemática
15385-000, Campus de Ilha Solteira, Ilha Solteira, SP
E-mail: mairaalves28@yahoo.com.br, ferchokito@yahoo.com.br.

RESUMO

Uma das principais metas na teoria dos operadores p-somantes é o desenvolvimento de métodos e técnicas para a construção de novos operadores à partir de outros já existentes da mesma classe.

O objetivo desse trabalho é a obtenção de novos operadores p-somantes aplicando Teoremas de Composição envolvendo operadores p-somantes já conhecidos.

Definição: Seja T uma aplicação linear entre espaços normados X e Y e $1 \leq p < \infty$. Dizemos que T é **p-somante** ou **absolutamente p-somante** se existe uma constante positiva C tal que

$$\left[\sum_{j=1}^{n} \|Tx_j\|^p\right]^{\frac{1}{p}} \leq C. \sup_{x' \in B_{X'}} \left[\sum_{j=1}^{n} |\langle x_j, x' \rangle|^p\right]^{\frac{1}{p}},$$

para toda seqüência finita $x_1, \ldots, x_n$ em X.
Notação: Denotaremos por $\Pi_p(X,Y)$ o conjunto de todos os operadores absolutamente p-somantes de X em Y.

Definição: Definimos a **norma absolutamente p-somante** $\pi_p(T)$ como o ínfimo das constantes C que verificam a desigualdade acima.

Teorema: A classe dos operadores absolutamente p-somantes $\Pi_p(X,Y)$ é um subespaço vetorial de $\mathcal{L}(X,Y)$. Além disso, se Y é um espaço de Banach, então, $\Pi_p(X,Y)$ será também um espaço de Banach.

Construção de operadores p-somantes

Teorema: [Propriedade Ideal]
Sejam $1 \leq p < \infty$ e $T \in \Pi_p(X,Y)$. Então a composta de T com qualquer operador linear limitado é p-somante. Mais especificamente, se X_0 e Y_0 são espaços de Banach, então, para qualquer escolha de $S \in \mathcal{L}(Y,Y_0)$ e $R \in \mathcal{L}(X_0,X)$, temos que $S \circ T \circ R \in \Pi_p(X_0,Y_0)$, com $\pi_p(S \circ T \circ R) \leq \|S\| \,.\, \pi_p(T) \,.\, \|R\|$.

Dois casos particulares:

1. Se X_0 é um subespaço de X e $T: X \longrightarrow Y$ é absolutamente p-somante, então a restrição $T\big|_{X_0}: X_0 \longrightarrow Y$ também será p-somante.
2. Se Y é um subespaço de Y_0 e $T: X \longrightarrow Y$ é um operador absolutamente p-somante, então $T: X \longrightarrow Y_0$ também é p-somante.

Referências

[1] J.L.Diestel, H.Jarchow, A. Tonge, Absolutely Summing Operators.Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 43, 1995.

[2] M.L.V.Souza, Aplicações Multilineares Completamente Absolutamente Somantes.2003.107p., Tese de Doutorado em Matemática, IMECC-UNICAMP, 2003.