

A Função de Green e as Equações Integrais

Ana Luisa Soubhia

Departamento de Matemática – Imecc – Unicamp
13081-970, Campinas, SP
E-mail: soubhia@ime.unicamp.br

Edmundo Capelas de Oliveira

Departamento de Matemática Aplicada – Imecc – Unicamp
130081-970, Campinas, SP
E-mail: capelas@ime.unicamp.br

Uma conveniente maneira de abordarmos um problema de valor de contorno (ou um problema de valor inicial), isto é, um problema composto por uma equação diferencial ordinária e condições de contorno (ou condições iniciais), convenientemente impostas, é através de uma equação integral, em particular, uma equação integral do tipo Fredholm (ou uma equação integral do tipo Volterra).

Este trabalho tem como objeto de estudo apenas as equações integrais lineares as quais podem ainda ser classificadas em dois grandes tipos: as equações de Volterra, com um dos extremos de integração sendo variável e as equações de Helmholtz, com os dois extremos de integração fixos. Ainda mais, se a função incógnita encontra-se somente no integrando, ela é chamada de primeira espécie caso contrário, isto é, a função incógnita encontra-se tanto no integrando quanto fora dele, ela é dita de segunda espécie. Neste trabalho estudam-se apenas as equações integrais de segunda espécie.

A conexão entre uma equação de Fredholm e um problema de valor de contorno é feita através da função de Green [3]. Convém notar que a função de Green carrega consigo as condições de contorno, isto é, na construção da função de Green são utilizadas as condições de contorno além da respectiva equação diferencial ordinária.

Como uma aplicação, discutimos o sistema mecânico conhecido pelo nome de oscilador

harmônico bem como estendemos, como uma generalização da função exponencial, a solução deste problema para o chamado problema do oscilador harmônico fracionário de onde emergem naturalmente as funções de Mittag-Leffler [2, 4].

Justifica-se a relevância deste trabalho, haja vista a necessidade do estudo das equações integrais, em particular aquelas dos tipos Fredholm e Volterra, bem com as suas soluções obtidas a partir da técnica de transformada de Laplace, em particular com o uso do teorema da convolução [1].

Referências

- [1] E. Capelas de Oliveira, *Funções Especiais com Aplicações*, Editora Livraria da Física, São Paulo, (2005).
- [2] R. Figueiredo Camargo, E. Capelas de Oliveira e Ary O. Chiacchio, *Sobre a Função de Mittag-Leffler*, Relatório de Pesquisa 15/06, Imecc-Unicamp, (2006).
- [3] A. Luisa Soubhia, *Equações Diferenciais do Tipo Elíptico e a Função de Green*, PIBIC-CNPq, (2006-2007).
- [4] B. N. Narahari Achar, J. W. Hanneken, T. Enck and T. Clarke, *Dynamics of the Fractional Oscillator*, Physica A, 297, 361-367, (2001).