

Análise Computacional da Aproximação da Distribuição Binomial pela Poisson

M. Campos R. Ferraz C. França F. Rodrigues R. Siqueira

Universidade Federal de Pernambuco – Centro de Informática

50670-901, Recife, PE

E-mail: {mac, rfp, cbff, frsn, rgs2}@cin.ufpe.br

RESUMO

Sejam X e Y variáveis aleatórias tais que suas distribuições sejam uma Binomial de parâmetros n e p, B(n,p), e uma Poisson de parâmetro λ , Poisson(λ). Prova-se que

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ p \rightarrow 0 \\ np = \lambda}} B(n,p) = \text{Poisson}(\lambda) \quad (1)$$

O resultado em (1) é teórico [1]. Do ponto de vista prático, é de interesse analisar quando é que n é suficientemente grande e p suficientemente pequeno para garantir (1).

O objetivo deste trabalho é implementar um algoritmo de simulação que possibilite a análise computacional da aproximação da Binomial pela Poisson. O algoritmo foi implementado em linguagem C, utilizando a aritmética de ponto flutuante desta linguagem. A linguagem C foi escolhida devido ao seu rápido processamento. Os resultados decorrentes da implementação do algoritmo proposto são exibidos na Tabela 1.

Os valores iniciais da simulação forma n e α , n inteiro e α real, escolhidos aleatoriamente. Conseqüentemente, a probabilidade de cada termo da Binomial (p) foi inicializada com $1/\alpha$. Uma vez calculados os primeiros termos, incrementava-se, a cada iteração, a potência de α , de forma que n se tornava α vezes maior e p, α vezes menor.

Os valores da simulação estão descritos na Tabela 1. Nesta, n é o número de vezes que o experimento é realizado, que é um dos parâmetro da Binomial, k é o valor que a variável assume, D é a diferença quadrática dada pela fórmula $D = \sqrt{(X-Y)^2}$ e R é a razão entre Y e X, $R = Y/X$.

Tabela 1: Valores de n, D e R

n = 192	D	R
k = 16	0.000000	1.513224
k = 12	0.000000	1.203856
k = 9	0.000007	1.074955
n = 12288	D	R
k = 16	0.000000	1.006249
k = 0	0.000000	1.000366
k = 6	0.002541	1.000122
n = 196608	D	R
k = 8	0.000066	1.000043
k = 27	0.000000	1.001397
k = 9	0.000007	1.000069
n = 3145728	D	R
k = 13	0.000000	1.000014
k = 7	0.000467	1.000001
k = 25	0.000000	1.000073

Para n = 192 e k = 9 da Tabela 1 tem-se que R = 1.074955. Para n = 12288 a razão R entre Y e X é 1.000122, quando k = 6. Dessa forma, a conclusão deste trabalho é que do ponto de vista prático, a partir de n = 192 a aproximação entre a Binomial e a Poisson apresenta um erro inferior a 10^{-5} .

Referências

[1] P. Meyer, Probabilidade Aplicações a Estatística, LTC, 2ª Edição-1983.

[2]

http://www.livinginternet.com/i/iw_unix_c.htm