

Avaliação de métodos adaptativos espaciais e temporais associados a técnica de controle PI na Equação de Burgers

Flávia C. Gomes de Mendonça*, Margarete O. Domingues, Elbert E. N. Macau

Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada, LAC, INPE

12227-010, São José dos Campos, SP

E-mail: flavia.mendonca@lac.inpe.br, margarete@lac.inpe.br, elbert@lac.inpe.br

RESUMO

A aplicabilidade de equações diferenciais na modelagem de diversos tipos de problemas se dá nas mais diversas áreas. A impossibilidade de muitas vezes obter uma solução analítica exata para tais problemas, remete à necessidade de lidar com procedimentos numéricos para a obtenção de soluções aproximadas.

Em alguns casos, essas soluções podem possuir diferentes tipos de comportamento em diferentes regiões. Elas podem ser bem suaves na maior parte do domínio e apresentar singularidades e variações bruscas em pequenas áreas.

Neste contexto, devido a complexidade dessas equações, para uma representação precisa dessas estruturas, malhas mais refinadas são mais adequadas. Desta forma, as técnicas computacionais de solução exigem grande capacidade e tempo de processamento. Surge então a necessidade do emprego de estratégias capazes de reduzir o tempo de computação, sem prejuízo significativo na precisão da solução.

Essas são algumas das razões pelas quais, há interesse por métodos numéricos adaptáveis. Por exemplo, tomando-se valores pontuais, as malhas devem conter poucos pontos nas regiões de suavidade e devem ser mais concentradas próximo das irregularidades [4].

O método de discretização espacial adotado é denominado Representação Esparsa de Pontos [4]. Neste método, um esquema tradicional de diferenças finitas é associado a discretização com adaptação de funções por valores pontuais, definindo uma malha irregular. O princípio básico é que os coeficientes wavelet podem ser usados como indicadores de regularidade local das funções. Em regiões de suavidade, os coeficientes wavelet são pequenos, sendo significa-

tivos em regiões de variação brusca.

Na integração numérica de equações diferenciais ordinárias resultantes do processo de discretização espacial, estratégias automáticas de escolha do tamanho do passo de tempo são ferramentas importantes para melhorar a eficiência de um método de integração. O método temporal adotado foi proposto em [1]. Este método procura ajustar automaticamente o passo de integração a malha adaptativa, mantendo a dinâmica do problema.

A inovação do presente trabalho é a utilização da técnica de controle Proporcional e Integração (PI) neste contexto adaptativo. Segundo [3, 2], este controlador tem sido testado para métodos de Runge-Kutta explícitos e tem apresentado boas propriedades.

Este trabalho testa numericamente métodos de Runge-Kutta Encaixados de ordem 2(3) e 4(5) para controle do passo de tempo na Equação de Burgers. Os resultados obtidos com a associação dos métodos adaptativos, são comparados aos resultados apresentados com a introdução da técnica de controle PI.

Referências

- [1] M. O. Domingues, O. Roussel and K. Schneider, "An adaptive multiresolution method for parabolic PDEs with time-step control", Applied Numerical Mathematics, 2007(submetido).
- [2] S. Gustaf, "Automatic Control and Adaptive Time-Stepping", Numerical Analysis, Centre for Mathematical Sciences, 2001.
- [3] K. Gustafsson, "Control theoretic techniques for stepsize selection in explicit Runge-Kutta methods", ACM TOMS, v. 17, p. 533-554, 1991.
- [4] M. Holmström, Solving Hyperbolic PDEs Using Interpolating Wavelets, SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 21, n.2, pp. 405-420, 1999.

* bolsista de mestrado FAPESP