

EVAPORAÇÃO NA SUPERFÍCIE DO SOLO PROPOSTA POR MODELOS MATEMÁTICOS

Pedro A. P. Borges

Departamento de Física, Estatística e Matemática, DeFEM
Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ.
98700-000, IJUÍ, RS.
E-mail: pborges@unijui.tche.br

Márcio T. Vione

Instituto Superior de Educação do Vale do Juruena - ISE
78320-000, Juína, Mato Grosso, MT
E-mail: mtvione@gmail.com

Resumo: *Este trabalho teve como objetivo propor e analisar modelos matemáticos para o cálculo da evaporação em solo nu usando como informação parâmetros característicos do solo e medidas do teor de água em função do tempo na superfície do solo. Duas hipóteses de condições de superfície foram analisadas: 1ª) O fluxo de evaporação constante e 2ª) Ajuste linear e exponencial dos dados de teor de água na superfície. Ambas as hipóteses são condições de fronteira de superfície para o problema da dinâmica da água em uma coluna de solo não saturado, modelado através da equação de Richards, unidimensional (problema direto). Na primeira hipótese a evaporação foi estimada resolvendo o problema inverso, minimizando a diferença entre os teores de água experimentais e simulados, em diversos pontos da coluna de solo. Na segunda, o teor de água da camada superficial foi ajustado e usado como condição de fronteira. Devido à não linearidade da equação de Richards, a solução foi implementada numericamente pelo Método das Diferenças Finitas Centrais, usando o esquema explícito de avanços temporais.*

Palavras Chave: Modelagem matemática, evaporação do solo nu, modelos matemáticos.

Introdução

A água é um dos principais elementos no processo de nutrição das plantas e o desenvolvimento de técnicas para sua conservação no solo requer o conhecimento dos processos envolvidos na evaporação no solo. A evaporação tem sido pesquisada sob diversos aspectos, principalmente relacionada com a evapotranspiração e a influência das condições meteorológicas.

O crescente uso da água e a redução de sua disponibilidade têm se tornado preocupação cada vez maior em todo mundo. Em termos mundiais a agricultura é responsável por 70% da água consumida em nosso planeta, e por este motivo o uso agrícola da água deve ser feito de forma mais racional possível. Para que isso ocorra é necessário cada vez mais à implementação de pesquisas sobre a conservação e dinâmica da água no solo, assim como dar técnicas de ação sobre o solo agrícola e sua divulgação para os solos produtivos.

Materiais e Métodos

Segundo [1], coletou várias amostras de solos Ibitiruna e Sertãozinho, homogêneas, secadas a sombra e peneirada por peneira de 2 mm. Em seguida o solo foi levado à estufa a 105°C, nela permanecendo até peso constante. O solo seco foi colocado nos recipientes de dimensões 10 x 5 cm e 30 cm de altura e compactado por meio de vibrações até o momento em que não se percebia mais variações de volume. Este foi umedecido lentamente a fim de não provocar variações em sua estrutura, até a saturação.

Para a determinação dos teores de água foi utilizada a fonte de radiação gama de energia (Césio), onde, o sistema de detecção das radiações emitidas pelo Césio empregou-se um detector de cintilação e um analisador de impulsos, este método baseia-se no princípio de absorção da radiação gama pela matéria.

Os solos Ibitiruna e Sertãozinho apresentam as seguintes características físicas das amostras empregadas: solo Ibitiruna 91,2% de areia 4,3% silte e 4,5% de argila, já para o solo Sertãozinho 82,5% de areia 1,3% de silte e 16,2% de argila.

A evaporação da água do solo foi controlada pelo uso de um ventilador, variando-se a velocidade do vento, em laboratório da ESALQ, fechado com condições de temperatura e umidade razoavelmente constante. O trabalho foi validado pelas diferenças de massas das amostras [1].

Considerando a forma das amostras e as condições experimentais descritas em [1], foi desenvolvido um modelo matemático para o cálculo da evaporação na forma de uma equação diferencial parcial, com condições de fronteiras considerando duas possibilidades: primeira e segunda espécie.

A equação de Richards, cuja dedução pode ser encontrada em [2], é conhecida e usada amplamente para descrever a dinâmica da água em solos, cuja massa específica e textura são homogêneas em todos os pontos.

O modelo matemático que descreve o movimento da água no solo, em condições isotrópicas foi obtido a partir da equação de conservação de massa e da equação de Darcy-Buckingham, conhecida como equação de Richards.

Equação de Richards em coordenadas cartesianas ortogonais.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k_x(\Theta) \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y(\Theta) \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z(\Theta) \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right] \quad (1)$$

A equação de Richards pode ser escrita de outras formas. Neste trabalho, será escrita para o movimento de água em solos não saturados na forma unidimensional.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K(\Theta) \frac{\partial \Psi_m}{\partial z} \right) + \frac{\partial K(\Theta)}{\partial z} \quad 0 < z < H \quad e \quad t > 0 \quad (2)$$

onde

Θ é o teor de água volumétrica adimensional do solo, Ψ_m é o potencial matricial (cmH_2O), $k(\Theta)$ é a condutividade hidráulica (cm/s), t é o tempo (dias), z é a altura de solo (cm) e H é a altura da coluna de solo (cm).

A equação (2) descreve o movimento de água na coluna de solo com determinadas condições de contorno. Neste trabalho, foram consideradas duas hipóteses como condições de fronteira:

1ª Hipótese: da taxa de variação constante do teor de água na superfície da coluna de solo

$$q(0,t) = E \quad \text{onde } E \in \Re, \quad t > 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z}(H,t) = 0 \quad t > 0 \quad (4)$$

$$\Theta(z,0) = \Theta_0(z) \quad 0 < z < H \quad (5)$$

2ª Hipótese: teor de água na superfície da coluna de solo ajustado com base em dados experimentais.

$$\Theta(0,t) = f(t) \quad t > 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z}(H,t) = 0 \quad t > 0 \quad (7)$$

$$\Theta(z,0) = \Theta_0(z) \quad 0 < z < H \quad (8)$$

Os dados de [3], referem-se à primeira fase da evaporação, onde a evaporação é constante. Neste caso, a taxa de variação de E em relação ao tempo e ao teor de água médio são nulas.

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial \theta_m} = 0 \quad e \quad \frac{\partial \theta_m}{\partial t} = -k \quad (9)$$

A hipótese de E constante, significa que há água disponível nas primeiras camadas de solo para ser evaporada, independentemente do potencial de retenção de água no solo e das condições atmosféricas. Com isso, admite-se que as camadas mais profundas de solo disponibilizem água para abastecer as camadas superficiais.

Dessa forma, foram desenvolvidas duas hipóteses para calcular a evaporação:

1ª Hipótese: Fluxo de água evaporada constante em relação ao tempo.

O fluxo de água que sai do solo na forma de vapor de água, por unidade de área e tempo é definido como a evaporação, na forma da equação.

$$E = \frac{V_E}{A\Delta t} \quad (10)$$

onde

E fluxo de água evaporada (*cm/dia*)
 V_E volume de água evaporada (cm^3)
 A área de solo (cm^2)
 Δt intervalo de tempo (*dia*)

Para implantar numericamente a condição de fronteira em $z = 0$, para cada instante de tempo, foi feito um balanço de massa nas primeiras células da coluna de solo: a variação do volume de água da célula da superfície é a diferença entre os volumes que entram e saem dessa célula.

$$\Delta V_w = V_e - V_E \quad (11)$$

onde

ΔV_w variação do volume de água na célula (cm^3)
 V_e volume de água que entra na célula da superfície (cm^3)
 V_E volume de água evaporada (cm^3).

O volume de água que entra na célula da superfície, proveniente da célula imediatamente abaixo foi calculado com base na Lei de Darcy [1]: o fluxo de vapor de água é proporcional ao gradiente do potencial matricial entre as duas primeiras células.

$$q = K(\theta)A \frac{\psi_2^t - \psi_1^t}{\Delta z} \quad (12)$$

onde

q fluxo de água que atravessa uma seção de solo (cm^3/dia)
 ψ_j^t potencial matricial na célula j e instante t (cmH_2O)
 A área da seção de solo (cm^2)
 K condutividade hidráulica (*cm/dia*)
 Δz comprimento de cada célula (*cm*)

Todos os elementos do lado direito da equação (12) são conhecidos. Portanto o fluxo de água pode ser calculado para cada iteração temporal e, se multiplicado pelo intervalo de tempo, resulta no volume de água que entra na célula da superfície.

$$V_e = q \Delta t \quad (13)$$

O volume de água evaporada é obtido resolvendo a equação (10) para V_E .

$$V_E = EA\Delta t \quad (14)$$

Levando as equações (13) e (14) na equação (11) e denotando $\Delta V_w = V_o - V_f$, obtém-se o volume de água final na célula da superfície.

$$V_f = V_o + K(\theta)A \frac{\psi_2^t - \psi_1^t}{\Delta z} \Delta t - EA\Delta t \quad (15)$$

Usando essa hipótese, o volume de água presente na célula da superfície foi calculado com a eq. (12) a cada iteração temporal, com o valor de E estimado de modo a minimizar a soma do quadrado das diferenças eq. (16) entre os teores de água experimentais e os estimados, técnica essa usada para resolver o problema inverso.

$$d = \sum_{i=1}^n (\Theta_{exp, j}^i - \Theta_{est, j}^i)^2 \quad (16)$$

onde

d é o número que expressa a soma do quadrado das diferenças entre os teores de água calculado e experimental.

$\Theta_{exp,j}$ é o teor de água experimental (adimensional)

$\Theta_{est,j}$ é o teor de água estimado (adimensional).

i é o número de medidas realizadas.

O teor de água na célula da superfície é calculado por

$$\theta(0,t) = \frac{V_f}{V_{sc}} \quad (17)$$

onde

V_{sc} é o volume de solo da célula (cm^3)

2ª Hipótese: O teor de água da primeira célula é ajustado de acordo com os dados experimentais.

A 2ª hipótese tem como base simplesmente os dados experimentais da camada superficial de solo. Duas alternativas foram consideradas:

Ajuste linear: analisando a distribuição dos dados do teor de água na primeira camada de solo em [1], foi observado que, para uma parcela significativa do tempo monitorado, tais dados apresentam tendência linear. Essa observação tem sentido, pois o teor de água médio, o qual é influenciado diretamente pelo teor de água da superfície, tem taxa de variação negativa e constante, de acordo com a eq. (18). Assim, o teor de água da primeira célula foi calculado ajustando os dados experimentais de acordo com a equação.

$$\theta(t) = at + b \quad (18)$$

onde

a e b são parâmetros de ajuste

$\theta(t)$ é o teor de água da primeira célula para cada instante de tempo (cm^3/cm^3)

Ajuste exponencial: considerando a distribuição dos dados do teor de água na primeira camada de solo em [1], foi observado que no final do intervalo aparentemente linear, a taxa de variação do teor de água tende a zero, podendo caracterizar a passagem para a segunda fase de evaporação, com uma tendência assintótica do teor de água residual.

$$\theta(t) = (\theta_l - \theta_r)e^{-ct} + \theta_r \quad (19)$$

onde

c é um parâmetro de ajuste, θ_l é o teor de água da primeira célula no instante $t = 0$ dia (cm^3/cm^3), θ_r é o teor de água residual (cm^3/cm^3).

Sobre o modelo e a dinâmica da água nos solos

A Figura 1 apresenta os resultados da 1ª hipótese, com evaporação constante, descrevendo eficientemente a tendência dos dados sobre o teor de água. É importante observar o comportamento não linear da curva da primeira camada de solo e o gradual acompanhamento das curvas referentes às outras profundidades.

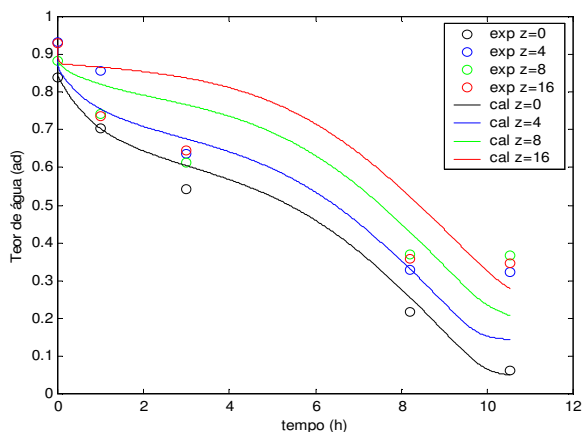


Figura 1-1ª Hipótese – Solo Ibitiruna, Evaporação potencial = 0,8 cm/dia –

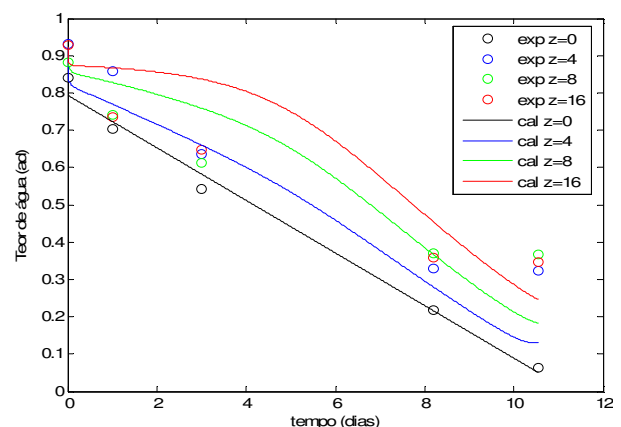


Figura 2 - 2ª Hipótese (ajuste linear) Solo Ibitiruna, Evaporação potencial = 0,8 cm/dia

Evaporação calculada= 0,758 cm/dia.

Evaporação calculada= 0,792 cm/dia de ajuste $a = -0,070$; $b = 0,794$; $R^2 = 0,990$.

Nas Figuras 3 e 4 pode-se observar que ambas as alternativas linear e exponencial descrevem razoavelmente bem a distribuição da água no solo. Porém, a distribuição linear tende a zero nos últimos instantes monitorados, enquanto que a exponencial descreve melhor a passagem para a segunda fase de evaporação, quando o teor de água na superfície varia com pequenas taxas.

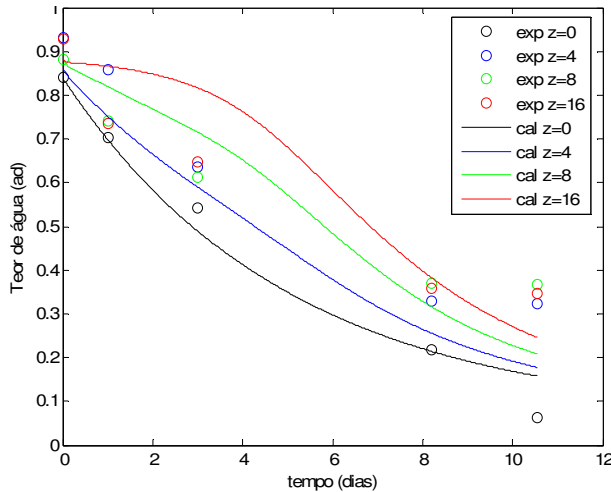


Figura 3- 2ª Hipótese (ajuste exponencial) – Reichardt (1968) - Solo Ibitiruna, Evaporação potencial = 0,8 cm/dia – Evaporação calculada= 0,779 mm/dia, com parâmetro de ajuste $c = 0,199$; $R^2 = 0,971$.

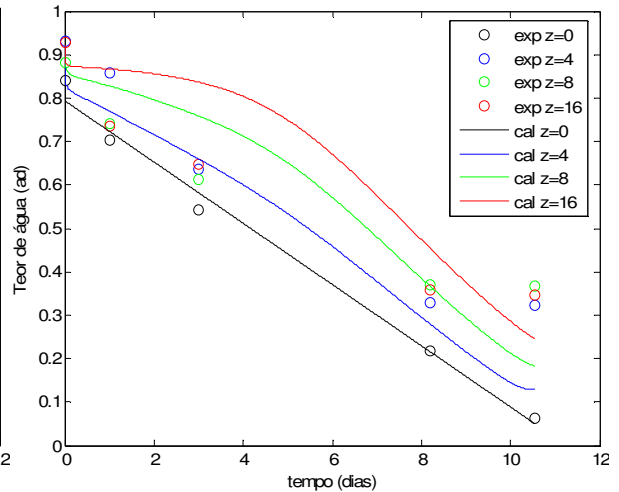


Figura 4- 2ª Hipótese (ajuste linear) – Reichardt (1968) Solo Ibitiruna, Evaporação potencial = 0,8 cm/dia - Evaporação calculada= 0,792 cm/dia, com parâmetros de ajuste $a = -0,070$; $b = 0,794$; $R^2 = 0,990$.

A Figura 5 foi obtida com taxa de evaporação constante (1ª hipótese) e mostra, assim como na Fig. 1, que o fluxo de evaporação constante não está associado à distribuição linear do teor de água na primeira camada de solo. É importante observar que, nas figuras 1, 2 e 3, as simulações descrevem bem os dados experimentais, tanto no início como no final do período monitorado.

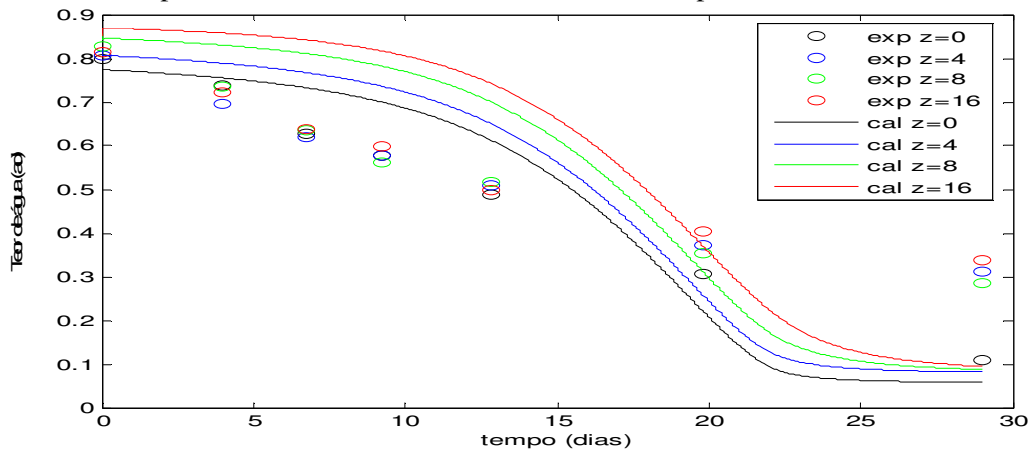


Figura 5–1ª Hipótese – Reichardt (1968)- Solo Ibitiruna, Evaporação potencial = 0,26 cm/dia - Evaporação calculada=0,33 cm/dia.

A comparação entre as figuras 2, 3 e 6, 7 mostra que o modelo apresenta resultados coerentes para medições de situações de evaporação diferentes para o mesmo solo, inclusive mostrando a redução na amplitude da variação do teor de água em função da altura. Observe-se que, na figura 6, a 2ª hipótese (ajuste linear) descreve melhor a tendência dos dados que a hipótese exponencial para os primeiros 20 dias. Para os últimos 10 dias, a hipótese exponencial é mais eficiente.

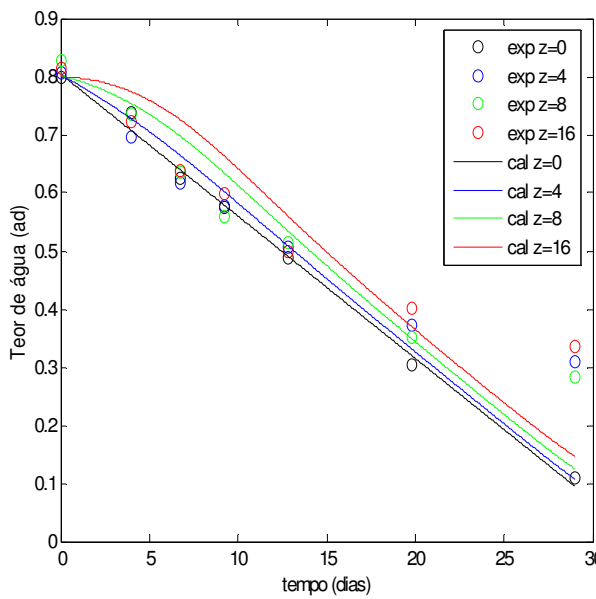


Figura 6-2ª Hipótese (ajuste linear) – Reichardt (1968) Solo Ibitiruna, Evaporação potencial = 0,26 cm/dia – Evaporação calculada= 0,290 mm/dia, com parâmetros de ajuste $a = -0,024$; $b = 0,805$; $R^2 = 0,995$.

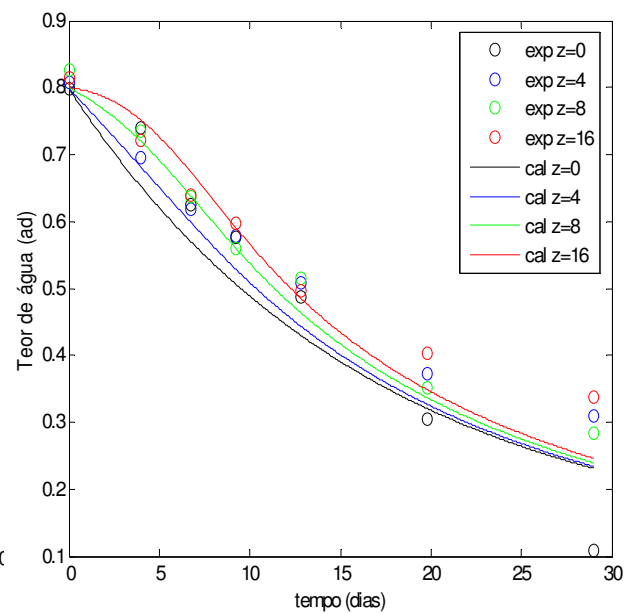


Figura 7-2ª Hipótese (ajuste exponencial) Reichardt (1968) - Solo Ibitiruna, Evaporação potencial = 0,26 cm/dia - Evaporação calculada=0,244 mm/dia, com parâmetro de ajuste $c = 0,0595$ $R^2 = 0,905$.

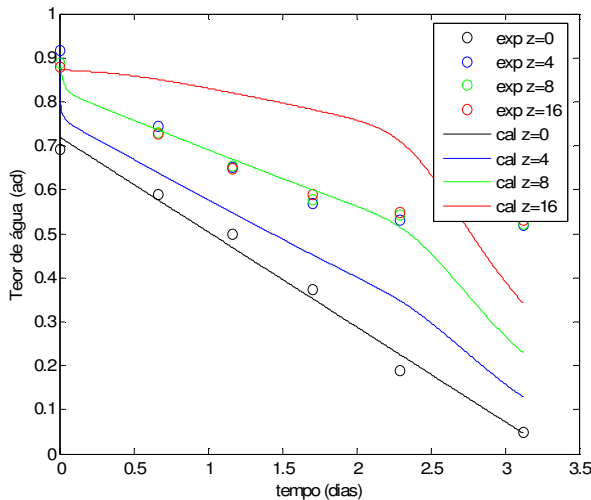


Figura 8 - 2ª Hipótese (ajuste linear) – Reichardt (1968) - Solo Sertãozinho, Evaporação potencial = 2,24 cm/dia – Evaporação calculada= 2,220 cm/dia, Com parâmetros de ajuste $a = -0,215$; $b = 0,720$ $R^2 = 0,9877$.

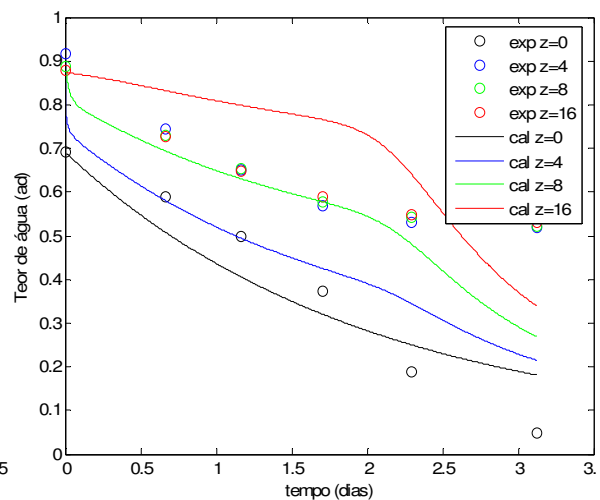


Figura 9 -2ª Hipótese (ajuste exponencial) – Reichardt (1968) - Solo Sertãozinho, Evaporação potencial = 2,24 cm/dia. Evaporação calculada= 2,168 cm/dia, com parâmetro de ajuste $c = 0,5050$; $R^2 = 0,8680$.

Tipo de solo	Evaporação Experimental	Simulações		
		1ª Hipótese	2ª Hipótese	
			Linear	Exponencial
Ibitiruna	0,8	0,758	0,792	0,779
Ibitiruna	0,260	0,337	0,290	0,244
Sertãozinho	2,240	1,670	2,220	2,168

Tabela 1: Comparação da evaporação (Evaporação em cm/dia)

Conclusões

1. Sobre a descrição das tendências dos dados experimentais e o cálculo da evaporação
 - O cálculo da evaporação, considerando apenas os instantes inicial e final, se refere a uma evaporação média no intervalo de tempo simulado ou monitorado. Portanto, para que uma simulação apresente o mesmo valor de evaporação, basta que as configurações do teor de água inicial e final em função da profundidade sejam próximas.
 - A validação do modelo não pode ser feita apenas com os dados dos instantes inicial e final. Para que o modelo expresse a dinâmica do movimento de água no solo, deve haver coerência entre dados experimentais e simulados também ao longo do tempo.
 - Tanto os modelos de ajuste dos teores de água da primeira camada (2ª hipótese) como o modelo de fluxo de água na superfície (1ª hipótese com fluxo constante) expressa razoavelmente a tendência dos dados. Porém, a 1ª hipótese, com fluxo constante, apresenta mais distorções do que as demais.
2. Sobre as afirmações $\frac{\partial E}{\partial t} = 0$ e $\frac{\partial E}{\partial \Theta_m} = 0$
 - A 2ª hipótese analisada não implica em evaporação constante para todos os instantes de tempo. Porém, após as primeiras horas, $\frac{\partial E}{\partial t} = 0$ tem pequenas variações, sugerindo um comportamento de E próximo de uma reta constante, o que concorda parcialmente com a tese das etapas de evaporação. Ou seja, existe um período de tempo significativo em que a evaporação tem tendência constante.
 - As simulações com fluxo de evaporação constante não têm o mesmo desempenho do que as simulações com fluxo variável ou ajuste da primeira camada. Portanto, o fluxo constante não deve ser usado como condição de fronteira para simular a evaporação. O ajuste com fluxo variável, apesar de melhorar os resultados obtidos com fluxo constante, também se constitui em imposições teóricas, que não necessariamente levam a uma descrição coerente do comportamento dos dados experimentais.
3. Sobre as hipóteses de ajuste linear e exponencial
 - Ambas as alternativas linear e exponencial descrevem razoavelmente bem a distribuição da água no solo. Porém, a distribuição linear faz com que o teor de água tenda a zero nos últimos instantes simulados, enquanto que a exponencial descreve melhor a passagem para a segunda fase de evaporação, quando o teor de água na superfície muda com pequenas taxas. Dessa forma, a alternativa exponencial é vantajosa em relação à linear, porque pode ser usada em dados que ultrapassem a primeira fase de evaporação. Mesmo quando o teor de água da primeira camada apresentar taxas variáveis, a exponencial poderá dar conta dessa variação. O mesmo não ocorre com a alternativa linear.

Referências

- [1] Libardi, P.L. Dinâmica da água no solo. Piracicaba: P.L. Libardi, 497p. cap.7: Movimento da água no solo, 1995.
- [2] Maliska, C. R. Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional. Rio de Janeiro, Livros Técnicos Científicos, 1995.
- [3] Reichardt, K. Estudo do processo de evaporação da água solo. Piracicaba: ESALQ, (Tese de Livre Docência). Escola Superior de Agricultura Luis de Queiroz, Universidade de São Paulo, 95p. 1968.
- [4] Reichardt, K. A água em sistemas agrícolas. São Paulo: Manole LTDA, 188p. 1990.