ISSN 1984-820X

Otimização de processos acoplados na indústria de móveis: dimensionamento de lotes e corte de estoque

Carla Taviane Lucke da Silva Ghidini
Departamento de Matemática Aplicada – IMECC - UNICAMP
13083-859 – Campinas – SP
carla@ime.unicamp.br

Marcos Nereu Arenales
Departamento de Matemática Aplicada e Estatística – ICMC - USP
13560-970 – São Carlos – SP
arenales@icmc.usp.br

Resumo: *Em indústrias de manufatura (por exemplo, papeleira, moveleira, metalúrgica, têxtil) as decisões do dimensionamento de lotes interagem com outras decisões do planejamento e programação da produção, tais como, a distribuição, o processo de corte, entre outros. Porém, usualmente, essas decisões são tratadas de forma isolada, reduzindo o espaço de soluções e a interdependência entre as decisões, elevando assim os custos totais. Neste trabalho,consideramos o processo produtivo de indústrias de móveis, que consiste em cortar placas grandes disponíveis em estoque para obter diversos tipos de peças que são processadas em outros estágios para comporem os produtos demandados. Os problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque são acoplados em um modelo de otimização linear inteiro cujo objetivo é minimizar os custos de produção, estoque de produtos, preparação de máquinas e matéria-prima. Esse modelo mostra o compromisso existente entre antecipar ou não a fabricação de certos produtos aumentando os custos de estoque, mas reduzindo a perda de matéria-prima ao obter melhores combinações entre as peças. O impacto da incerteza da demanda (composta pela carteira de pedidos e mais uma demanda prevista) foi amortizado pela estratégia de horizonte de planejamento rolante e por variáveis de decisão que representam uma produção extra para a demanda esperada no melhor momento, visando a minimização dos custos totais. Dois métodos heurísticos são desenvolvidos para resolver uma simplificação do modelo que possui um alto grau de complexidade. Os experimentos computacionais realizados com exemplares gerados a partir de dados reais e as conclusões são apresentados.*

Palavras-chave: *Problema de otimização acoplado. Problema de corte bidimensional. Problema de dimensionamento de lotes.*

1 Introdução

Em indústrias de móveis, o planejamento e a programação da produção consistem basicamente em determinar quais e quantos produtos finais (dimensionamento de lotes) devem ser produzidos em cada um dos períodos do horizonte de planejamento, de forma a atender à demanda, não violar a capacidade de produção e minimizar os custos de produção, preparação de máquina, estoque de produtos e perda de matéria-prima no processo de corte. A quantidade de peças necessária para a confecção dos produtos, em cada período, é obtida com o corte de placas grandes em peças (retângulos menores) utilizando diferentes padrões de corte projetados para gerar a menor perda possível de material.

Na prática, as indústrias de móveis resolvem os problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque separados, ou seja, primeiramente, determinam para cada período do horizonte de planejamento as quantidades de cada tipo de produto final a serem produzidas e, então, utilizando essa informação, a quantidade de cada tipo de peça que deve ser cortada é determinada e os melhores padrões de corte são gerados. Entretanto, mesmo obtendo a solução ótima para os dois problemas e agregando as soluções, o compromisso entre os custos de produção e o processo de corte é perdido e, provavelmente, infactibilidades serão encontradas, uma vez que, a quantidade de peças necessárias para compor os produtos programados para serem manufaturados em cada um dos períodos do horizonte de planejamento pode ser maior que as capacidades das máquinas disponíveis. Porém, se os problemas forem resolvidos de forma acoplada, a antecipação da fabricação de certos lotes de produtos ou a produção da demanda extra pode ocorrer (se for vantajoso), uma melhor utilização das máquinas é possível, períodos com limites de capacidade ultrapassados são evitados e ainda, a perda de matéria-prima no processo de corte pode diminuir, pois novas e melhores combinações entre as peças nos padrões de corte bidimensionais serão possíveis.

Chamamos o problema de otimização obtido com a união dos problemas de dimensionamento de lotes (PDL) e corte de estoque (PCE) de *problema acoplado de dimensionamento de lotes e corte de estoque*, ou simplesmente de *problema acoplado*.

Embora os problemas clássicos de otimização PDL e PCE sejam bastante estudados na literatura, são poucos os trabalhos que os consideram acoplados, ou seja, ao tentar resolver o PDL, dados e restrições do PCE que interferem diretamente no processo produtivo são levados em consideração e vice-versa. Este fato está explícito em alguns trabalhos, tais como, Gramani e França (2006) e Nonas e Thorstenson (2000, 2008) e implícito em outros trabalhos como em Kantorovich (1960), que é, possivelmente, o primeiro trabalho a tratar o PDL e o PCE acoplados, já que propõe um modelo para resolver um PCE, cuja variável de decisão é o tamanho do lote.

O texto está organizado da seguinte forma: na seção 2 o problema acoplado da indústria de móveis é descrito, a seção 3 contém a modelagem matemática do problema e as dificuldades do modelo, as seções 4 e 5 apresentam os métodos de solução e os experimentos computacionais, respectivamente, na seção 6 estão as conclusões e a última seção traz as referências bibliográficas.

2 Problema acoplado na indústria de móveis

Considere um horizonte de planejamento finito dividido em períodos e o primeiro período dividido em subperíodos. A matéria-prima utilizada no processo produtivo são placas retangulares de MDF caracterizadas por dimensão e espessura e disponíveis em quantidade ilimitada. São considerados objetos de dimensões fixas LxW, espessuras variadas e custo fixo por espessura.

Simplificadamente, o processo produtivo da indústria de móveis resume-se em duas etapas: a primeira etapa consiste em resolver um PCE bidimensional com restrições de capacidade e a segunda etapa consiste em resolver um PDL com múltiplos itens e restrições de capacidade.

Na etapa do PCE, os objetos são cortados utilizando diferentes padrões de corte para obter diversos tipos de peças, que compõem os produtos demandados. Cada padrão de corte bidimensional demora um tempo para ser cortado. A serra, possível gargalo do processo produtivo da indústria de móveis, possui um limite de capacidade em todos os períodos e subperíodos do horizonte de planejamento. Um custo é associado à sua preparação, que pode ser diferente para cada padrão de corte. A furadeira também é um possível gargalo do processo produtivo e possui um limite de capacidade nos períodos e subperíodos. As peças são furadas uma por vez em um tempo fixo. Devido à estratégia de horizonte rolante, o detalhamento da etapa do corte é considerado somente no primeiro período, em todos os subperíodos. Terminado o período 1 o horizonte é rolado, o segundo período passa a ser o primeiro, os dados são atualizados e o mesmo modelo é resolvido novamente.

Na etapa do PDL, são determinadas as quantidades a serem produzidas e estocadas de todos os tipos de produtos, em cada período do horizonte de planejamento, de modo a atender às demandas em carteira e extra dos produtos, sem violar as capacidades. Existe um custo associado à manufatura dos produtos em todos os períodos, um custo associado ao estoque dos produtos no final de cada período e um custo para a demanda extra. No PDL, também são consideradas restrições de capacidade relacionadas à serra e furadeira a partir do segundo período do horizonte de planejamento.

O custo total do processo produtivo é a soma dos custos de produção, estoque de produtos, objetos cortados e preparação da serra e o objetivo do problema acoplado é ter um planejamento e programação da produção com custo total de produção mínimo.

3 Modelagem matemática

O modelo matemático proposto utiliza a seguinte notação:

- **Índices**

$t = 1, ..., T$; (T: número de períodos do horizonte de planejamento).
$e = 1, ..., S$; (S: número de tipos de espessuras para a placa LxW).
$j = 1, ..., N^e$; (N^e: número de diferentes padrões de corte para a placa de espessura e).
$i = 1, ..., M$; (M: número de tipos de produtos).
$\tau = 1, ..., \Theta$; (Θ : número de subperíodos em que o período é dividido).
$p = 1, ..., P$; (P: número total de tipos de peças das S espessuras que compõem os produtos).
$P = P^1 + ... + P^S$ (P^e: número de tipos de peças de espessura e).

- **Parâmetros**

c_{it}: custo de fabricar um produto tipo i no período t.
cp^e: custo unitário da placa de espessura e.
h_{it}: custo de estoque unitário do produto tipo i no final do período t, para atender à demanda em carteira.
f_{it}: custo de estoque por unidade do produto tipo i no final do período t para atender à demanda extra.
d_{it}: demanda em carteira do produto tipo i no período t.
r^e_{pi} : quantidade de peças do tipo p e espessura e requerida por unidade do produto tipo i.
tc_i: tempo gasto para cortar todas as peças que compõem uma unidade do produto tipo i.
tf_i: tempo gasto para furar todas as peças que compõem uma unidade do produto tipo i.
v^e_j : tempo gasto para cortar uma placa de espessura e conforme o padrão de corte j.
b^e_p : tempo gasto para furar uma peça do tipo p e espessura e.
$cs^e_{j\tau}$: custo de prepar a serra para cortar uma placa de espessura e no padrão de corte j no subperíodo τ.
$capS_\tau$: capacidade da serra (horas) no subperíodo τ.
$CapS_t$: capacidade da serra (horas) no período t.
$capF_\tau$: capacidade da furadeira (horas) no subperíodo τ.
$CapF_t$: capacidade da furadeira (horas) no período t.
$a^e_{pj\tau}$: quantidade de peças do tipo p no padrão de corte j para a placa de espessura e no período 1.
D_i: demanda esperada do produto tipo i no horizonte de planejamento.
Q: quantidade máxima de peças que podem ser cortadas no período 1.

- **Variáveis**

x_{it}: quantidade do produto tipo i a ser manufaturada no período t.
E_{it}: parcela da demanda extra do produto tipo i atendida no período t.
I_{it}: quantidade do produto tipo i estocada no final do período t para atender à demanda em carteira.
$y^e_{j\tau}$: quantidade de placas de espessura e cortada conforme o padrão de corte j no subperíodo τ.
$z^e_{j\tau}$: variável binária de preparação (indica o uso ou não da serra para cortar a placa de espessura e coforme o padrão de corte j no subperíodo τ.

A função objetivo (4.1) consiste em minimizar os custos com a produção da demanda esperada (c_{it}), estoque da demanda em carteira (h_{it}), estoque da demanda extra (f_{it}), objetos cortados (cp^e) e preparação da serra para o corte ($cs^e_{j\tau}$). As restrições (4.2) asseguram que as demandas dos produtos em todos os períodos sejam atendidas. Sem perder a generalidade, os estoques iniciais dos produtos são considerados nulos. O conjunto de restrições (4.3) garante que toda a demanda esperada (em carteira e prevista) dos produtos seja produzida. As restrições (4.4) asseguram que a demanda de todos os tipos de peças, do primeiro período, seja satisfeita. Essas restrições acoplam os problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque, pois incluem as variáveis x_{i1} (PDL), que definem o tamanho dos lotes no período 1 e as variáveis $y^e_{j\tau}$ (PCE), que definem a quantidade de placas cortadas em cada subperíodo do período 1. A serra utilizada no processo de corte possui um limite de capacidade. Assim, as restrições (4.5) garantem que o tempo gasto para cortar as placas nos diversos padrões de corte, não exceda o tempo total da serra em cada subperíodo. A furadeira também possui um limite de capacidade e fura uma peça por vez. O conjunto de restrições (4.6) garante que o tempo gasto para furar todas as peças cortadas não exceda o tempo total disponível da furadeira em todos os subperíodos do primeiro período. É preciso considerar também a capacidade da serra e da furadeira nos demais períodos. As restrições (4.7) e (4.8) garantem que o tempo gasto para cortar e furar todas as peças necessárias para compor todos produtos demandados no período não exceda sua capacidade de serra e de furadeira. As restrições (4.9) são as restrições de preparação no corte. Se alguma placa de espessura e é cortada no padrão de corte j no subperíodo τ, então $z^e_{j\tau} = 1$, caso contrário, $z^e_{j\tau} = 0$. Os conjuntos de restrições (4.10) e (4.11) definem as variáveis de produção, estoque, demanda extra e quantidade de placas utilizadas como valores positivos ou nulos e inteiras. As restrições (4.12) definem as variáveis $z^e_{j\tau}$ como binárias.

$$
\begin{array}{llr}
Min & \sum_{i=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}\left(c_{it}x_{it} + h_{it}I_{it} + f_{it}E_{it}\right) + \sum_{\tau=1}^{\Theta}\sum_{e=1}^{S}\sum_{j=1}^{N^e}\left(cp^e y^e_{j\tau} + cs^e_{j\tau} z^e_{j\tau}\right) & (4.1)\\
s.a. & x_{it} + I_{i(t-1)} - I_{it} = d_{it} + E_{it}, \qquad i=1,\dots,M; \quad t=1,\dots,T & (4.2)\\
 & \sum_{t=1}^{T}\left(d_{it} + E_{it}\right) = D_i, \qquad i=1,\dots.M & (4.3)\\
 & \sum_{i=1}^{M} tc_i x_{it} \le CapS_t, \qquad t=2,\dots,T & (4.4)\\
 & \sum_{i=1}^{M} tf_i x_{it} \le CapF_t, \qquad t=2,\dots,T & (4.5)\\
 & \sum_{j=1}^{N^e}\sum_{\tau=1}^{\Theta} a^e_{pj\tau} y^e_{j\tau} = \sum_{i=1}^{M} r^e_{pi} x_{i1}, \qquad p=1,\dots,P^e; \quad e=1,\dots,S & (4.6)\\
 & \sum_{e=1}^{S}\sum_{j=1}^{N^e} v^e_j y^e_{j\tau} \le capS_\tau, \qquad \tau=1,\dots,\Theta & (4.7)\\
 & \sum_{e=1}^{S}\sum_{j=1}^{N^e}\sum_{p=1}^{P^e} b^e_p a^e_{pj\tau} y^e_{j\tau} \le capF_\tau, \qquad \tau=1,\dots,\Theta & (4.8)\\
 & y^e_{j\tau} \le Q z^e_{j\tau}, \qquad j=1,\dots,N^e; \quad e=1,\dots,S; \quad \tau=1,\dots,\Theta & (4.9)\\
 & x_{it}, I_{it}, E_{it} \ge 0 \text{ e inteiros}, \qquad i=1,\dots,M; \quad t=1,\dots,T & (4.10)\\
 & y^e_{j\tau} \ge 0 \text{ e inteiros}, \qquad j=1,\dots,N^e; \quad e=1,\dots,S; \quad \tau=1,\dots,\Theta & (4.11)\\
 & z^e_{j\tau} \in \{0,1\}, \qquad j=1,\dots,N^e; \quad e=1,\dots,S; \quad \tau=1,\dots,\Theta & (4.12)
\end{array}
$$

Observação: E_{it} pode ser entendida como uma variável de oportunidade que decidirá em quais períodos e em que quantidades a demanda extra será produzida, de modo que melhor combinem com os produtos já programados referentes à demanda em carteira. Para mais detalhes veja Ghidini (2009).

4 Métodos de Solução

O modelo matemático (4.1)-(4.12) proposto para o problema acoplado da indústria de móveis apresenta as seguintes dificuldades de resolução: integralidade das variáveis $y^e_{j\tau}$, existência de variáveis binárias de preparação do corte e grande quantidade de padrões de corte bidimensional que podem ser considerados. Tais dificuldades são tratadas relaxando a integralidade das variáveis e desconsiderando os custos de preparação do corte. Assim, obtemos um modelo de otimização linear, o que facilita a resolução do problema na forma acoplada. Mas, a dificuldade com relação à grande quantidade de padrões de corte continua existindo. Dessa forma, para resolver o modelo linear são propostas duas heurísticas baseadas no método primal simplex com geração de colunas: a heurística de acoplamento (HA), que resolve o modelo acoplado e a heurística de decomposição (HD), que separa o modelo acoplado em dois modelos menores (PDL e PCE) e os resolve por um procedimento em 2-estágios.

Para determinar as novas colunas para o modelo são consideradas duas abordagens:

- **Abordagem 1:** gera um padrão de corte bidimensional guilhotinado 2-estágios exato irrestrito para cada espessura e cada subperíodo, totalizando $S.\Theta$ padrões gerados por iteração, resolvendo subproblemas de corte bidimensional. Uma nova coluna com cada padrão de corte e os respectivos tempos de serra e de furadeira deste padrão é criada e aquelas com custo relativo negativo são inseridas na matriz de restrições do problema mestre restrito.

- **Abordagem 2:** constrói, em cada iteração, novas colunas para mais de um subperíodo utilizando um mesmo padrão de corte bidimensional. Com isso, a quantidade de subproblemas resolvidos pode diminuir. Como o padrão de corte gerado para a placa de espessura *e* é um padrão válido para a produção de peças de espessura *e* para todos os demais subperíodos (naturalmente, pode não ser ótimo) então pode-se construir colunas para os demais subperíodos. Se tais colunas têm custos relativos negativos, então o subproblema não é resolvido e a solução aproximada é adotada.

Para tratar possíveis infactibilidades dos problemas são acrescentadas variáveis artificiais nas restrições de acoplamento ou de capacidade da serra e da furadeira dos subperíodos do modelo relaxado, as quais permitem interpretar o quanto se tem de infactibilidade e o que representam na prática. Tais variáveis são penalizadas na função objetivo por um valor suficientemente grande.

Na heurística de decomposição, pode acontecer do PCE ser infactível, devido à alta demanda de peças para o primeiro período determinada pelo PDL. Assim foi desenvolvida uma heurística de factibilização da solução que consiste em: classificar os produtos demandados de acordo com algum critério previamente determinado (usamos análise das variáveis duais) e reduzir a produção do período 1 dos produtos conforme tal classificação até eliminar a infactibilidade do PCE, se possível. Para reduzir a produção, primeiro olhamos para as variáveis E_{i1} (a demanda extra pode ser produzida em qualquer período do horizonte de planejamento) e depois para as variáveis de estoque I_{i1}.

Com a aplicação das heurísticas HA e HD obtemos soluções ótimas para o problema acoplado relaxado, que são contínuas. Para determinar soluções inteiras propomos dois procedimentos:

- **Solução inteira 1:** Na HD, o PDL é resolvido como um problema inteiro e, portanto, suas variáveis são valores inteiros. Para obter uma solução inteira para o PCE é utilizada uma adaptação da heurística de arredondamento residual gulosa (RAG) proposta por Poldi e Arenales (2009). Os PCE's residuais relaxados são resolvidos usando o método simplex com geração de colunas e para gerar os padrões de corte bidimensional guilhotinado 2-estágios exatos restrito são resolvidos diversos subproblemas utilizando uma abordagem grafo E/OU (Vianna, 2000).
- **Solução inteira 2:** Para obter uma solução inteira após utilizar a HA, a heurística RAG é aplicada ao PCE residual obtido a partir do problema acoplado relaxado, realizando os seguintes passos: (i) resolva o problema mestre restrito ótimo do modelo relaxado como um problema inteiro misto fixando as variáveis do PDL como inteiras, (ii) salve a solução inteira do PDL e remova as variáveis do PDL do modelo relaxado e (iii) calcule a demanda de peças do período 1 e resolva o PCE, conforme a heurística de decomposição e a heurística de arredondamento residual gulosa.

5 Experimentos Computacionais

Realizamos uma série de experimentos computacionais com os métodos heurísticos desenvolvidos para resolver o problema acoplado da indústria de móveis. Os exemplares utilizados nos experimentos são baseados em dados reais coletados em uma indústria de móveis de pequeno porte. Foram criadas 108 classes, com 20 exemplares cada, variando os parâmetros: tipo de demanda, h, α e γ. Os algoritmos foram implementados em linguagem C e os softwares CPLEX 10.0 e GLPK foram utilizados para resolver os problemas de otimização. Os testes foram executados numa máquina com processador Pentium 4 de 3GHz e 2.0GB de RAM.

Alguns dos parâmetros utilizados para gerar as 108 classes de exemplares são: LxW = 2750mm x 1830mm, $T = 4$, $\Theta = 5$, $M = 4$, $S = 6$. Espessuras das placas: 3mm, 9mm, 12mm, 15mm, 20mm e 25mm. Número de tipos de peças por espessura: $P^1 = 16$, $P^2 = 4$, $P^3 = 8$, $P^4 = 24$, $P^5 = 12$, $P^6 = 3$. Tempo para furar qualquer peça: 5s. Tempo para cortar uma placa por espessura: varia no intervalo [24s; 242s]. Capacidades da serra e furadeira: 25200s por subperíodo e 126000s por período. Custos de produção: R$259,95, R$212,55, R$62,67 e R$20,22 no período 1 (calculado em função do número de placas que compõe uma unidade do tipo de produto) e $c_{it} = (1 + \gamma)\cdot c_{i1}$, $\forall i$, $t = 2, ..., $ T e $\gamma = 0,05$, 0,1 e 0,15. Custos das variáveis de estoque: $h_{it} = h\cdot c_{it}$, $\forall\ i, t$ e $h =$ 0,0001, 0,001, 0,01 e 0,1. Custos das variáveis de oportunidade: $f_{it} = \alpha\cdot h_{it}$, $\forall\ i, t$ e $\alpha = 0,5$, 1 e 1,5. Tipos de demanda: baixa, média e alta.

Para comparar as duas abordagens propostas para obter novas colunas candidatas a serem inseridas nos problemas mestres restritos foram resolvidas as 108 classes pela HA com variáveis artificiais nas restrições de acoplamento e calculados os valores médios para cada classe. Os resultados mostraram que o tempo total médio de resolução, por exemplar, de cada classe, foi menor utilizando a abordagem 2 em todas as classes. No pior caso, a abordagem 2 é aproximadamente 23% mais rápida, no melhor caso é 51% e em média é 37% mais rápida. Em relação ao número de iterações, os resultados foram próximos, porém a abordagem 2 apresentou resultados melhores ou iguais na maioria das classes. Após estes experimentos, somente a abordagem 2 foi utilizada, pois mostrou-se mais eficiente.

Ao inserir variáveis artificiais nas restrições de acoplamento (VA) e de capacidade (VC) da serra e furadeira nos subperíodos do período 1, o tempo total médio de resolução, por exemplar, foi menor quando as variáveis artificiais estão nas restrições de acoplamento em quase todas as classes resolvidas (exceto 3) independente da heurística utilizada. Porém, a HD apresentou melhores tempos em aproximadamente 90% das classes. O valor ótimo da função objetivo (FO) não se alterou ao inserirmos variáveis artificiais nas restrições de acoplamento ou nas de capacidade para as duas heurísticas, mas a solução da HA foi melhor em todas as classes. Para custos de estoque maiores, o valor da FO tem uma pequena variação, como era esperado. O maior desvio obtido entre HD e HA foi em torno de 4% e o menor foi em torno de 0,7%. Ao aumentar os custos das variáveis de estoque e, consequentemente, os custos das variáveis de oportunidade, o número de placas cortadas no período 1 praticamente não se altera. Uma variação acontece somente quando $h = 0{,}1$. Além disso, a solução não se modifica com a variação no valor de α. Porém, a HA corta menos placas que HD em todas as classes. Em geral, considerando os resultados da HA, ao variar γ, fazendo o custo de produção a partir do período 2 maior, a produção do período 1 e consequentemente, o número de placas cortadas neste período, aumentam, ficando bem próximos aos valores obtidos pela HD. Além disso, quando a estimativa da perda a partir do período 2 é muito inferior à perda que realmente ocorrerá, a HA não antecipa muito a fabricação dos produtos em carteira e da demanda extra, apesar de ter capacidade de máquina disponível. Por sua vez HD sempre trabalha no limite da capacidade. Nos demais testes, as variáveis artificiais são inseridas somente nas restrições de acoplamento.

Uma série de experimentos foi feita para analisar o comportamento das soluções ao modificar alguns dos parâmetros do modelo. Com a variação da demanda esperada, o comportamento das soluções das heurísticas HD e HA não se alterou, ocorrendo somente pequenas modificações na programação da produção para se adaptar aos novos valores. Variando a quantidade de tipos de produtos, ambas heurísticas conseguiram encontrar soluções factíveis para o problema acoplado para no máximo 10 tipos de produtos com demandas médias com a capacidade de máquina considerada no horizonte de planejamento. Ao diminuir ou aumentar as capacidades das máquinas nos períodos e subperíodos, as perdas percentuais de matéria-prima pouco se alteram e o número de placas cortadas reflete a variação da produção do período 1. Ambas heurísticas não encontraram solução para o caso da demanda alta, com capacidade apertada. Com a mudança na estimativa da perda no cálculo dos custos de produção a partir do período 2, considerando agora as perdas da solução lote-por-lote, a HA se mostrou bastante sensível e ficou claro que quando a estimativa da perda é subestimada, ocorre pouca antecipação da produção e quando é mais realista, acontece o inverso, fazendo com que as perdas sejam reduzidas. Estas observações reforçam a capacidade do modelo em encontrar soluções de compromisso, pagando-se mais por estoque, porém reduzindo os custos com as perdas.

Aumentamos a capacidade do período 1 do PDL em 20%, resolvemos todas as classes e constatamos que a HD sempre antecipa, o quanto for possível, a fabricação da demanda em carteira de alguns tipos de produtos, permitindo a produção de uma parcela da demanda extra no primeiro período. Assim a heurística de factibilização foi necessária e aplicada de forma satisfatória em todas as classes.

Para testar os procedimentos para obter soluções inteiras resolvemos um exemplar de cada uma das classes com $\alpha = 0{,}5$ (para os outros valores de α, as soluções contínuas foram iguais) e devido ao grande tempo de resolução, limitamos o número de novas colunas inseridas por iteração da heurística RAG em 3000 colunas. De acordo com os resultados, o tempo total de resolução da HA foi menor nos exemplares das demandas baixa e média e maior para os exemplares de demanda alta. A HD não encontrou solução inteira factível para alguns exemplares de demanda baixa. O número de iterações da heurística RAG foi sempre maior ou igual para a HD nas demandas baixa e média e menor na demanda alta. O maior desvio entre as soluções contínua e inteira não chegou a 1%. O princípio da heurística RAG é atender na igualdade o plano de produção do período 1, cortando exatamente a demanda de peças nesse período. Isto pode explicar os valores altos obtidos para as perdas totais. Naturalmente, muitas perdas computadas como tal, seriam retalhos aproveitados pela indústria.

Com o intuito de não deixar o código “preso” a um software comercial de custo alto como o Cplex (considerando a realidade de pequenas empresas do setor) para a resolução dos problemas de otimização linear e inteira também utitlizamos o GLPK. Os resultados dos experimentos mostraram que o tempo total médio de resolução foi menor usando o Cplex 10.0 nas 108 classes resolvidas. No pior caso, o GLPK demorou 6,2 vezes mais tempo que o Cplex e no melhor caso foi 1,7 vezes mais lento. Considerando o tempo total necessário para obter uma solução inteira usando a heurística RAG, a diferença no tempo de resolução do problema relaxado torna-se menos significativa. Além disso, poder usar um software livre é mais importante que a desvantagem em relação ao tempo de resolução, pois isto pode viabilizar o emprego da abordagem proposta em indústrias de pequeno porte.

6 Conclusões

Neste trabalho tratamos o processo produtivo da indústria de móveis e propomos um modelo acoplado linear inteiro, que apresenta três principais dificuldades de resolução, além das restrições de acoplamento. Para contorná-las, relaxamos a integralidade das variáveis, removemos as variáveis de preparação e desenvolvemos as heurísticas HA e HD, baseadas no método simplex com geração de colunas, para resolver o modelo de otimização linear obtido. A estocasticidade da demanda é tratada usando a estratégia de horizonte de planejamento rolante e considerando a demanda esperada dos produtos formada pela carteira de pedidos e demanda extrado o horizonte inteiro. Para gerar as novas colunas foram propostas duas abordagens, tendo a segunda se mostrado mais eficiente. Variáveis artificiais foram inseridas nas restrições de acoplamento e de capacidade da serra e da furadeira dos subperíodos no PCE. Os experimentos mostraram que, em ambas heurísticas, o tempo total médio de resolução é menor quando as variáveis artificiais estão nas restrições de acoplamento. Porém, dependendo da informação desejada, deve-se escolher a opção adequada.

Após uma série de experimentos, concluímos que a heurística HD é menos sensível à variação dos parâmetros, pois procura sempre produzir o máximo possível no período 1, o que não é tão ruim, conforme os resultados. A heurística HA mostrou-se mais sensível à variação dos parâmetros, principalmente ao variar a estimativa de perda a partir do segundo período no custo de produção e aumentar os custos de estoque. A heurística de factibilização apresentou resultados satisfatórios, pois factibilizou todos os exemplares testados. Os resultados apresentados pela heurística RAG utilizada para determinar uma solução inteira não foram muito bons com relação ao tempo de resolução e à perda de matéria-prima porém o desvio com relação à solução contínua foi pequeno. Os valores relativamente altos das perdas com matéria-prima, não são reais na prática, uma vez que, alguns padrões de corte gerados, principalmente quando a demanda de peça é baixa, chegam utilizar até menos da metade da placa e o restante não é considerado como perda pela indústria, pois será reaproveitado. O código com o GLPK funcionou adequadamente, porém teve um maior tempo total médio de resolução, como já era esperado.

Referências Bibliográficas

Ghidini, C. T. L. S., *Otimização de processos acoplados: programação da produção e corte de estoque*, Tese de doutorado, ICMC – USP, (2009).

Gramani, M. C. N., França, P. M., The combined cutting stock and lot-sizing problem in industrial processes, *European Journal of Operational Research* 174, 509-521, (2006).

Kantorovich, L. V., Mathematical Methods of Organizing and Planning Production. *Management Science* 6(4), 366–422, (1960).

Nonas, S. L., Thorstenson, A., A combined cutting-stock and lot-sizing problem, *European Journal of Operational Research* 120, 327–342, (2000).

Nonas, S. L., Thorstenson, A., Solving a combined cutting-stock and lot-sizing problem with a column generating procedure, *Computers & Operations Research* 35, 3371–3392, (2008).

Poldi, K. C., Arenales, M. N., Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths, Computers and Operations Research, (2009) doi.org/10.1016/j.cor.2008.07.001.

Vianna, A., *Problemas de corte e empacotamento: uma abordagem em grafo E/OU*. Tese de doutorado, ICMC-USP, (2000).