

Funções Trigonométricas Inversas em Ambiente Informatizado

Claudia Piva

Depto de Física, Estatística e Matemática - UNIJUÍ
98700-000, Ijuí, RS
E-mail: claudiap@unijui.edu.br

Lecir Dalabrida Dorneles

Depto de Física, Estatística e Matemática – UNIJUÍ
98700-000, Ijuí, RS
E-mail: lecirld@unijui.edu.br

A. Patricia Spilimbergo

Depto de Física, Estatística e Matemática - UNIJUÍ
98700-000, Ijuí, RS
E-mail: patspi@unijui.edu.br

Resumo: *Este trabalho tem o objetivo de apresentar uma experiência vivenciada em uma aula, na disciplina de Funções, desenvolvida com alunos do segundo semestre de graduação dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física da UNIJUÍ, onde se estudou funções trigonométricas inversas, através do uso do software livre [2] Trigonometria. Este software foi um recurso fundamental na determinação das restrições do domínio e imagem das funções trigonométricas diretas para a obtenção das respectivas inversas, além de fornecer a visualização gráfica destas curvas nos intervalos de restrição. Percebemos a participação/interação dos alunos nas atividades no sentido do fazer, experimentar, visualizar e compreender os conceitos que envolvem as funções trigonométricas inversas.*

Uma aula em um laboratório de informática pode ser tão tradicional quanto aquela realizada em sala de quadro e giz, se o professor não estiver suficientemente convencido de que o computador pode ser um aliado no processo de ensino aprendizagem, ou seja, através do uso deste possibilitar mudanças no sistema atual de ensino, com o computador sendo usado pelo aluno para construir o conhecimento e, portanto, ser um recurso com o qual ele possa criar, pensar e manipular a informação [1]. Assim, pretendemos com esse relato socializar uma experiência que mostra o que pode ser “diferente” em aulas que acontecem em ambientes informatizados e o potencial que pode ser explorado em um software de acordo com as atividades propostas.

Propor uma aula no laboratório de informática significa que o professor deverá ter um roteiro a ser seguido e principalmente ter um pré-conhecimento do software a ser utilizado [5], pois entendemos que o uso inteligente do computador não é um atributo inerente ao mesmo, mas está vinculado à maneira de como nós concebemos a tarefa na qual ele será utilizado.

O assunto trigonometria não é considerado muito atrativo aos alunos e da forma como é desenvolvido na educação básica, é visto com muitas dificuldades, por outro lado se o aluno for convidado a aprender fazendo uso do computador, a motivação acontece e este é o primeiro passo. Na seqüência, as atividades deverão ser conduzidas de forma que o aluno crie suas próprias conclusões. Como Gravina [4], acreditamos que

... a aprendizagem nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o ‘fazer matemática’: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, baseada essencialmente na transmissão

ordenada de 'fatos', geralmente na forma de definições e propriedades. ...o conhecimento é construído a partir de muita investigação e exploração, e a formalização é simplesmente o coroamento deste trabalho, que culmina na escrita formal e organizada dos resultados obtidos.

Nesta perspectiva, está se tomando como princípio que a aprendizagem é um processo construtivo, que depende de modo fundamental das ações do sujeito e de suas reflexões sobre estas ações. O convite é feito e o aluno responde com o desejo de experimentar novas formas de ver e aprender conceitos, portanto, não podemos decepcioná-lo, precisamos corresponder com o que é diferente com o uso do computador [3].

Neste momento vale abriremos um parênteses para a análise do que entendemos que surge de diferente em uma aula desenvolvida em ambiente informatizado, onde não temos um total controle das questões que poderão surgir, o que pode ocasionar um certo desconforto ao professor que de certa forma está acostumado a um sistema educacional mais conservador e que certamente deseja uma ferramenta que permita a sistematização e o controle das diversas tarefas propostas [5].

O computador não deve ser visto como uma máquina que ensine e administre esse ensino e que venha apenas facilitar a atividade do professor, isso significa dizer que a análise de um sistema computacional com finalidades educacionais não pode ser feita sem considerar o seu contexto pedagógico de uso. Um software só é eficiente, dependendo do contexto e do modo como ele será utilizado. Portanto, para ser capaz de qualificar o ensino, através do uso de um software é necessário ter muito clara a abordagem educacional a partir da qual ele será utilizado e qual o papel do computador nesse contexto. Novamente citamos Gravina [4]:

Se almeja-se uma mudança de paradigma para a educação, é necessário ser crítico e cuidadoso neste processo de uso da informática. A informática por si só não garante esta mudança, e muitas vezes se pode ser enganado pelo visual atrativo dos recursos tecnológicos que são oferecidos, mas os quais simplesmente reforçam as mesmas características do modelo de escola que privilegia a transmissão do conhecimento.

Diante das proposições do uso de recursos computacionais em aulas de Matemática, surge a seguinte questão: É possível desenvolvermos um conteúdo através do uso de recursos computacionais? Talvez a resposta venha de cada profissional que tentará vivenciar esta experiência, pois depende da nossa prática profissional e do potencial de aprendizagem do software.

No trabalho realizado, contamos com a experiência de diversos trabalhos já desenvolvidos em laboratórios de informática, além de já conhecermos o grupo de alunos e os conceitos anteriormente trabalhados. Estamos falando de um grupo de alunos da disciplina de Funções, do segundo semestre dos cursos de Licenciatura em Física e Matemática, que já estudou conceitos de função inversa e também as funções trigonométricas diretas, ou seja, o objetivo desta atividade foi compreender/construir as funções trigonométricas inversas.

Em sala de aula os alunos foram orientados para a atividade a ser desenvolvida no laboratório. Primeiramente, um exemplo foi desenvolvido no quadro para servir como início das discussões que seriam realizadas a partir do uso do software. Este exemplo salientou conceitos já trabalhados, como: restrições da função para transformá-la em bijetora, domínio e imagem, desenvolvendo-se a inversa de uma função do segundo grau.

Já no laboratório, a questão central foi: Como se observa as restrições feitas sobre a função direta para fins de construir a sua inversa?

O software Trigonometria na sua opção *funções* possibilita olhar passo a passo a construção da função inversa. Primeiramente os alunos foram questionados a respeito da função direta, começando pela função seno. Usando o software, a função é gerada, clicando no quadrado apontado na janela da Fig. 1.

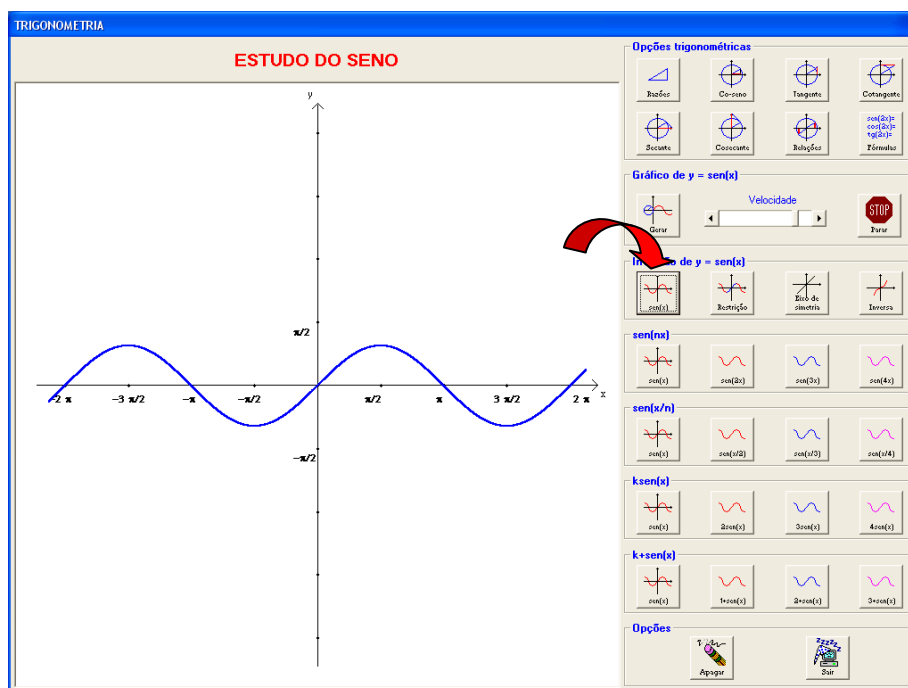


Figura 1. Janela da função seno.

Na seqüência, desencadeamos a discussão das restrições necessárias para obtenção da função inversa: Porque a necessidade de restringirmos o domínio da função? Porque o intervalo escolhido? Neste momento é necessário ter claro a definição de função. No aplicativo, após discussões os alunos clicaram na janela apontada na Fig. 2 (*restrição*), e constataram que as restrições se efetuaram tanto para o eixo x como para o eixo y. Observamos que os alunos perceberam claramente a restrição em um intervalo onde é possível estabelecer uma lei de função. Marcamos que alguns alunos entenderam que as restrições se dão em intervalos onde a função é crescente ou decrescente, pois caso contrário deixa de ser injetora.

O intervalo marcado mostra que para um domínio compreendido entre $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$ teremos uma função injetora e para uma imagem compreendida entre -1 e 1 teremos uma função sobrejetora, logo, considerando as duas restrições, temos uma função bijetora e portanto, inversível.

Queremos salientar que os questionamentos provocaram os alunos a refletir sobre os conceitos envolvidos para determinação da função inversa. O intervalo marcado pelo software permite que para cada valor atribuído a x, teremos um único y correspondente. A resposta y, significa encontrarmos um ângulo correspondente a cada x no intervalo compreendido entre -1 e 1.

Na seqüência das atividades, o conceito de simetria é abordado como fundamental para o entendimento das funções inversas. O que significa simetria? As funções inversas seriam simétricas? Qual é a referência?

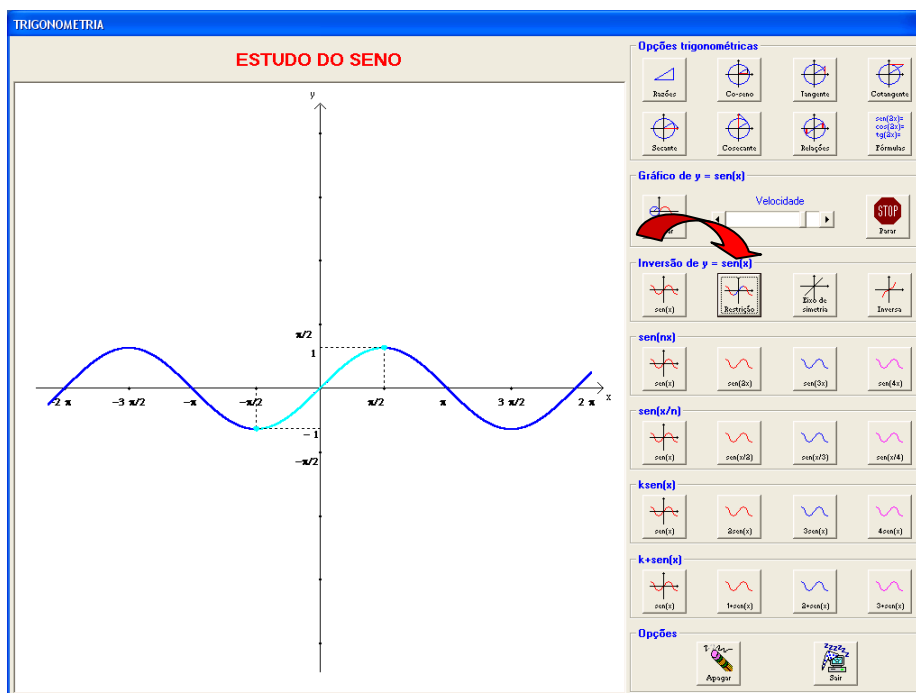


Figura 2. Janela da função seno restrições.

A janela *eixo de simetria* apontada na Fig. 3 sobrepõe ao gráfico da função seno, a reta $y = x$, bissetriz do primeiro e terceiro quadrantes. Esta reta irá mostrar claramente a simetria entre as duas funções, ou seja, a função seno e a função arco seno.

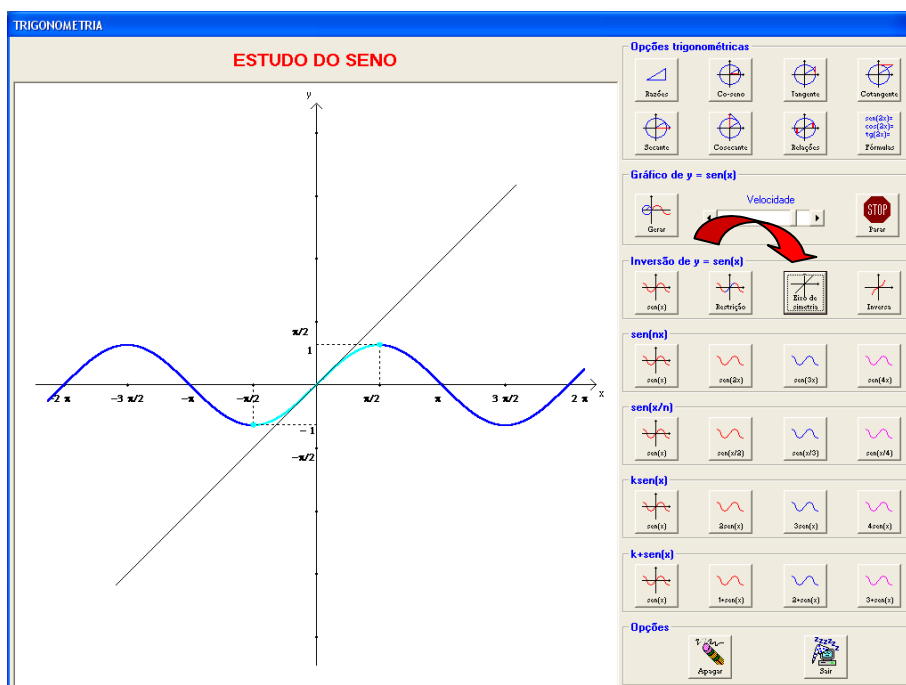


Figura 3. Janela da função seno eixo de simetria.

Após as constatações referentes à simetria, foi realizada a construção da função inversa sobrepondo o gráfico da função direta seno, observando domínio e imagem da função direta como respectivos imagem e domínio da função inversa, mostrado na Fig. 4.

Neste momento surgiu uma questão instigante entre os alunos: Como podemos perceber graficamente que para valores maiores que 1 e menores que -1, não existe ângulo correspondente?

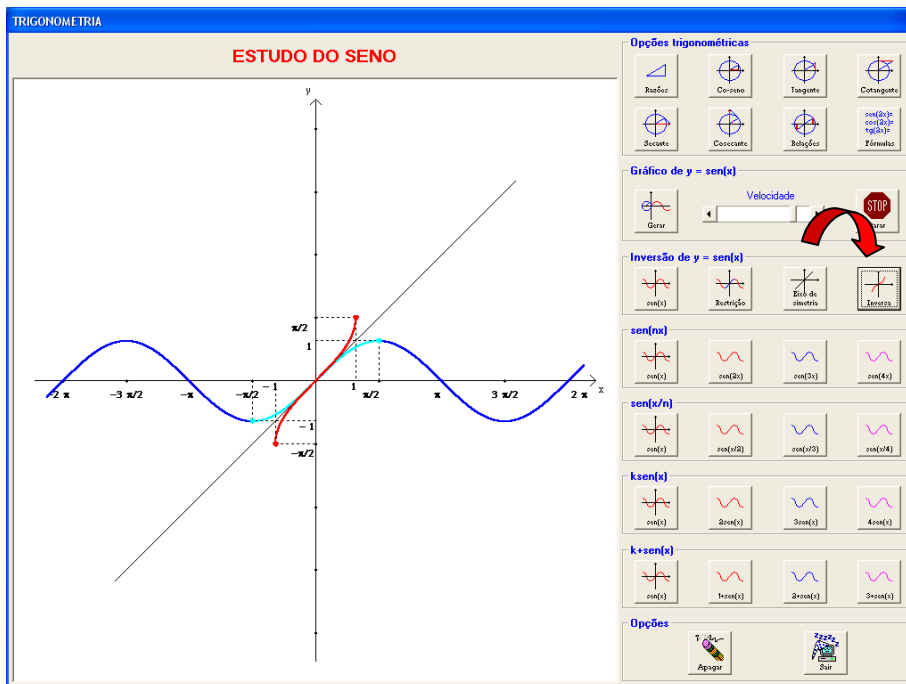


Figura 4. Janela da função direta, inversa e eixo de simetria.

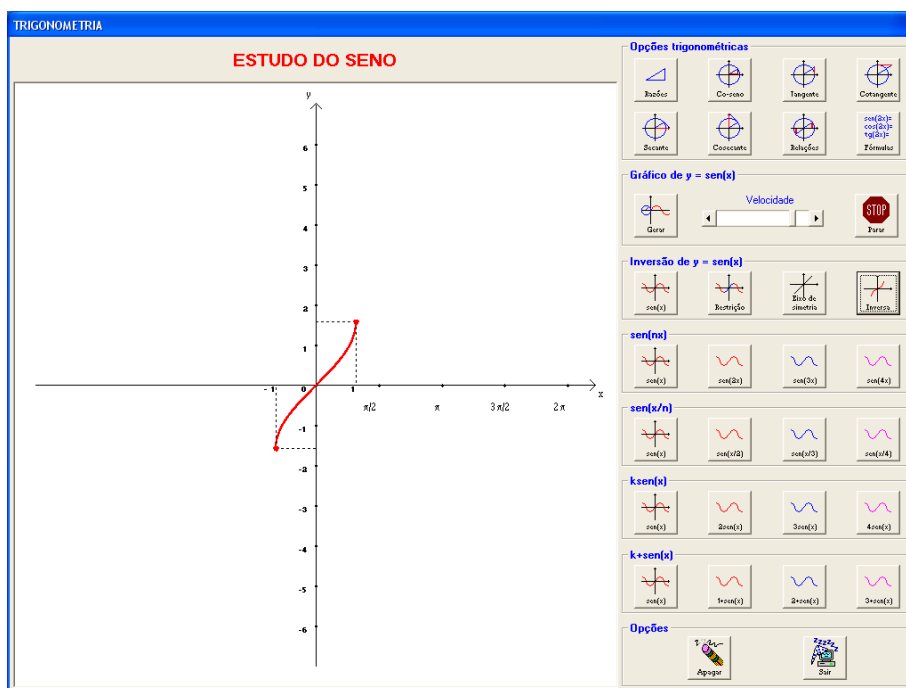


Figura 5. Janela da função inversa.

Não procuramos dar a resposta imediata e sim desafiamos o grupo para procurar a resposta. Um dos colegas da turma propôs o uso da régua sobre a tela do computador e mostrou que se colocarmos a régua, por exemplo, sobre $x = 2$, não encontramos y correspondente no gráfico da função inversa. Decorrente da discussão gerada foi proposto à construção gráfica de apenas da função inversa, que está mostrado na Fig. 5.

A sistematização de cada atividade era registrada pelos alunos, conforme pode ser visto no registro de um aluno, Fig.6, onde, principalmente observamos que o aprendiz procura mostrar as construções gráficas, sendo esta a forma que melhor demonstra a construção e o entendimento da função inversa.

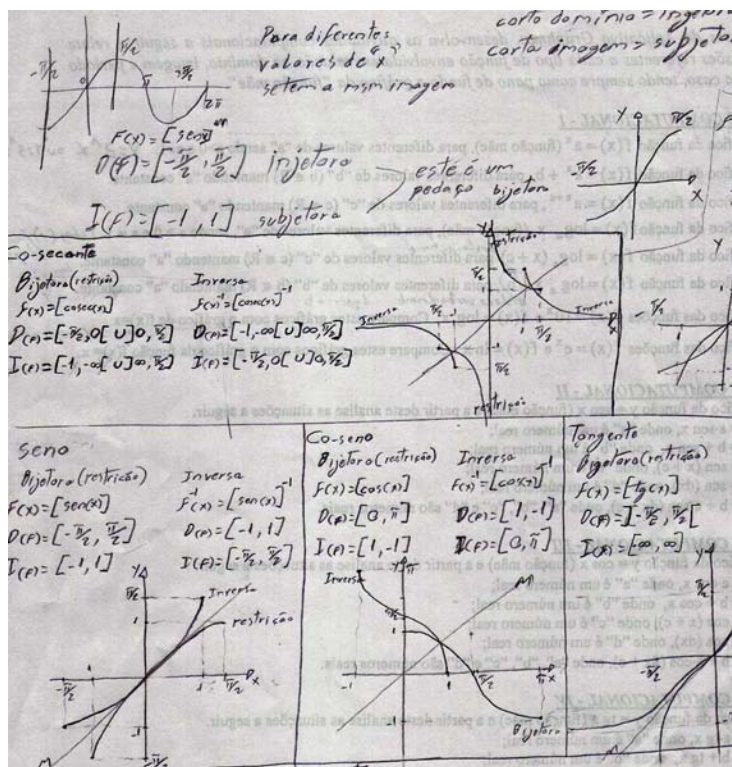


Figura 6. Registro de aluno.

Outra questão importante que surgiu do grupo foi sobre o significado das funções presentes na calculadora científica, por exemplo, \sin^{-1} , que para alguns alunos era entendido como $\frac{1}{\sin x}$.

Foi importante neste momento, realizar o cálculo da função inversa para alguns valores de x , inclusive aproveitamos para verificar a questão anterior, referente ao $x = 2$, onde observamos a não existência da inversa da função seno para esse valor de x .

Esta sequência de atividades também foi adotada para a construção das funções inversas, relativas as demais funções trigonométricas diretas.

Considerações finais

Neste trabalho, procurou-se evidenciar o quanto certos ambientes informatizados são potenciais para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos, mais especificamente no assunto funções trigonométricas inversas. Destacamos que mais naturalmente surgem questões sobre o assunto em estudo e que estas vem a propiciar ações, reflexões e construções nos aprendizes. O suporte oferecido pelo ambiente não só ajuda a superação dos obstáculos inerentes ao próprio processo de construção do conhecimento matemático, como também pode acelerar o processo de apropriação de conhecimento. Como mostramos, por exemplo, na determinação das restrições da função direta para fins de obtenção da inversa. A sequência das atividades conduzem o aluno a verificar a necessidade da restrição, pois é necessário que a função inversa esteja definida no intervalo do domínio definido na função direta.

Salientamos que o ambiente por si só não garante a aprendizagem. Para que haja avanço no conhecimento matemático, é importante que o professor planeje as atividades a serem desenvolvidas. Uma tarefa difícil é recortar o que se julga importante de ser aprendido naquela atividade. Assim, por exemplo, se o objetivo é o aprendizado das funções trigonométricas inversas, atividades devem ser projetadas para tal. Não basta colocar a disposição do aluno um programa de exploração em Trigonometria, o aluno certamente vai aprender alguma coisa, através da manipulação. Mas a apropriação dos conceitos matemáticos significativos nem sempre acontecem de forma espontânea, mesmo nestes ambientes, e assim um trabalho de orientação por parte do professor, se faz necessário. São os questionamentos propostos pelo professor que vão orientar o trabalho, questionamentos estes que se tornam fundamentais na exploração da atividade.

Neste sentido o que nos parece ser diferente em uma aula desenvolvida em ambientes informatizados daquela aula em sala de quadro e giz, está exatamente na exploração dos conceitos através do software. Os questionamentos que surgem durante a atividade, além daqueles propostos pelo professor, mostram que o aluno se torna agente de sua própria aprendizagem.

Podemos dizer, que de forma ainda um pouco tímida, os ambientes informatizados estão sendo inseridos nas aulas de matemática, porém em muitos casos ainda apresenta-se como simples ferramenta de suporte ao processo de ensino aprendizagem. São iniciativas como este trabalho que aos poucos teremos alguma possível mudança de paradigma. É nas trocas de experiências entre os profissionais da educação que poderá haver a mudança, que não estamos propondo tão radical, mas principalmente de adaptação do antigo ao novo. Neste sentido pensamos estar contribuindo para este processo de adaptação, expondo uma atividade simples que usa o computador, com o propósito de desenvolver a aprendizagem nos alunos.

Referências

1. M. C. Borba, M. C., M. G. Penteado, “Informática e Educação Matemática”, Autêntica, Belo Horizonte, MG, 2005.
2. A. Campos, O que é um software livre. Disponível em: <http://br-linux.org/faq-softwarelivre/>. Acesso em abril de 2009.
3. F. M. P. Freire, M. E. B. B. Prado, “O Computador em Sala de Aula: Articulando Saberes”, NIED, Campinas, SP, 2000.
4. M. A. Gravina, L. M. Santarosa, A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados, em IV Congresso RIBIE, Brasília 1998.
5. J. A. Valente, “Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação”, NIED, Campinas, SP, 1993.