

Emprego do método de perturbação de 1° ordem na obtenção da função de radiação de fontes sísmicas situadas em meios heterogêneos anisotrópicos (MHA)

Telesson N. Teles

Depto de Química e Exatas, UESB – Campus de Jequié

45206-190, Jequié, BA

E-mail: telesson@ig.com.br

Resumo: *Uma metodologia para o cálculo aproximado da função de radiação de fontes sísmicas pontuais situadas em MHA é apresentada. O método de perturbação de primeira ordem é utilizado na obtenção dos autovalores e autovetores da matriz de Christoffell, necessários à computação da função de radiação. As expressões obtidas permitem a computação rápida e eficiente da função de radiação, para os três modos de propagação (qP, qS1 e qS2) que ocorrem em MHA, a partir da função de radiação conhecida num meio de referência isotrópico. O método foi aplicado a modelos com simetria hexagonal (transversalmente isotrópicos) e os resultados mostraram que a aproximação é boa mesmo em situações/modelos com forte anisotropia. O método encontrará aplicações na construção de sismogramas sintéticos e na inversão de amplitudes em MHA.*

Introdução

A modelagem e a inversão de parâmetros de anisotropia sísmica representam importantes ferramentas na prospecção de hidrocarbonetos pois revelam detalhes relevantes da estrutura geológica, como a litologia, porosidade e planos de estratificação da rocha, etc. Porém, a computação de campos elastodinâmicos em estruturas anisotrópicas demanda um tempo de computação muito superior aquele requerido para estruturas isotrópicas. Isso se deve a diversos fatores, dentre os quais podemos destacar: a maior complexidade das equações cinemático-dinâmicas do traçamento do raio [1] e a existência de três modos distintos de propagação (ondas qP, qS1 e qS2), exigindo, por exemplo, a computação de três distintas funções de radiação da fonte, uma para cada modo de propagação [2], [3]. É compreensível, portanto, que esforços no sentido de tornarem mais rápidas (e estáveis) tais computações sejam empreendidos. Uma possível forma de reduzir o tempo de computação é através do uso de métodos aproximados na obtenção do campo. É nesse sentido que o método de perturbação de primeira ordem se apresenta como uma excelente alternativa na computação de campos em meios heterogêneos e anisotrópicos.

Aplicações do método de perturbação a problemas de propagação sísmica (aspectos cinemáticos) têm sido sugeridas por vários autores. Cerveny e Jech (1982) [4] derivaram fórmulas para a computação de tempos de trânsito em meios heterogêneos anisotrópicos levemente perturbados. Farra (1989) [5] derivou expressões aproximadas para a aplicação do método do raio a meios com simetria hexagonal. Jech e Psencik (1989) [6] derivaram expressões para a computação das perturbações dos autovalores e autovetores da matriz de Christoffell, a qual rege a propagação em meios anisotrópicos gerais. O uso dessas expressões em procedimentos de inversão de tempos de trânsito aparece, por exemplo, nos trabalhos [7] e [8], dentre outros.

A computação das amplitudes ao longo da propagação (aspectos dinâmicos), para fins de modelagem e inversão, por outro lado, representa a etapa computacionalmente mais laboriosa do método do traçamento do raio e têm despertado o interesse e a utilização de diversas técnicas por vários autores recentemente [2], [9] – [12]. É com esse foco que, no presente trabalho, empregaremos o método de perturbação de primeira ordem, conforme apresentado em [6], para a computação rápida e eficiente da função de radiação (amplitude da fonte livre do

espalhamento geométrico) de fontes sísmicas pontuais situadas em meios heterogêneos anisotrópicos.

Função de Radiação

Usualmente, o padrão de radiação em sismologia é definido como a amplitude do campo nos pontos ao longo de uma esfera de raio unitário em torno da fonte [3], isto é

$$P(\vec{x}) = (u_i u_i^*)^{1/2} \quad ; \quad |\vec{x} - \vec{x}_o| = 1 \quad (1)$$

onde \vec{x}_o é a posição da fonte, u_i é o vetor campo (deslocamento) elastodinâmico em \vec{x} . Para o caso de meios homogêneos isotrópicos, para os quais o espalhamento geométrico é o mesmo em qualquer direção, o padrão de radiação, como acima definido, caracteriza diretamente o comportamento da fonte sísmica. Em se tratando de meios heterogêneos anisotrópicos, esta esfera unitária não representa nenhum lugar geométrico especial, e o padrão de radiação nela computado não representa as características direcionais intrínsecas da fonte. De fato, tal padrão inclui dois fatores independentes: o comportamento direcional intrínseco da fonte, chamado de função de radiação da fonte, que independe dos efeitos da propagação, e o espalhamento geométrico, cuja dependência angular, muitas vezes pronunciada, depende dos efeitos da propagação no meio. A separação desses dois fatores é importante, pois para uma dada localização da fonte e do receptor (geofone), é suficiente calcular o espalhamento geométrico apenas uma vez, e o campo (amplitude) final no receptor pode ser obtido para diversos tipos de fontes (diversas funções de radiação), sem praticamente nenhum custo computacional adicional.

A fim de proceder com a separação descrita, devemos compensar os efeitos do espalhamento geométrico no padrão obtido por (1). Seguindo [2], define-se a função de radiação como a amplitude da fonte livre de espalhamento geométrico na forma abaixo:

$$R(\delta_o, \theta_o) = \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{x}_o} \left[(u_i u_i^*)^{1/2} |\Omega(\vec{x}, \vec{x}_o)|^{1/2} \right] \quad (2)$$

onde Ω é o espalhamento geométrico de \vec{x}_o a \vec{x} e δ_o e θ_o (*take-off angles*) são os parâmetros do raio e especificam a direção de propagação. Partindo de (2), as expressões para a função de radiação para o caso de fontes pontuais de força e explosiva foram, então, obtidas usando-se o método do raio [2]:

Para fonte de força:

$$R^{(n)}(\delta_o, \theta_o) = \frac{g_j^{(n)}(\vec{x}_o) f_j(\vec{x}_o)}{4\pi \rho(\vec{x}_o) V^{(n)}(\vec{x}_o)} \quad (3)$$

Para fonte explosiva:

$$R^{(n)}(\delta_o, \theta_o) = \frac{M_o g_j^{(n)}(\vec{x}_o) p_j^{(n)}(\vec{x}_o)}{4\pi \rho(\vec{x}_o) V^{(n)}(\vec{x}_o)} \quad (4)$$

onde o índice n indica o modo de propagação (qP, qS1 ou qS2), ρ é a densidade do meio, g_j é o vetor de polarização (autovetor da matriz de Christoffell), V é a velocidade de fase (do autovalor associado), p_j é o vetor vagarosidade (*slowness*), f_j é a força aplicada e M_o é a intensidade da fonte explosiva.

Essas expressões serão utilizadas na computação das funções de radiação exatas para fins de comparação com aquelas obtidas por aproximação, através do método de perturbação.

Função de Radiação Perturbada

Obteremos agora as expressões para a computação das funções de radiação em MHA através da aplicação da teoria de perturbação de primeira ordem aplicada à avaliação dos autovalores e autovetores da matriz de Christoffell, quantidades que aparecem nas expressões (3) e (4) acima.

Estamos interessados em obter a perturbação da função de radiação, de forma que podemos decompô-la na soma de duas partes (omitindo-se o índice n daqui pra frente):

$$R(\vec{x}_o) = R(\delta_o, \theta_o) \approx R^{iso}(\vec{x}_o) + \Delta R(\vec{x}_o) \quad (5)$$

o primeiro termo do segundo membro representa a função de radiação no meio de referência isotrópico e o segundo termo representa a perturbação associada.

Para obtenção da perturbação ΔR em (5), o método de perturbação de primeira ordem é aplicado na solução da equação de Christoffell, que rege a cinemática da propagação em meios elásticos gerais, fornecendo as expressões para a obtenção das perturbações dos vetores de polarização (autovetores) e das velocidades de fase (autovalores), em termos dos vetores de polarização e das velocidades de fase no meio de referência (isotrópico) e das perturbações dos parâmetros elásticos que descrevem o meio [6].

Assim:

$$g_i \approx g_i^{iso} + \Delta g_i \quad (6)$$

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{V_{iso}} - \frac{\Delta V}{V_{iso}^2} \quad (7)$$

onde as perturbações Δg_i e ΔV são obtidas conforme [6]. Substituindo as expressões acima em (3) e (4) chegamos, após desprezarmos os termos de ordem superior, nas expressões abaixo:

Para fonte de força:

$$R(\vec{x}_o) = \underbrace{\frac{g_k^{iso}(\vec{x}_o) f_k(\vec{x}_o)}{4\pi \rho(\vec{x}_o) V^{iso}(\vec{x}_o)}}_{R^{iso}(\vec{x}_o)} + \underbrace{\frac{(\Delta g_k(\vec{x}_o) - g_k^{iso}(\vec{x}_o) \frac{\Delta V(\vec{x}_o)}{V^{iso}(\vec{x}_o)}) f_k(\vec{x}_o)}{4\pi \rho(\vec{x}_o) V^{iso}(\vec{x}_o)}}_{\Delta R(\vec{x}_o)} \quad (8)$$

Para fonte explosiva:

$$R(\vec{x}_o) = \underbrace{\frac{g_k^{iso}(\vec{x}_o) n_k(\vec{x}_o)}{4\pi \rho(\vec{x}_o) V^{iso}(\vec{x}_o)^2}}_{R^{iso}(\vec{x}_o)} + \underbrace{\frac{(\Delta g_k(\vec{x}_o) - g_k^{iso}(\vec{x}_o) \frac{2\Delta V(\vec{x}_o)}{V^{iso}(\vec{x}_o)}) n_k(\vec{x}_o)}{4\pi \rho(\vec{x}_o) V^{iso}(\vec{x}_o)^2}}_{\Delta R(\vec{x}_o)} \quad (9)$$

Pode-se notar, dentre outras peculiaridades associadas à propagação em MHA, que um deslocamento das linhas nodais pode ocorrer no meio anisotrópico, o qual pode ser visto quando

o primeiro termo de (8) ou (9) se anula e o segundo não. As expressões (8) e (9) serão utilizadas para a computação das funções de radiação aproximadas.

Vale ressaltar que embora tenhamos assumido meios de referência isotrópicos, em nenhum momento do desenvolvimento esta condição foi exigida, de forma que qualquer anisotropia associada ao meio de referência pode ser assumida. As expressões obtidas continuam válidas. A única mudança ocorre no procedimento para a obtenção das perturbações dos autovalores e autovetores, conforme descrito em [6].

A questão que se coloca agora é de como obter o meio de referência isotrópico ideal/ótimo, de forma a garantir a validade das expressões acima. Como se trata de uma aproximação de primeira ordem, é importante garantir que as perturbações nas constantes elásticas do meio sejam pequenas o bastante para validar os resultados obtidos. Dessa forma, optamos, nesse trabalho, pelo procedimento adotado [8], onde se determina o meio isotrópico de referência mais próximo do meio anisotrópico original no sentido dos mínimos quadrados, isto é:

$$C_{ij} = C_{ij}^{iso} + \Delta C_{ij} \quad (10)$$

$$L = \sum \left(\frac{\Delta C_{ij}}{C_{ij}^{iso}} \right)^2 \rightarrow \min \quad (11)$$

onde C_{ij} são as constantes elásticas do meio original, C_{ij}^{iso} são as constantes elásticas do meio de referência isotrópico e L é a função objetivo a ser minimizada.

As constantes elásticas do meio de referência isotrópico podem, então, ser obtidas seguindo-se os passos descritos no trabalho mencionado [8].

Resultados Numéricos e Discussão

A fim de verificar a acurácia das expressões desenvolvidas, computamos e comparamos graficamente as funções de radiação exata e aproximada para dois modelos com simetria hexagonal (transversalmente isotrópicos), descritos aqui pelos parâmetros de Thomsen abaixo:

	Modelo 1	Modelo 2
V_p (km/s)	4,3	4,43
V_s (km/s)	2,5	1,87
γ	0,01	0,42
ε	0,05	0,14
δ	0,05	-0,39

O primeiro representa um modelo com anisotropia fraca ($\delta \ll 1$ e $\varepsilon \ll 1$). O segundo modelo apresenta um grau de anisotropia mais forte, a fim de evidenciar o alcance e as limitações do método proposto.

Na figura 1 são apresentados a (a) função objetivo L em função do meio isotrópico de referência (representado aqui pelo parâmetro γ), conforme descrito em [8]; (b) e (c) os autovalores (velocidades de fase) exatos, perturbados e no meio de referência para os modos qP e qS2, respectivamente, do modelo 1. Nas figuras 2 e 3 são apresentadas as seções no plano XZ das funções de radiação exata, no meio de referência isotrópico e perturbada (aproximada) das ondas qP e qS2 (SV) para fonte explosiva e de força vertical, para os modelos 1 e 2, respectivamente. Pode-se observar que os resultados para as ondas qP é muito bom em ambos os casos, revelando a robustez do método para esse modo de propagação. Para as ondas qS2, o

ajuste é bom quando se trata de fonte de força vertical, enquanto para fonte explosiva é apenas razoável, revelando maior discrepância quando comparado às funções de radiação exatas. Contribuiu para isso o fato de que a função de radiação de referência é nula, por tratar-se de meio isotrópico, onde não ocorrem ondas S (cisalhantes) para fonte explosiva. As diferenças mostram-se ainda sensíveis ao grau de anisotropia do modelo, revelando-se maiores para anisotropias mais fortes. As razões para tais discrepâncias são os maiores desvios nos ajustes dos autovalores/autovetores associados às ondas qS para as direções onde ocorre a maior concentração da energia gerada, entre os eixos vertical (de simetria) e horizontal.

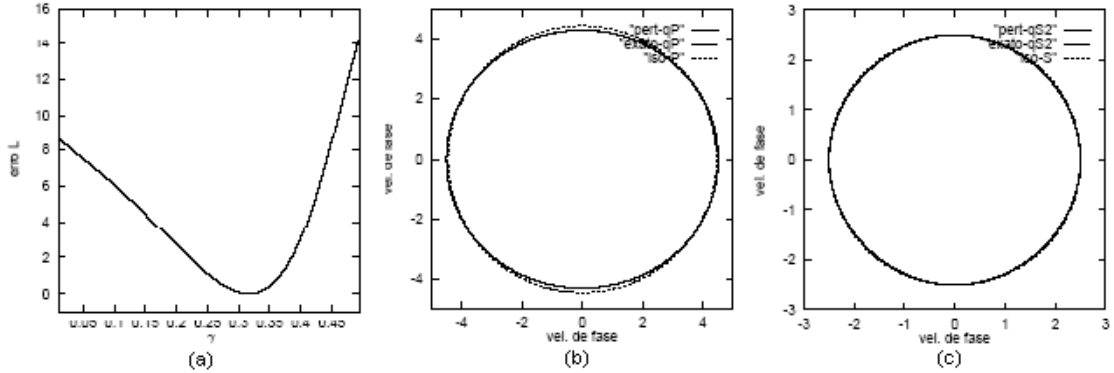


Figura 1: (a) Perturbação quadrática média (L) em função do modelo isotrópico de referência (representado pelo parâmetro γ). (b) e (c) Velocidades de fase exatas, perturbadas e do modelo de referência para os modos qP e qS2, respectivamente.

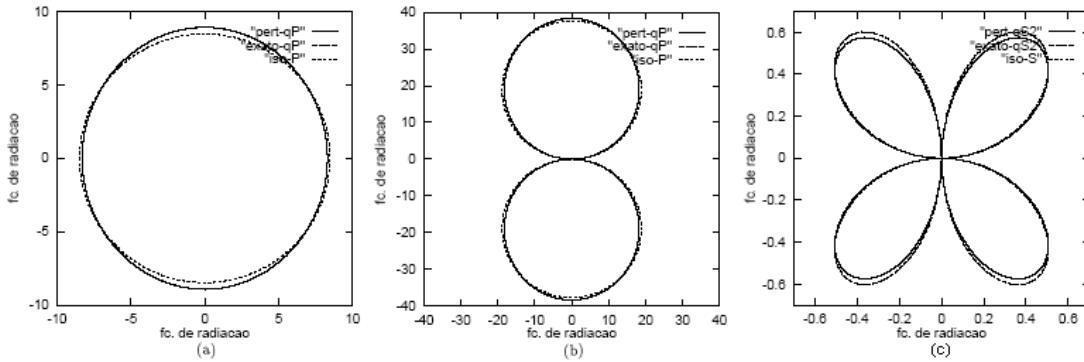


Figura 2: Seções da função de radiação no plano XZ para o modelo 1: (a) fonte explosiva, modo qP, (b) fonte de força vertical, modo qP e (c) fonte explosiva, modo qS2.

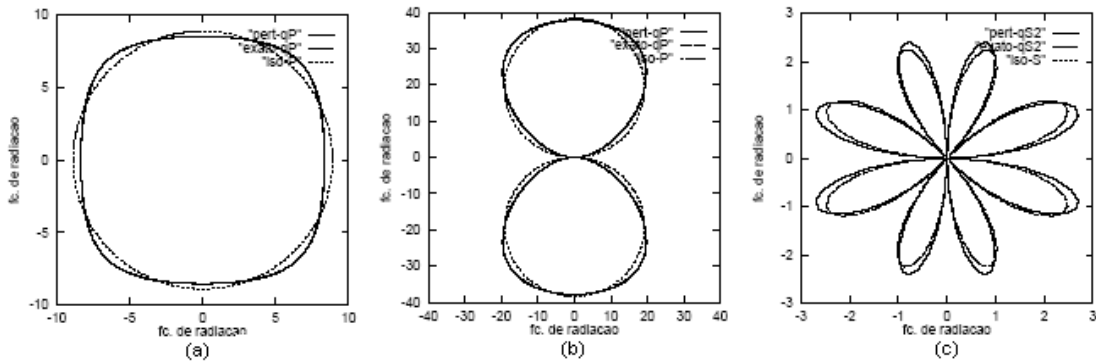


Figura 3: Seções da função de radiação no plano XZ para o modelo 2: (a) fonte explosiva, modo qP, (b) fonte de força vertical, modo qP e (c) fonte explosiva, modo qS2.

Conclusões

Uma metodologia para a computação aproximada da função de radiação em meios heterogêneos anisotrópicos foi desenvolvida a partir do método de perturbação de primeira ordem. As expressões obtidas permitem que a função de radiação e, posteriormente, o campo final, possam ser obtidos a partir da função de radiação de um meio de referência isotrópico, de forma rápida e computacionalmente eficiente. Os resultados mostraram-se satisfatórios para modelos realísticos, onde, normalmente, o grau de anisotropia é baixo. Para as ondas qP, os resultados mostraram-se bastantes robustos mesmo para modelos com forte anisotropia. O método encontrará aplicações na modelagem sísmica direta e inversa, como na obtenção de sismogramas sintéticos e na inversão de amplitudes em meios anisotrópicos.

Referências Bibliográficas

1. V. Cerveny, “Seismic Ray Theory”, Cambridge University Press, New York, 2001.
2. Psencik, I. and Teles, T.N., Point source radiation inhomogeneous anisotropic media, *Pure and Applied Geophysics*, vol. 148, pp. 591-623, 1996.
3. Teles, T.N., Diogo, L.A. and Psencik, I., Far field radiation patterns in anisotropic media, 58th Conf. Techn. Exhib. Of the EAGE, C020, Amsterdam, 1995.
4. Cerveny, V. and Jech, J., Linearized solutions of kinematic problems of seismic body waves in inhomogeneous slightly anisotropic media, *J. Geophys.*, vol. 51, pp. 96-104. 1982.
5. Farra, V., Ray perturbation theory for heterogeneous hexagonal anisotropic medium, *Geophys. J. Int.*, vol. 99, pp. 723-738, 1989.
6. Jech, J. and Psencik, I., First order perturbation method for anisotropic media, *Geophys. J. Int.*, vol. 99, pp. 369-376, 1989.
7. Cerveny, V. and Firbas, P., Numerical modeling and inversion of travel times of seismic body waves in inhomogeneous anisotropic media, *Geophys. J. R. Ast. Soc.*, vol. 76, PP. 41-51, 1984.
8. Simões Filho, I.A., The accuracy of travelttime perturbation from isotropic to anisotropic médium, *Geophys. Res. Let.*, vol. 20. PP. 1491-1494, 1993.
9. Martinez, J.R. and McMechan, G.A., Source-parameter estimation by full waveform inversion in 3d heterogeneous, viscoelastic, anisotropic media, *Bulletin of the Seismological Society of Americ*, vol. 91, pp. 276-291, 2001.
10. Iversen E., Reformulated kinematic and dynamic ray tracing systems for arbitrary anisotropic media, *J. Stud. geoph. geod.*, vol. 48, pp. 1-20, 2004.
11. Rossler, D., Rumpker, G., Ambiguous Moment Tensors and Radiation Patterns in Anisotropic Media with Applications to the Modeling of Earthquake Mechanisms in W-Bohemia, , *J. Stud. geoph. Geod.*, vol. 48, pp. 233-250, 2004.
12. Rossler, D., Krüger, F., Rumpker, G., Retrieval of moment tensors due to dislocation point sources in anisotropic media using standard techniques, *Geophys. J. Int.*, vol. 169, pp. 136-148, 2007.