Coeficiente de Deslizamento Viscoso para uma Mistura de Gases

Rosenei F. Knackfuss
UFSM - Departamento de Matemática
97105-900, Santa maria, RS
E-mail: knackfus@smail.ufsm.br.

Resumo: *Neste trabalho, apresenta-se o cálculo do coeficiente de deslizamento viscoso para um problema em meio semi-infinito, denominado problema de deslizamento viscoso, considerando-se uma mistura de dois gases nobres, com base no modelo de McCormack. A metodologia utilizada para a solução é a versão analítica do método de ordenadas discretas. Para completar o problema, a interação gás-superfície, é baseada no modelo de Cercignani-Lampis, que, diferentemente, do modelo de Maxwell, tem dois coeficientes de acomodação: o coeficiente de acomodação tangencial e o coeficiente de acomodação da energia cinética.*

Palavras-chave: *Coeficiente de deslizamento viscoso, Mistura de gases binários, Núcleo de Cercignani-Lampis*

1 INTRODUÇÃO

Em dinâmica de gases, para uma rarefação (número de Knudson) moderadamente pequena, associa-se as equações de Navier-Stokes à condição de contorno de deslizamento, isto é, a velocidade do gás em contato com a superfície é diferente de zero na superfície, mas sua componente tangencial, depende do perfil de velocidade e da distribuição de temperatura perto da superfície. O deslizamento para o perfil de velocidade perto da superfície é determinado através do coeficiente de deslizamento viscoso e para o gradiente de temperatura, direcionado ao longo da superfície, a condição de deslizamento é dada através do coeficiente de deslizamento térmico.

Os coeficientes de deslizamento viscoso e de deslizamento térmico podem ser determinados resolvendo a equação de Boltzmann ou as equações cinéticas que são formas simplificadas da equação de Boltzmann no que diz respeito ao operador de colisão. Para isso, neste trabalho, apresenta-se apenas a derivação da solução do problema de deslizamento viscoso para uma mistura de dois gases nobres, baseada no modelo de McCormack [6] que é desenvolvida em termos de uma versão analítica do método de ordenadas discretas [1]. A interação gás-superfície é baseada no núcleo de Cercignani-Lampis [3], que, diferentemente, do núcleo de Maxwell [15], apresenta dois coeficientes de acomodação: o coeficiente de acomodação do momento tangencial (α_t) e o coeficiente de acomodação da energia cinética devido a componente normal da velocidade (α_n).

2 O PROBLEMA

O modelo cinético de McCormack [6] é usado, neste trabalho, para definir a formulação do problema de Deslizamento Viscoso para uma mistura de dois gases.

A função perturbação h_α, seguindo a Ref. [6], obedece duas equações de Boltzmann acopladas, e escreve-se como

$$c_y \frac{\partial}{\partial y^*} h_\alpha(y^*, \mathbf{c}) + \omega_\alpha \gamma_\alpha h_\alpha(y^*, \mathbf{c}) = \omega_\alpha \gamma_\alpha \mathcal{L}_\alpha\{h_1, h_2\}(y^*, \mathbf{c}). \tag{1}$$

Aqui, $\alpha = 1, 2$ representa os gases 1 e 2, o vetor $\mathbf{c}$, com componentes c_x, c_y, c_z e magnitude c, é uma variável adimensional. Observa-se que introduz-se esta velocidade adimensional $\mathbf{c}$ diferentemente nas duas equações, ou seja, seguindo Siewert [12], para o caso $\alpha = 1$ usa-se a transformação $\mathbf{c} = \omega_1 \mathbf{v}$ e para o caso $\alpha = 2$ usa-se a transformação $\mathbf{c} = \omega_2 \mathbf{v}$. Ainda,

$$\omega_\alpha = \left[\frac{m_\alpha}{2kT_0}\right]^{1/2}, \qquad \alpha = 1, 2 \tag{2}$$

e a freqüência de colisão γ_α deve ser definida.

O operador de colisão $\mathcal{L}$ correspondente ao modelo de McCormack é escrito como

$$\mathcal{L}_\alpha\{h_1, h_2\}(y^*, \mathbf{c}) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \sum_{\beta=1}^{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} h_\beta(y^*, \mathbf{c}') \boldsymbol{K}_{\beta,\alpha}(\mathbf{c}', \mathbf{c}) \mathrm{d}c'_x \mathrm{d}c'_y \mathrm{d}c'_z, \tag{3}$$

onde os núcleos $\boldsymbol{K}_{\beta,\alpha}(\mathbf{c}', \mathbf{c})$ são expressos como

$$\boldsymbol{K}_{\beta,\alpha} = \boldsymbol{K}^{(1)}_{\beta,\alpha}(\mathbf{c}', \mathbf{c}) + \boldsymbol{K}^{(2)}_{\beta,\alpha}(\mathbf{c}', \mathbf{c}) + \boldsymbol{K}^{(3)}_{\beta,\alpha}(\mathbf{c}', \mathbf{c}) + \boldsymbol{K}^{(4)}_{\beta,\alpha}(\mathbf{c}', \mathbf{c}), \qquad \alpha, \beta = 1, 2. \tag{4}$$

As expressões para cada componente na Eq. (4) são listadas no Apêndice A da Ref. [12]

Seguindo a Ref. [12], reescreve-se a Eq. (1) em termos da variável y como

$$c_y \frac{\partial}{\partial y} h_\alpha(y, \mathbf{c}) + \sigma_\alpha h_\alpha(y, \mathbf{c}) = \sigma_\alpha \mathcal{L}_\alpha\{h_1, h_2\}(y, \mathbf{c}), \tag{5}$$

onde

$$y = \frac{y^*}{l_0} \qquad \text{e} \qquad \sigma_\alpha = \gamma_\alpha \frac{n_1/\gamma_1 + n_2/\gamma_2}{n_1 + n_2} \left(\frac{m_\alpha}{m}\right)^{1/2}. \tag{6}$$

Aqui, l_0 representa o livre caminho médio e γ_α, ω_α são expressões definidas na Ref. [12].

Associado ao problema de Deslizamento Viscoso, considera-se as condições de contorno de Cercignani-Lampis [3], que são definidas como

$$h_\alpha(0, c_x, c_y, c_z) = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_\alpha(0, c'_x, -c'_y, c'_z) \boldsymbol{R}_{CL_\alpha}(c'_x, -c'_y, c'_z : c_x, c_y, c_z) \mathrm{d}c'_x \mathrm{d}c'_z \mathrm{d}c'_y, \tag{7}$$

onde

$$\boldsymbol{R}_{CL_\alpha}(c'_x, c'_y, c'_z : c_x, c_y, c_z) = \frac{2c'_y}{\pi a_{n\alpha} a_{t\alpha}(2 - a_{t\alpha})} T_\alpha(c'_x : c_x) S_\alpha(c'_y : c_y) T_\alpha(c'_z : c_z), \qquad \alpha = 1, 2, \tag{8}$$

$$T_\alpha(x : z) = exp\left[-\frac{[(1 - a_{t\alpha})z - x]^2}{a_{t\alpha}(2 - a_{t\alpha})}\right], \tag{9}$$

$$S_\alpha(x : z) = exp\left[-\frac{[(1 - a_{n\alpha})^{1/2} z - x]^2}{a_{n\alpha}}\right] \widehat{I}_0\left[\frac{2(1 - a_{n\alpha})^{1/2}|xz|}{a_{n\alpha}}\right] \qquad \text{e} \qquad \widehat{I}_0(w) = I_0(w) e^{-w}. \tag{10}$$

Ainda, $a_{t\alpha}$ representa o coeficiente de acomodação do momento tangencial de cada espécie ($\alpha = 1, 2$), $a_{n\alpha}$ é o coeficiente de acomodação da energia cinética devido a componente normal da velocidade de cada espécie ($\alpha = 1, 2$) e $I_0(w)$ é a função de Bessel modificada.

Para avaliar as quantidades físicas [13] para cada espécie ($\alpha = 1, 2$), define-se o perfil de velocidade

$$v_\alpha(y) = \pi^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} h_\alpha(y, c_x, c_y, c_z) c_x \mathrm{d}c_x \mathrm{d}c_y \mathrm{d}c_z, \tag{11}$$

o perfil de tensão de cisalhamento

$$p_\alpha(y) = \pi^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} h_\alpha(y, c_x, c_y, c_z) c_x c_z \mathrm{d}c_x \mathrm{d}c_y \mathrm{d}c_z \tag{12}$$

e o perfil de fluxo de calor

$$q_\alpha(y) = \pi^{-3/2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} h_\alpha(y, c_x, c_y, c_z)(\mathbf{c}^2 - 5/2)c_x \mathrm{d}c_x \mathrm{d}c_y \mathrm{d}c_z. \tag{13}$$

Tendo em vista, a definição das quantidades físicas de interesse em termos de momentos da função h, multiplica-se a Eq. (5), respectivamente, por

$$\phi_1(c_x, c_z) = \frac{1}{\pi}e^{-({c_x}^2+{c_z}^2)}c_z \qquad \text{e} \qquad \phi_2(c_x, c_z) = \frac{1}{\pi}({c_x}^2 + {c_z}^2 - 2)c_z e^{-({c_x}^2+{c_z}^2)} \tag{14}$$

e, em ambos os casos, integra-se sobre todo c_x e c_z. Considera-se a nova variável $\xi = c_y$ e define-se

$$g_{2\alpha-1}(y, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(c_x, c_z) h_\alpha(y, c_x, \xi, c_z)\mathrm{d}c_x \mathrm{d}c_z \tag{15}$$

e

$$g_{2\alpha}(y, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(c_x, c_z) h_\alpha(y, c_x, \xi, c_z)\mathrm{d}c_x \mathrm{d}c_z, \tag{16}$$

para $\alpha = 1, 2$. Assim, obtém-se quatro equações de balanço, que são escritas em uma forma vetorial, para as componentes de $\mathbf{G}(y, \xi)$ dadas pelas Eqs. (15) e (16),

$$\xi\frac{\partial}{\partial y}\mathbf{G}(y, \xi) + \mathbf{\Sigma}\mathbf{G}(y, \xi) = \mathbf{\Sigma}\int_{-\infty}^{\infty}\psi(\xi')\boldsymbol{K}_s(\xi', \xi)\mathbf{G}(y, \xi')\mathrm{d}\xi', \tag{17}$$

com

$$\mathbf{\Sigma} = \mathrm{diag}\{\sigma_1, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_2\} \quad \text{e} \quad \psi(\xi) = \pi^{-1/2}e^{-\xi^2}. \tag{18}$$

As componentes $k_{i,j}(\xi', \xi)$ do núcleo $\boldsymbol{K}_s(\xi', \xi)$ são definidas no Apêndice B da Ref. [12].

A metodologia usada na obtenção da Eq. (17) é também aplicada nas condições de contorno, Eq. (7), obtendo-se

$$\mathbf{G}(0, \xi) = \mathbf{D}\int_0^{\infty}\mathbf{F}(\xi', \xi)\mathbf{G}(0, -\xi)\mathrm{d}\xi', \qquad \xi > 0, \tag{19}$$

onde

$$\mathbf{D} = \mathrm{diag}\ \{(1 - a_{t1}), (1 - a_{t1})^3, (1 - a_{t2}), (1 - a_{t2})^3\} \tag{20}$$

e

$$\mathbf{F}(\xi', \xi) = \mathrm{diag}\ \{f_1(\xi', \xi), f_1(\xi', \xi), f_2(\xi', \xi), f_2(\xi', \xi)\}. \tag{21}$$

Aqui,

$$f_\alpha(\xi', \xi) = \frac{2\xi'}{a_{n\alpha}}\ exp\Big[-\frac{[(1 - a_{n\alpha})^{1/2}\xi - \xi']^2}{a_{n\alpha}}\Big]\widehat{I}_0\Big[\frac{2(1 - a_{n\alpha})^{1/2}\xi'\xi}{a_{n\alpha}}\Big], \tag{22}$$

para $\xi, \xi' \in (0, \infty)$, com $\alpha = 1, 2$.

Baseado na notação vetorial, expressa-se as grandezas físicas de interesse para cada espécie ($\alpha = 1, 2$), o perfil de velocidade, Eq. (11), o perfil da tensão de cisalhamento, Eq. (12), e o perfil de fluxo de calor, Eq. (13), respectivamente, como

$$v_\alpha(y) = \int_{-\infty}^{\infty}\psi(\xi)g_{2\alpha-1}(y, \xi)\mathrm{d}\xi \qquad , \qquad p_\alpha(y) = \int_{-\infty}^{\infty}\psi(\xi)g_{2\alpha-1}(y, \xi)\xi\mathrm{d}\xi \tag{23}$$

e

$$q_\alpha(y) = \int_{-\infty}^{\infty}\psi(\xi)[(\xi^2 - 1/2)g_{2\alpha-1}(y, \xi) + g_{2\alpha}(y, \xi)]\mathrm{d}\xi. \tag{24}$$

Para definir as grandezas físicas da mistura de gases, segue-se [7, 10, 11]

$$v(y) = \varphi_{v,1}v_1(y) + \varphi_{v,2}v_2(y) \quad , \quad p(y) = \varphi_{p,1}p_1(y) + \varphi_{p,2}2_2(y) \\ \text{e} \quad q(y) = \varphi_{q,1}q_1(y) + \varphi_{q,2}q_2(y), \tag{25}$$

onde os chamados coeficientes de adaptação $\varphi_{i,\alpha}$, $i = u, p, q$, $\alpha = 1, 2$ devem ser especificados. Neste trabalho, desenvolve-se a solução e os resultados numéricos sem especificar estes coeficientes.

3 SOLUÇÃO EM ORDENADAS DISCRETAS

A solução geral em ordenadas discretas para a Eq. (17) é dada por

$$\mathbf{G}(y,\pm\xi_i)=\sum_{j=1}^{4N}[A_j\mathbf{\Phi}(\nu_j,\pm\xi_i)e^{-y/\nu_j}++B_j\mathbf{\Phi}(\nu_j,\mp\xi_i)e^{y/\nu_j}], \tag{26}$$

para $i=1,2,\ldots,N$. As constantes arbitrárias A_j e B_j são determinadas a partir da condição de contorno dada pela Eq. (19). No problema de autovalores para o problema de Deslizamento Viscoso, um autovalor vai para zero, assim uma constante de separação (ν) vai para o infinito e reescreve-se a equação como

$$\mathbf{G}(y,\pm\xi_i)=A_1\mathbf{G}_1+B_1\mathbf{G}_2(y,\pm\xi_i)+\sum_{j=2}^{4N}[A_j\mathbf{\Phi}(\nu_j,\pm\xi_i)e^{-y/\nu_j}+B_j\mathbf{\Phi}(\nu_j,\mp\xi_i)e^{y/\nu_j}], \tag{27}$$

para $i=1,2,\ldots,N$. Aqui

$$\mathbf{G}_1=\begin{bmatrix}1\\0\\s\\0\end{bmatrix}\qquad \text{e} \qquad \mathbf{G}_2(y,\pm\xi)=\begin{bmatrix}\sigma_1 y\mp\xi\\0\\\sigma_1 s(y\mp\xi/\sigma_2)\\0\end{bmatrix}, \tag{28}$$

são soluções exatas linearmente independentes da Eq. (17). Tem-se que s é dada pela expressão $s=(m_2/m_1)^{1/2}$.

Neste problema, a solução é construída da Eq. (27). Uma vez que não há o termo não-homogêneo, a solução diverge quando y tende ao infinito, mas ao mesmo tempo a velocidade da mistura [13] satisfaz

$$\lim_{y\to\infty}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}u(y)=K_p, \tag{29}$$

onde K_p é uma constante de normalização, que depende da escolha do coeficiente de adaptação usado. Devido a condição dada pela Eq. (29) encontra-se, na Eq. (27), $B_j=0$, $j=2,\cdots,4N$ e escolhe-se

$$B_1=\frac{1}{\sigma_1}. \tag{30}$$

Então, tem-se a solução

$$\mathbf{G}(y,\pm\xi_i)=A_1\mathbf{G}_1+(1/\sigma_1)\mathbf{G}_2(y,\pm\xi_i)+\sum_{j=2}^{4N}[A_j\mathbf{\Phi}(\nu_j,\pm\xi_i)e^{-y/\nu_j}], \tag{31}$$

para $i=1,2,\ldots,N$.

Para completar a solução do problema, substitui-se a Eq. (31) na versão em ordenadas discreta da condição de contorno da Eq. (19) que é dada por

$$\mathbf{G}(0,\xi_i)=\mathbf{D}\sum_{k=1}^{N}\omega_k\mathbf{F}(\xi_k,\xi_i)\mathbf{G}(0,-\xi_k), \tag{32}$$

para $i=1,2,\ldots,N$. Sendo $\mathbf{D}$ dada pela Eq. (20) e $\mathbf{F}(\xi_k,\xi_i)$ dada pela Eq. (21). Com isto, obtém-se um sistema com $4N$ equações algébricas lineares e $4N$ incógnitas, $\{A_j\}$ para $j=1,\ldots,4N$.

Baseado na derivação acima, escreve-se, para as duas espécies ($\alpha=1,2$), o perfil de velocidade, respectivamente,

$$v_1(y)=A_1+y+\sum_{j=2}^{4N}A_jN_{v,1}(\nu_j)e^{-y/\nu_j}\quad \text{e} \quad v_2(y)=s(A_1+y)+\sum_{j=2}^{4N}A_jN_{v,2}(\nu_j)e^{-y/\nu_j}, \tag{33}$$

o perfil de tensão de cisalhamento

$$p_1(y) = -\frac{1}{2\sigma_1} + \sum_{j=2}^{4N} A_j N_{p,1}(\nu_j) e^{-y/\nu_j} \quad \text{e} \quad p_2(y) = -\frac{s}{2\sigma_2} + \sum_{j=2}^{4N} A_j N_{p,2}(\nu_j) e^{-y/\nu_j} \tag{34}$$

e o perfil de fluxo de calor

$$q_\alpha(y) = \sum_{j=2}^{4N} A_j N_{q,\alpha}(\nu_j) e^{-y/\nu_j}. \tag{35}$$

Aqui, tem-se

$$N_{v,\alpha}(\nu_j) = \mathbf{F}_\alpha^T \sum_{k=1}^{N} \omega_k \psi(\xi_k)[\mathbf{\Phi}(\nu_j, \xi_k) + \mathbf{\Phi}(\nu_j, -\xi_k)], \tag{36}$$

$$N_{p,\alpha}(\nu_j) = \mathbf{F}_\alpha^T \sum_{k=1}^{N} \omega_k \psi(\xi_k)\xi_k[\mathbf{\Phi}(\nu_j, \xi_k) + \mathbf{\Phi}(\nu_j, -\xi_k)] \tag{37}$$

e

$$N_{q,\alpha}(\nu_j) = \sum_{k=1}^{N} \omega_k \psi(\xi_k) \mathbf{F}_{q,\alpha}^T(\xi_k)[\mathbf{\Phi}(\nu_j, \xi_k) + \mathbf{\Phi}(\nu_j, -\xi_k)], \tag{38}$$

onde o sobrescrito T significa a operação transposta,

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{F}_{q,1} = \begin{bmatrix} \xi^2 - 1/2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{F}_{q,2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi^2 - 1/2 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{39}$$

Fazendo v_{asy} denotar a parte assintótica (a parte que exclui o fator exponencial) de $v(y)$ tem-se

$$v_{1,asy} = A_1 + K_p y \quad e \quad v_{2,asy} = s(A_1 + K_p y). \tag{40}$$

Usando a definição

$$\zeta_p = \frac{v_{asy}(0)}{v'_{asy}(0)}, \tag{41}$$

encontra-se

$$\zeta_p = A_1. \tag{42}$$

que é o coeficiente de deslizamento viscoso.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

A implementação computacional, para avaliar os resultados numéricos, foi desenvolvida através de programas em linguagem FORTRAN. Para implementar as soluções, inicialmente, define-se o esquema de quadratura associado ao método de ordenadas discretas analítico (ADO). Neste sentido, para muitos problemas na dinâmica de gases rarefeitos, a utilização do procedimento a seguir, tem se mostrado adequado [1, 2, 4, 5]: Objetivando-se calcular integrais no intervalo $[0, \infty)$, usa-se a transformação não-linear

$$u(\xi) = \mathrm{e}^{-\xi} \tag{43}$$

para mapear $\xi \in [0, \infty)$ sob $u \in [0, 1]$, e então usa-se o esquema de quadratura de Gauss-Legendre mapeado linearmente no intervalo $[0, 1]$.

Tendo definido o esquema de quadratura, o próximo passo é a determinação dos autovalores (constantes de separação) e autovetores. A seguir, encontra-se as constantes arbitrárias, resolvendo-se os sistemas lineares, assim, as quantidades físicas de interesse são encontradas.

Os resultados numéricos são apresentados na Tabelas 1 para duas misturas de gases nobres, obtidos com $N = 80$ pontos de quadraturas.

Para a obtenção dos resultados numéricos apresentados na Tabela 1, considera-se a seguinte mistura de gases: Hélio (He) e Xenônio (Xe). Os casos referidos na Tabela 1 são os seguintes::
He-Xe: $m_1 = 4.0026$, $m_2 = 131.30$ e $d_2/d_1 = 2.226$

caso I: $\alpha_{t1} = 0.20$, $\alpha_{t2} = 0.95$, $\alpha_{n1} = 0.01$, $\alpha_{n2} = 0.70$

caso II: $\alpha_{t1} = 0.20$, $\alpha_{t2} = 0.95$, $\alpha_{n1} = 0.05$, $\alpha_{n2} = 0.40$

caso III: $\alpha_{t1} = 0.882$, $\alpha_{t2} = 1.014$, $\alpha_{n1} = 0.01$, $\alpha_{n2} = 0.70$

Os valores para os coeficientes de acomodação do momento tangencial para os casos I e II são reproduzidos de valores experimentais encontrados no trabalho de Lord [14]. Para o caso III, os valores experimentais são provenientes de [9] que segue o trabalho experimental de Porodnov *et al.* [8].

Em relação ao coeficiente de acomodação normal, escolhe-se valores numéricos baseados no coeficiente de acomodação térmico dos gases, por não apresentar, na literatura, valores experimentais. Para isto, usa-se os resultados experimentais apresentados no trabalho de Thomas [14].

Os resultados encontrados foram desenvolvidos em termos da concentração molar definidos em relação a primeira partícula como

$$C = \frac{n_1/n_2}{1 + n_1/n_2}. \tag{44}$$

C	caso I	caso II	caso III
0.0	1.19240	1.20709	1.00994
0.1	1.29870	1.30048	1.05579
0.2	1.40996	1.41147	1.10715
0.3	1.54517	1.54633	1.16504
0.4	1.71164	1.71237	1.23051
0.5	1.92414	1.92431	1.30485
0.6	2.20623	2.20567	1.38879
0.7	2.60445	2.60291	1.48166
0.8	3.22681	3.22392	1.57548
0.9	4.41385	4.40890	1.62709
1.0	8.23486	8.22515	1.27258

Tabela 1: Coeficiente de Deslizamento Viscoso ξ: para a mistura He-Xe.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para os resultados obtidos neste trabalho, a solução em ordenadas discretas analítica se mostra eficiente e, ainda, disponibiliza-se tabelas para o coeficiente de deslizamento viscoso usado em condições de contorno associadas as equações de Navier-Stokes.

Agradecimentos

O autor agradece ao FIPE/UFSM pelo apoio financeiro dado a este trabalho.

Referências

[1] L. B. Barichello and C. E. Siewert, A Discrete-Ordinates Solution for a Non-Grey Model with Complete Frequency Redistribution, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 62 (1999) 665.

[2] M. Camargo and L. B. Barichello, Unified Approach for Variable Collision Frequency Models in Rarefied Gas Dynamics, *Transport Theory and Statistical Physics*, 33 (2004) 227.

[3] C. Cercignani and M. Lampis, Kinetic Model for Gas-Surface Interaction, *Transport Theory and Statistical Physics*, 1 (1971) 101.

[4] R. F. Knackfuss and L. B. Barichello, On the Temperature-Jump Problem in Rarefied Gas Dynamics: The Effect of the Cercignani-Lampis Boundary Conditions, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 66 (2006) 2149.

[5] R. F. Knackfuss and L. B. Barichello, Surface Effects in Rarefied Gas Dynamics: An Analysis Based on the Cercignani-Lampis Boundary Conditions, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 25 (2006) 113.

[6] F. J. McCormack, Construction of linearized kinetic models for gaseous mixtures and molecular gases, *Physics of Fluids*, 16 (1973) 2095.

[7] S. Naris and D. Valougeorgis and D. Kalempa and F. Sharipov, Gaseous Mixture Flow between two parallel plates in the whole range of the gas rarefaction, *Physica A*, 336 (2004) 294.

[8] B. T. Porodnov, P. E. Suetin, S. F. Borisov and V. D. Akinshin, Experimental Investigation of Rarefied Gas Flow in Different Channels, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 64 (1974) 417.

[9] F. Sharipov, Data on the Velocity Slip and Temperature Jump Coefficients, *Proceeding of the 5th Annual International Conference on Thermal and Mechanical Simulation Experiments in Micro-Electronics and Micro-Systems, Brussels, Belgium*, 899 (2004) 243.

[10] F. Sharipov and D. Kalempa, Velocity Slip and Temperature Jump coefficients for gaseous mixtures. I. Viscous Slip Coefficient, *Physics of Fluids*, 15 (2003) 1800.

[11] F. Sharipov and D. Kalempa, Velocity Slip and Temperature Jump coefficients for gaseous mixtures. II. Thermal Slip Coefficient, *Physics of Fluids*, 16 (2004) 760.

[12] C. E. Siewert, The McCormack Model for Gas Mixtures: The Temperature-Jump Problem, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 56 (2005) 273.

[13] C. E. Siewert and D. Valougeorgis, Concise and Accurate Solutions to Half-Space Binary-Gas Flow Problems Defined by the McCormack Model and Specular-Diffuse Wall Conditions, *European Journal of Mechanis B/Fluids*, 23 (2004) 709.

[14] L. B. Thomas, A collection of Some Controlled Surface Thermal Accommodation Coefficient Measurements, in Rarefied Gas Dynamics" (C. L. Brundin, ed., pp. 155, Academic Press, New York, 1967.

[15] M. M. R. Williams, A Review of the Rarefied Gas Dynamics Theory Associated with Some Classical Problems in Flow and Heat Transfer, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 52 (2001) 500.