

Modelagem matemática e controle cascata de um atuador hidráulico com compensação de atrito

Fabiane Eloisa Morandini Miotto

Universidade Regional do Noroeste do Estado do RS - UNIJUI, DeFEM/DeTEC
98700-000, Ijuí, RS, BRASIL
E-mail: fabianemiotto@gmail.com

Antonio Carlos Valdiero

Universidade Regional do Noroeste do Estado do RS - UNIJUI, DeFEM/DeTEC
98280-000, Panambi, RS, BRASIL
E-mail: valdiero@unijui.edu.br

Vanessa Dilda

Universidade Federal de Santa Catarina - Departamento de Automação e Sistemas - DAS
Florianópolis, SC, BRASIL
E-mail: dilda@das.ufsc.br

Carla Silvane Ritter

Universidade Regional do Noroeste do Estado do RS - UNIJUI, DeFEM/DeTEC
98700-000, Ijuí, RS, BRASIL
E-mail: carlamtmritter@yahoo.com.br

Resumo: *O presente trabalho trata da modelagem matemática da dinâmica do atrito, descrito através do modelo LuGre e sua aplicação no projeto do controle ótimo de um atuador hidráulico. O atuador modelado é composto por uma válvula direcional de controle proporcional simétrica e um cilindro hidráulico de dupla haste que, com a inclusão do atrito, resulta num modelo de 5ª ordem. Este é interpretado como dois subsistemas interconectados: um subsistema mecânico acionado por um subsistema hidráulico. Com esta interpretação, é proposto um controlador em cascata para o atuador hidráulico. Tendo em vista a compensação do atrito, no controle do subsistema mecânico, é implementado um observador de atrito. Os resultados de simulação ilustram a eficiência do controle em cascata com compensação de atrito.*

Introdução:

Os atuadores hidráulicos têm um importante papel na indústria moderna, pois possuem um extenso campo de aplicação onde controlam forças ou pressões com alta precisão e resposta rápida aos comandos. Eles estão entre os sistemas de atuação mais utilizados para uma variedade de aplicações da geração de força e posicionamento, porém, exibem dificuldades de modelagem, simulação e controle, como: dificuldade de obtenção dos parâmetros, dinâmicas pouco amortecidas e não linearidades significantes em suas dinâmicas, como a zona morta e o atrito.

O atrito é uma das principais não linearidades que perturbam o controle de atuadores hidráulicos. Nestes, o atrito ocorre principalmente entre as superfícies de contato nas vedações da haste com o cilindro, mas também nas paredes do cilindro com o êmbolo.

Em Miotto *et al.* (2008a) é apresentada uma pesquisa realizada na bibliografia recente apontando que o atrito tem sido objeto de constante investigação por parte da comunidade científica internacional.

A seguir, descrevem-se as principais características dinâmicas do atrito. Elas causam degradações no desempenho do sistema e necessitam serem previstas ou observadas para uma adequada compensação e conseqüente diminuição de seus efeitos.

O atrito estático (F_s) ocorre na velocidade zero, opõe-se a todo movimento com a mesma magnitude da força aplicada até um valor máximo de força de atrito estático.

O atrito de Coulomb (F_c) é independente da área de contato, opõe-se ao movimento relativo e é proporcional à força normal de contato.

O atrito viscoso (σ_2) é linearmente proporcional à velocidade e corresponde a uma situação de boa lubrificação.

Atrito de Stribeck (\dot{y}_s) é um fenômeno não linear de atrito que ocorre nos trechos de baixa velocidade da curva de atrito versus velocidade, onde a inclinação é negativa.

A característica de deslocamento de predeslizamento é o deslocamento que ocorre antes do deslizamento entre as superfícies em contato, sendo também chamado de microdeformação (z).

Os efeitos do atrito dependem, entre outros, do estado de lubrificação, da temperatura, da direção do movimento, da velocidade do êmbolo, das pressões existentes nas câmaras do cilindro, e, geralmente alteram-se com o tempo. Miotto (2009) apresenta os principais efeitos de atrito.

Modelo Matemático:

Para modelar o atrito é adotado o modelo LuGre, descrito a seguir e proposto por Canudas de Wit *et al.* (1995). Considera-se que este modelo proporciona a captura da maior parte das características de atrito, ainda sendo um modelo de primeira ordem. O modelo LuGre está baseado no comportamento do desvio médio das cerdas. A próxima figura ilustra o desvio z :

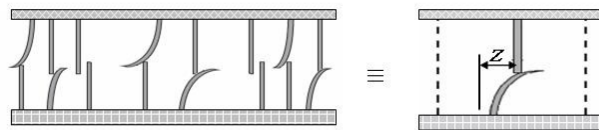


Figura 1 - Microdeformação média das rugosidades (z) entre duas superfícies de contato

Esta microdeformação z origina uma força de atrito descrita como

$$F_{atr} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \quad (1)$$

onde o parâmetro σ_0 representa o coeficiente de rigidez das deformações microscópicas entre as superfícies em contato, σ_1 é um coeficiente de amortecimento e σ_2 correspondente à característica de atrito viscoso, proporcional à velocidade relativa \dot{y} .

A dinâmica da microdeformação denotada pela variável não mensurável z é modelada através de

$$\dot{z} = \dot{y} - \frac{\sigma_0}{g_{ss}(\dot{y})} |\dot{y}| z \quad (2)$$

A função g_{ss} é positiva e depende de muitos fatores como propriedades materiais, lubrificação e temperatura. A parametrização da equação de g_{ss} , proposta para descrever o efeito de Stribeck, é

$$g_{ss}(\dot{y}) = F_C + (F_S - F_C) e^{-\left(\frac{\dot{y}}{\dot{y}_s}\right)^2} \quad (3)$$

sendo que F_C é o atrito de Coulomb, F_S é o atrito estático e \dot{y}_s é a velocidade de Stribeck. Estes três parâmetros são características do atrito, descritas anteriormente.

O modelo matemático que descreve o comportamento dinâmico do atuador hidráulico é dado pelas seguintes equações:

$$M \ddot{y} + F_{atr} = A(p_a - p_b) - F_L \quad (4)$$

$$\dot{p}_a = \beta f_1(y) (Q_a(u, p_a) - A\dot{y}) \quad (5)$$

$$\dot{p}_b = \beta f_2(y) (Q_b(u, p_b) + A\dot{y}) \quad (6)$$

Considerando a dinâmica do atrito dada pelas equações (1) e (2) e o modelo do atuador hidráulico dado pelas equações (4), (5) e (6), temos o modelo matemático não linear de 5ª ordem que descreve a dinâmica do atrito no atuador hidráulico.

A equação (4) representa a equação do movimento aplicada à haste do cilindro. A aceleração é dada por \ddot{y} e M é a massa total em movimento, composta pela massa da haste do cilindro mais carga e pela massa do fluido deslocado. A seção transversal de área útil do cilindro (área total do cilindro menos área da haste) é representada por A e p_a e p_b são as pressões nas câmaras do cilindro. A força de atrito F_{atr} é dada pela equação (1) e a força de carga representada por F_L .

As equações (5) e (6) representam a variação das pressões nas câmaras do cilindro considerando as vazões Q_a e Q_b nos orifícios da válvula em função do sinal do deslocamento do carretel, representado por u , e das pressões p_a e p_b . A partir da equação do balanço de energia de Bernoulli, tem-se

$$Q_a(u, p_a) = k_s u g_1(p_a, \text{sgn}(u)) \quad (7)$$

$$Q_b(u, p_b) = -k_s u g_2(p_b, \text{sgn}(u)) \quad (8)$$

onde k_s é uma constante hidráulica que agrega propriedades consideradas constantes para o escoamento e para o fluido e também representa as características geométricas da válvula.

As funções g_1 e g_2 são definidas em Bu e Yao (2000), citado por Valdiero (2005), como:

$$g_1(p_a, \text{sgn}(u)) = \sqrt{\Delta p_a} = \begin{cases} \sqrt{p_s - p_a} & \text{para } u \geq 0 \\ \sqrt{p_a - p_r} & \text{para } u < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$g_2(p_b, \text{sgn}(u)) = \sqrt{\Delta p_b} = \begin{cases} \sqrt{p_b - p_r} & \text{para } u \geq 0 \\ \sqrt{p_s - p_b} & \text{para } u < 0 \end{cases} \quad (10)$$

onde p_s é a pressão de suprimento, p_r é a pressão de retorno, p_a e p_b são as pressões nas câmaras a e b do cilindro, respectivamente.

As funções $g_1(p_a, \text{sgn}(u))$ e $g_2(p_b, \text{sgn}(u))$ constituem não linearidades das vazões $Q_a(u, p_a)$ e $Q_b(u, p_b)$ fornecidas pela válvula e dependem do sinal do deslocamento do carretel da válvula e da variação de pressão nos orifícios de controle. Ainda em relação às equações (5) e (6), β é o módulo de elasticidade do fluido e as funções f_1 e f_2 representam os volumes das câmaras do cilindro, dadas por

$$f_1(y) = \frac{1}{(V_{10} + A y)} \text{ e } f_2(y) = \frac{1}{(V_{20} - A y)} \quad (11)$$

onde V_{10} e V_{20} são os volumes iniciais das câmaras do cilindro.

Um controlador em cascata em conjunto com um observador de atrito, que tem por função estimar o atrito existente no sistema, é proposto visando compensar os efeitos do atrito no atuador hidráulico. O valor do vetor de forças de atrito estimadas pelo observador, é calculado através da equação

$$\hat{F}_{atr} = \sigma_0 \hat{z} + \sigma_1 \dot{\hat{z}} + \sigma_2 \ddot{y} \quad (12)$$

onde o vetor do estado interno do atrito, é não mensurável e estimado através do seguinte observador

$$\dot{\hat{z}} = \dot{y} - \frac{\sigma_0}{g_{ss}(\dot{y})} m(\dot{y}) \dot{y} \hat{z} - k_{obs} s_0 \quad (13)$$

considerando que k_{obs} é um ganho a ser regulado e s_0 é uma medida do erro de seguimento, dado pela equação

$$s_0 = \dot{\tilde{y}} + \lambda \tilde{y} \quad (14)$$

em que \tilde{y} e $\dot{\tilde{y}}$ são os vetores de erro de posição e de velocidade e λ é uma constante positiva. Uma função sinal da velocidade é definida através da função $m(\dot{y})$ e cuja aproximação pode ser dada por

$$m(\dot{y}) = \frac{2}{\pi} \arctan(k_v \dot{y}) \quad (15)$$

sendo k_v uma constante utilizada para ajustar o grau de linearização aplicado à estimação da força de atrito. Utilizando grandes valores para k_v obtém-se uma boa aproximação na linearização da função sinal. Nas simulações foi utilizado $k_v = 1000$.

Para a aplicação da estratégia de controle em cascata o sistema dinâmico do atuador hidráulico é dividido em dois subsistemas: o hidráulico e o mecânico. Esta divisão possibilita aplicar a estratégia de controle em cascata. O princípio da estratégia de controle em cascata é interpretar o modelo do atuador hidráulico como dois subsistemas interconectados, o hidráulico e o mecânico. A idéia básica é projetar uma lei de controle (força desejada) para o subsistema mecânico de modo que a saída 'y' siga uma

trajetória desejada ‘ y_d ’ tão perto quanto possível e então projetar uma lei de controle para o subsistema hidráulico de modo que o sistema hidráulico gere esta força desejada (CUNHA, 2001).

No subsistema mecânico é aplicada a metodologia de controle ótimo linear por realimentação para sistemas não lineares proposta por Rafikov e Baltazar (2005), sendo necessária a escrita das equações do sistema em variáveis de estado. Considerando a posição $y = x_1$, a velocidade $\dot{y} = x_2$, a pressão na câmara a , $p_a = x_3$ e a pressão na câmara b , $p_b = x_4$ obtém-se

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{M} \left(A(x_3 - x_4) - \hat{F}_{atr} - F_L \right)\end{aligned}\quad (16)$$

Considerando que

$$A(x_3 - x_4) = A(p_a - p_b) = f_H \quad (17)$$

o erro de f_H é dado por

$$\tilde{f}_H = f_H - f_{Hd} \quad (18)$$

Através da equação (18) define-se força hidráulica como

$$f_H = \tilde{f}_H + f_{Hd} \quad (19)$$

e o sistema (16) fica equivalente a

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{M} \left(-\hat{F}_{atr} - F_L + \tilde{f}_H + f_{Hd} \right)\end{aligned}\quad (20)$$

De acordo com a metodologia proposta por Rafikov e Baltazar (2005), o sistema controlado tem a forma

$$\dot{x} = Ax + g(x) + U \quad (21)$$

onde $A \in R^{n \times n}$ é a matriz dos termos lineares do sistema e $g(x)$ é o vetor das funções não lineares. O vetor de controle U é dado por

$$U = u_d + Bu_t \quad (22)$$

A parcela *feedforward* (u_d) que mantém o sistema controlado na trajetória desejada x_d , dada por:

$$u_d = \dot{x}_d - Ax_d - g(x_d) \quad (23)$$

A parcela Bu_t estabiliza o sistema em torno da trajetória desejada, sendo denominada parcela *feedback*, onde $B \in R^{n \times m}$ é uma matriz constante e u_t é o vetor de controle dado por:

$$u_t = -R^{-1}B^T P \tilde{x} \quad (24)$$

onde $R \in R^{n \times n}$ é uma matriz constante definida positiva, \tilde{x} é o desvio de trajetória do sistema em relação à trajetória desejada.

Considerando a equação (23), a parcela *feedforward* deste projeto de controle é definida como

$$u_d = \left[\dot{x}_{2d} + \frac{1}{M} x_{2d} + \frac{\hat{F}_{atr}}{M} + \frac{F_L}{M} \right] \quad (25)$$

A estabilidade deste projeto de controle sofre influência direta da escolha das matrizes Q e R . Uma regulação adequada destas matrizes determina uma maior eficiência do controle.

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$R = [1] \quad (27)$$

Resolvendo a equação algébrica de Riccati $PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$, se obtém a matriz P :

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Admitindo-se o sistema (20) e a equação (21), e, considerando B uma matriz constante, tem-se

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\hat{F}_{atr}}{M} - \frac{F_L}{M} + \frac{\tilde{f}_H}{M} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

O cálculo da parcela *feedback*, Bu_i , é estabelecido por

$$u_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [-p_{21}\tilde{x}_1 - p_{22}\tilde{x}_2] \quad (30)$$

A lei de controle U do sistema hidráulico, para o modelo adotado, é expressa por

$$U = \frac{f_{Hd}}{M} \quad (31)$$

Portanto a força hidráulica desejada para controlar o sistema, já reescrita na variável y , é:

$$f_{Hd} = M \ddot{y}_d + \dot{y}_d + \hat{F}_{atr} + F_L - M p_{21}(y - y_d) - M p_{22}(\dot{y} - \dot{y}_d) \quad (32)$$

O projeto de controle do subsistema hidráulico é estabelecido a partir da técnica de linearização por realimentação proposta por Slotine e Li (1991). O principal conceito desta técnica é transformar algebricamente um sistema não linear em um sistema linear a fim de que possam ser aplicadas técnicas de controle linear. Esta linearização pode ser total ou parcial.

Considerando a equação (17), e, a partir do subsistema hidráulico dado pelas equações (5) e (6), temos a equação (33), que modela o subsistema hidráulico

$$\dot{f}_H = f_y(y, \dot{y}) + g_u(y, p_a, p_b, u) \quad (33)$$

onde $f_y(y, \dot{y})$ pode ser definida pela equação

$$f_y(y, \dot{y}) = -A^2 \cdot \beta \cdot \dot{y} (f_1(y) + f_2(y)) \quad (34)$$

e a função $g_u(y, p_a, p_b, u)$ é determinada por

$$g_u(y, p_a, p_b, u) = \beta \cdot A \cdot k_s \cdot u (f_1(y) \cdot g_1(p_a, \text{sgn}(u)) + f_2(y) \cdot g_2(p_b, \text{sgn}(u))) \quad (35)$$

Através do subsistema hidráulico dado pela equação (33), propõe-se a lei de controle do atuador representada por u e dada pela solução da equação (36)

$$g_u(y, p_a, p_b, u) = -f_y(y, \dot{y}) + \dot{f}_{Hd} - k_p \tilde{f}_H \quad (36)$$

O vetor de controle u , considerando a equação (35) é dado por

$$u = \frac{-f_y(y, \dot{y}) + \dot{f}_{Hd} - k_p \tilde{f}_H}{k_s \cdot A \cdot \beta (f_1(y) \cdot g_1(p_a, \text{sgn}(u)) + f_2(y) \cdot g_2(p_b, \text{sgn}(u)))} \quad (37)$$

sendo \dot{f}_{Hd} é a derivada da equação (32), k_p é o ganho de pressão na válvula e β é o módulo de elasticidade do fluido.

Em Miotto *et al.* (2008b) é apresentada a validação experimental do modelo matemático proposto para o atuador hidráulico, considerando o efeito do atrito. Miotto (2009) traz a análise de estabilidade do controle em cascata com observador de atrito.

Implementação computacional:

Para realização de simulações numéricas do modelo proposto foi utilizada a ferramenta computacional MATLAB/ Simulink. Foi configurado o método de integração Runge Kutta com passo de 0.001 segundos. Os parâmetros e ganhos utilizados na simulação são:

Parâmetros	$\dot{y}>0$	$\dot{y}<0$
Força de Atrito de Coulomb	$F_c=500\text{ N}$	$F_c=875\text{ N}$
Força de Atrito Estático	$F_s= 1050\text{ N}$	$F_s= 1334\text{ N}$
Coefficiente de rigidez das deformações microscópicas	$\sigma_0 = 2 \times 10^7\text{ N/m}$	$\sigma_0 = 2 \times 10^7\text{ N/m}$
Coefficiente de amortecimento	$\sigma_1 = 750\text{ Ns/m}$	$\sigma_1 = 750\text{ Ns/m}$
Coefficiente de atrito viscoso	$\sigma_2 = 1000\text{ Ns/m}$	$\sigma_2 = 838\text{ Ns/m}$
Velocidade de Stribeck	$\dot{y}_s = 0,03\text{ m/s}$	$\dot{y}_s = 0,0102\text{ m/s}$

Tabela 1 - Parâmetros estáticos e dinâmicos do atrito em um cilindro hidráulico

Trajétórias	Matriz Q	Matriz P obtida
Polinomial e Senoidal	$\begin{bmatrix} 1 \times 10^{12} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.414213 \times 10^9 & 0.001000 \times 10^9 \\ 0.001000 \times 10^9 & 0.000001 \times 10^9 \end{bmatrix}$

Tabela 2 - Valores das matrizes Q e P

k_p	λ	k_{obs}
70	30	20

Tabela 3 – Ganhos do Controle em Cascata

A trajetória desejada é:

$$y_d = -0,07 \cos\left(\frac{\pi}{14}t\right) \quad (38)$$

Resultados:

As simulações direcionando o sistema a uma trajetória desejada senoidal, descrita pela equação (38) foram feitas com o objetivo de avaliar o desempenho do controlador cascata proposto nos trechos de inversão de movimento.

A Figura 2 ilustra o posicionamento do sistema.

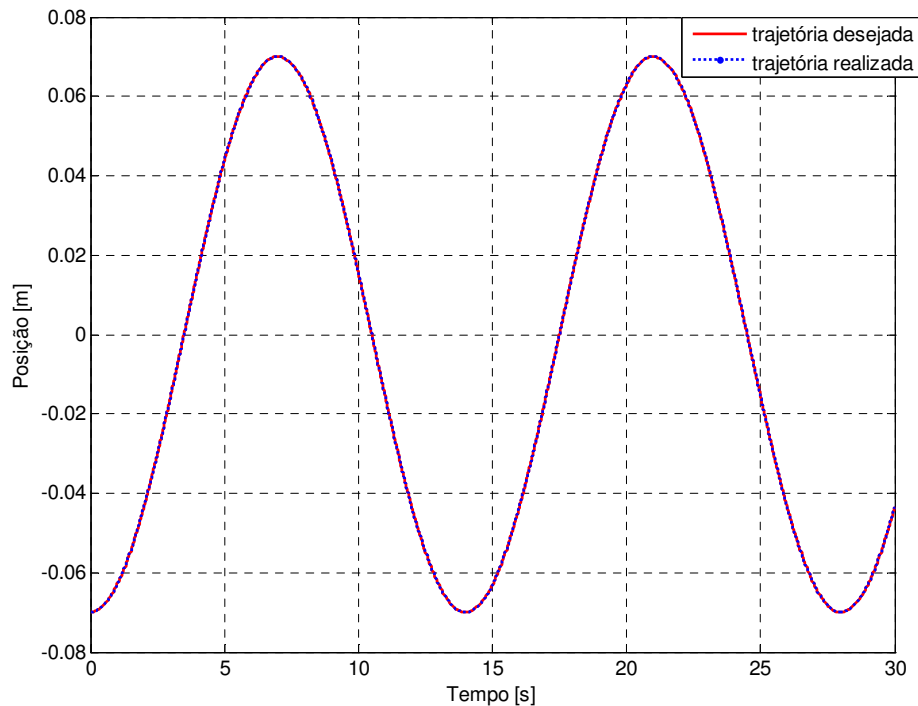


Figura 2 - Gráfico do sinal de controle e do posicionamento do sistema

Na Figura 3 é apresentado o erro de posicionamento do sistema.

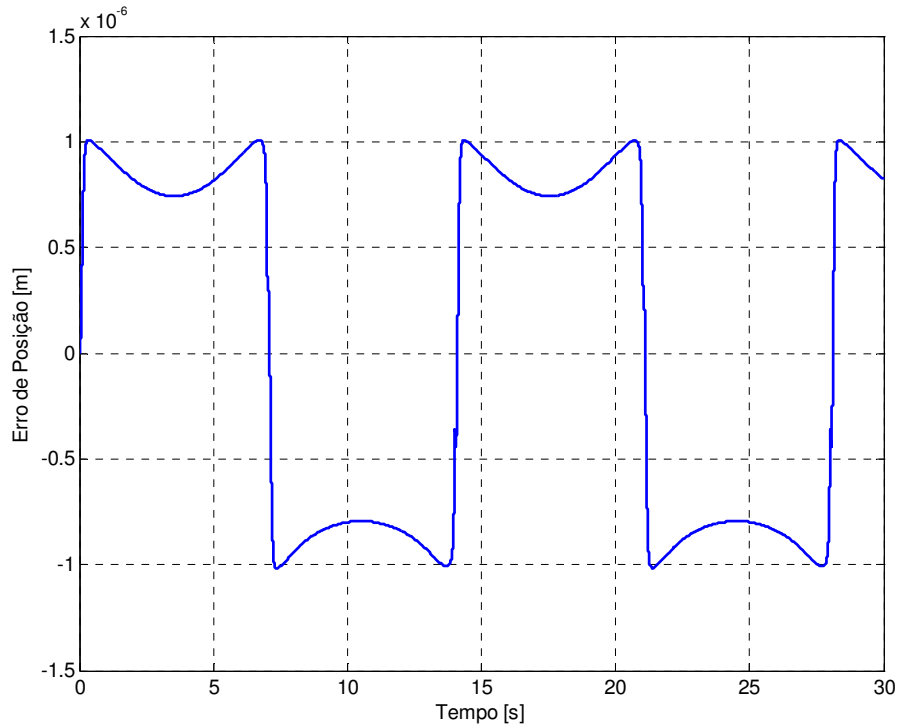


Figura 3 – Erro de posicionamento do sistema

Conclusão:

Neste trabalho foram apresentados os resultados de simulação computacional do controle em cascata para um atuador hidráulico. Utilizou-se uma lei de controle ótimo com o observador de atrito para o subsistema mecânico e uma lei de controle linearizante para o subsistema hidráulico. Os resultados ilustram a eficiência do controlador proposto apresentando erros bastante reduzidos quando realizada a compensação de atrito.

Este trabalho contribui para o desenvolvimento de controladores precisos e permite a ampliação das aplicações de atuadores hidráulicos na mecanização da agricultura de precisão e na automação industrial.

Referências bibliográficas:

1. C. Canudas-de-Wit; H. Olsson; K.J. Åström; P. Lischinsky, “A new model for the control of systems with friction”. In: IEEE Transactions on automatic control, v. 40, nº 3, [S.l.], 1995, p. 419 - 425.
2. M. A. B. Cunha, “Controle em cascata de um atuador hidráulico: contribuições teóricas e experimentais”, Tese de Doutorado, UFSC, 2001.
3. F. E. M. Miotto, “Modelagem Matemática da dinâmica do atrito e sua aplicação no controle ótimo de um atuador hidráulico”, Dissertação de Mestrado, DeFEM/DeTEC-UNIJUI, 2009.
4. F.E.M. Miotto; A.C. Valdiero; V. Dilda; P. L. Andrighetto, “Modelagem e simulação computacional de um atuador hidráulico considerando o efeito do atrito dinâmico”, XII ERMAC – Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional, UNIOESTE, Foz do Iguaçu, ago.2008.
5. F.E.M. Miotto; A.C. Valdiero; P. L. Andrighetto; F. Zago, “Validação experimental do modelo computacional de um atuador hidráulico com atrito dinâmico” XI Encontro de Modelagem Computacional (EMC 2008), Volta Redonda, nov. 2008.
6. M. Rafikov; J. M. Balthazar, “Optimal Linear and Nonlinear Control Design for Chaotic Systems”, Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences, California, USA, September, 2005.
7. J. E. Slotine; W. Li, “Applied nonlinear control”, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991.
8. A. C. Valdiero, “Controle de robôs hidráulicos com compensação de atrito”, Tese de Doutorado, UFSC, 2005.