

Modelagem da doença do caranguejo letárgico via ondas viajantes

Ricardo P. Avila Cláudia P. Ferreira Paulo F. A. Mancera

Departamento de Bioestatística, IBB, UNESP

18618-000, Distrito de Rubião Jr., Botucatu, SP

E-mail: ricpavila@ibb.unesp.br, pio@ibb.unesp.br, pmancera@ibb.unesp.br.

RESUMO

O caranguejo-uçá, *Ucides cordatus*, originário dos manguezais tem fundamental importância em seu ambiente natural já que exerce um importante papel na decomposição de matéria orgânica, através da ingestão e eliminação de resíduos vegetais, e é um importante biomonitor de áreas críticas, já que mostra sensibilidade a diversos poluentes. Além disso, sua captura é considerada a atividade econômica mais importante conduzida em escala comercial no Brasil e sua comercialização contribui com a renda familiar das comunidades ribeirinhas. Desde 1988 tem sido observado eventos de mortalidade das populações dessa espécie com redução de até 85% das capturas em determinadas regiões. Durante os eventos de mortalidade, os caranguejos moribundos apresentam uma considerável letargia, sem controle das pernas e quelas e sem equilíbrio (ver Revista GIA [1]). Em função desses sintomas, esta enfermidade foi chamada de Doença do Caranguejo Letárgico (DCL). Após inúmeras especulações sobre o que poderia estar causando a enfermidade, em 2005, comprovou-se que o agente causador da DCL é o fungo patogênico *Exophiala cf psychrophila* (ver Boeger et al. [2]).

Baseado na epidemiologia da doença, a dinâmica de transmissão da DCL entre a população de caranguejos é descrita pelo seguinte conjunto de equações (ver Ferreira et al. [3]):

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= \phi S(t) \left(1 - \frac{S(t)}{C}\right) - (\mu + \mu_c)S(t) - \beta S(t)F(t) + \gamma I(t), \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \beta S(t)F(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I(t), \\ \frac{dF(t)}{dt} &= \sigma \alpha I(t) - \mu_F F(t), \end{aligned} \tag{1}$$

em que ϕ é taxa de natalidade dos caranguejos susceptíveis, μ a taxa de mortalidade natural do caranguejo, μ_C a taxa de retirada dos caranguejos pelos catadores, μ_F a taxa de mortalidade do fungo, β a taxa de contato entre caranguejo susceptível e fungo, α a taxa de mortalidade do caranguejo infectado ($\alpha \gg \mu$), σ a taxa de crescimento do fungo, γ a taxa de caranguejos infectados que, uma vez recuperados, tornam-se novamente susceptíveis, já que não desenvolvem memória imunológica.

O modelo da DCL com dispersão e advecção, na forma adimensional, é dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} &= S(1 - S) - SF - \frac{\mu_c + \mu}{\phi} S + I, \\ \frac{\partial I}{\partial t} &= \frac{\gamma}{\phi} SF - \frac{\gamma + \alpha + \mu}{\phi} I, \end{aligned} \tag{2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\sigma \alpha \beta K}{\gamma \phi} S - \frac{\mu_F}{\phi} F - \nu_F \sqrt{\frac{1}{D_F \phi} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}},$$

sendo D_f a taxa de dispersão do fungo e ν_F a sua taxa de advecção.

O objetivo deste trabalho é procurar ondas viajantes (ver Takahashi et al. [5]), as quais são soluções que conectam dois pontos estacionários, o equilíbrio livre da doença e o equilíbrio endêmico dados por: $(S, I, F) = (-\frac{-\phi + \mu_C + \mu}{\phi}, 0, 0)$ e $(S, I, F) = (x_1, x_2, x_3)$ com x_i , $i = 1, 2, 3$, constantes que dependem dos parâmetros do modelo. Neste trabalho, será apresentado a análise do polinômio característico da matriz jacobiana avaliada no ponto de equilíbrio livre da doença e resultados preliminares que garantem a existência da onda viajante e permitem, consequentemente, calcular a velocidade mínima desta onda.

Palavras-chave: *Doença do Caranguejo Letárgico (DCL), Modelagem Matemática, Onda viajante.*

Referências

- [1] Revista do Gia (Grupo Integrado de Aquicultura e *Estudos Ambientais*). *Desvendando uma tragédia nos manguezais brasileiros*, 2(49), 2006.
- [2] W. A. Boeger, M. R. Pie, A. Ostrensky and L. Patella. *Lethargic crab disease: multidisciplinary evidence supports a mycotic etiology*. Mem. Inst. Oswaldo Cruz, Rio de Janeiro, 100(2), 161-167, 2005.
- [3] C. P. Ferreira, M. R. Pie, L. Esteva, P. F. A. Mancera, W. A. Boeger and A. Ostrensky. *Modelling the lethargic crab disease*. (To appear: Journal of Biological Dynamics).
- [4] N. A. Maidana and H. M. Yang. *Describing the geographic spread of dengue disease by traveling waves* Mathematical Biosciences, 215, 64-77, 2008.
- [5] L. T. Takahashi, N. A. Maidana, W. C. Ferreira Jr., P. Pulino and H. M. Yang. *Mathematical models for the Aedes aegypti dispersal dynamics: travelling waves by wing and wind*. Bulletin of Mathematical Biology, 67, 509-528, 2008.