 ISSN 1984-820X

Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Problema de Pré-despacho com Restrições de Segurança

Luciana Casacio, **Christiano Lyra Filho**, **Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira***
FEEC - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP
*IMECC - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP
13083-852, Campinas, SP
E-mail: luciana@densis.fee.unicamp.br, christi@densis.fee.unicamp.br, aurelio@ime.unicamp.br

Resumo: *O método de pontos interiores primal-dual será desenvolvido para o problema de minimização das perdas na geração e transmissão do pré-despacho DC de um sistema de potência hidrotérmico considerando as restrições de segurança para atender demandas imprevistas ou algumas contingências. A estrutura matricial resultante será explorada objetivando uma implementação eficiente.*

Palavras-chave: *Sistemas de Potência, Métodos de Pontos Interiores, Restrições de Segurança.*

1 Introdução

Considerando a complexidade do sistema elétrico brasileiro, o aumento da demanda de energia e a busca por menores custos, torna-se necessária a aplicação de métodos que minimizem as perdas na geração e transmissão no pré-despacho do sistema, reduzindo a geração térmica e poupando recursos hídricos.

Uma vez que a demanda de energia varia ao longo do dia, a geração deve acompanhar a variação de carga. No pré-despacho de sistemas hidroelétricos, as usinas têm uma meta a cumprir em um determinado dia, estabelecida pelo planejamento de longo-prazo. Adicionalmente, é necessário respeitar a cada período de tempo restrições de segurança para atender demandas imprevistas ou algumas contingências.

Utilizando a velocidade e robustez dos métodos de pontos interiores [6], deseja-se obter implementações mais eficientes e ainda mais próximas do modelo real, acrescentando as restrições de segurança.

Para isso será utilizado o fluxo de potência linearizado (DC) devido a sua simplicidade e precisão, onde as leis de Kirchhoff são utilizadas como restrições de um problema de programação quadrática [7]. As restrições de segurança a serem acrescentadas ao modelo descrito a seguir são resultados direto da troca de idéias originadas em reuniões técnicas realizadas com a equipe do Operador Nacional do Sistema (ONS).

O objetivo é desenvolver uma ferramenta eficiente e robusta que possa ser utilizada tanto no próprio pré-despacho como em simulações de variações de carga e de geração futuras.

2 O Modelo Matemático

A minimização de perdas no pré-despacho de um sistema de potência hidrotérmico é um problema de planejamento operacional de curto prazo, onde curto prazo significa a operação a cada meia hora durante um dia. O modelo do pré-despacho consiste, portanto, na solução de diversos problemas de fluxo de potência ótimo DC acoplados por restrições adicionais.

2.1 Modelo Estático

O modelo do fluxo de potência ótimo DC [3] acrescido das restrições de segurança [1] pode ser modelado como:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & \alpha f^t R f + \beta\gamma(p) && (1)\\ \text{sujeito a} \quad & Af = p - l, \qquad Tf = 0 && (2)\\ & s^{min} \leq Mp + Nf \leq s^{max} && (3)\\ & f^{min} \leq f \leq f^{max}, \qquad p^{min} \leq p \leq p^{max} && (4) \end{aligned}$$

onde:
f representa o vetor de fluxo de potência ativa;
p representa o vetor de geração de potência ativa;
R representa a matriz diagonal das resistências das linhas;
$\gamma(p)$ representa a função de perdas na geração para hidroelétricas ou custo de geração para as termoelétricas e será descrita em seguida;
A representa a matriz de incidência da rede de transmissão;
T representa a matriz de reatância da rede de transmissão;
l representa as demandas de potência ativa;
M representa a matriz dos geradores envolvidos nas restrições de segurança;
N representa a matriz das linhas de transmissão envolvidas nas restrições de segurança;
f^{max} e f^{min} são os limites de fluxo de potência ativa;
p^{max} e p^{min} são os limites de geração de energia hidráulica;
s^{max} e s^{min} são os limites de potência ativa das restrições de segurança;
α e β são ponderações dos objetivos a minimizar.

O sistema de transmissão é representado por um fluxo de potência DC (fluxo de carga em corrente contínua) com limites no fluxo de potência ativa. Para que as variáveis de geração (p) e de transmissão (f) possam ser expressas simultaneamente no modelo, as leis de Kirchhoff são apresentadas separadamente [3]. As equações em (2) representam as leis de Kirchhoff para nós e circuitos respectivamente. Portanto, o conjunto de restrições para este problema é linear onde, as equações em (2) representam a rede de geração/transmissão, as equações (3) representam as restrições de segurança e as equações (4) representam as capacidades de geração e transmissão do sistema.

A função de perdas na geração hidráulica $\gamma(p)$ modela as três formas mais importantes de perda: variações na cota de jusante; perdas na tubulação de adução da unidade geradora; e perdas associadas à eficiência do par turbina-gerador. Estas perdas foram formuladas como uma função quadrática para cada unidade geradora: $\gamma(p) = p^t Qp + c^t p$, onde Q é uma matriz diagonal e c representa a componente linear das perdas na geração.

O custo de geração associado às termoelétricas também é uma função quadrática independente para cada gerador. Portanto, utilizando o modelo descrito para minimizar as perdas na geração hidráulica e custos na geração térmica, as duas componentes da função objetivo (1) são quadráticas com variáveis separáveis, uma vez que a matriz R também é diagonal. Vale ressaltar que os métodos de pontos interiores para problemas com esta característica apresentam desempenho similar ao obtido para problemas lineares. Em particular, o esforço por iteração é virtualmente o mesmo em ambas as situações [7].

As restrições de segurança modelam as três principais situações que podem ocorrer no sistema elétrico brasileiro:

- Queda de linha: a queda da linha f_i pode ser coberta pela linha f_j através de restrições do tipo $s_1^{min} \leq f_i + \gamma f_j \leq s_1^{max}$ [2]. Note que nestes casos $M = 0$ e mais que uma linha pode ser usada para cobrir uma queda.

- Desligamento de gerador: a queda de um gerador pode sobrecarregar uma linha de transmissão. Restrições do tipo $s_2^{min} \leq p_i + \delta f_j \leq s_2^{max}$ evitam que a linha j seja sobrecarregada [2].

- Gargalos no sistema: limites no fluxo entre duas áreas da rede podem ser impostos com restrições do tipo $s_3^{min} \leq p_i + \varepsilon f_j + \eta f_k \leq s_3^{max}$, originadas do conhecimento que o ONS tem do sistema nacional.

2.2 Modelo Dinâmico

A representação do problema descrita anteriormente corresponde a um único intervalo de tempo da operação. Para estender a formulação (1-4), é necessário considerar este problema para cada intervalo de tempo, acrescentando as restrições de acoplamento referentes às metas de geração das usinas hidroelétricas. A seguinte equação representa o atendimento das metas para cada usina hidroelétrica: $e^t p^j = q$ onde q representa a meta de geração de energia das hidroelétricas para o horizonte em estudo, estabelecida pelo planejamento de longo prazo e p^j representa o vetor de geração de potência ativa da usina j.

Considerando agora o modelo com os t intervalos de tempo, o problema fica da seguinte forma:

$$
\begin{array}{lllr}
\text{minimizar} & \alpha \sum_{i=1}^{t} f_i^t R f_i + \beta \sum_{i=1}^{t} (p_i^t Q p_i + c^t p_i) & & \\
\text{sujeito a} & A f^k = p^k - l^k, & T f^k = 0 & \\
 & s^{min} \leq M p^k + N f^k \leq s^{max} & & \forall k \in (1, \ldots, t) \\
 & f^{min} \leq f^k \leq f^{max}, & p^{min} \leq p^k \leq p^{max} & \\
 & \sum_{k=1}^{t} e^k p_j = q & & \forall j \in (1, \ldots, g).
\end{array}
$$

O método de pontos interiores primal-dual é utilizado para resolução desse problema, através da aplicação do método de Newton às condições de otimalidade do problema.

2.2.1 Formulação do Problema Primal

Para aplicar os métodos para a solução do problema, vamos deixá-lo na sua forma padrão. Para isso, a restrição de segurança canalizada será substituída pela variável s: $s^k = M p^k + N f^k$ e $s^{min} \leq s^k \leq s^{max}$. As demais restrições não se alteram.

Como o problema ainda não está na forma padrão, mudanças de variáveis são feitas, anulando os limites inferiores: $\tilde{f}^k = f^k - f^{min} \Rightarrow f^k = \tilde{f}^k + f^{min}$ e $\tilde{f}^{max} = f^{max} - f^{min} \Rightarrow f^{max} = \tilde{f}^{max} + f^{min}$. São adotados os mesmos procedimentos para as variáveis p e s.

Substituindo no problema f^k por $(\tilde{f}^k + f^{min})$, f^{max} por $(\tilde{f}^{max} + f^{min})$, p^k por $(\tilde{p}^k + p^{min})$, p^{max} por $(\tilde{p}^{max} + p^{min})$, s^k por $(\tilde{s}^k + s^{min})$ e s^{max} por $(\tilde{s}^{max} + s^{min})$, desenvolvendo as equações, e acrescentando as variáveis de folga $\tilde{h_f}^k$, $\tilde{h_p}^k$ e $\tilde{h_s}^k$, o problema primal fica na forma padrão:

$$
\begin{array}{lllr}
\text{minimizar} & \alpha \sum_{k=1}^{t} (\tilde{f}^t)^k R \tilde{f}^k + c_{\tilde{f}}^t \tilde{f} \quad + \quad \beta \sum_{k=1}^{t} (\tilde{p}^t)^k Q \tilde{p}^k + c_{\tilde{p}}^t \tilde{p} & & \\
\text{sujeito a} & A \tilde{f}^k - \tilde{p}^k = \tilde{l}_1, & T \tilde{f}^k = \tilde{l}_2 & \\
 & \tilde{s}^k - M \tilde{p}^k - N \tilde{f}^k = \tilde{l}_3, & \tilde{f}^k + \tilde{h_f}^k = \tilde{f}^{max} & \\
 & \tilde{p}^k + \tilde{h_p}^k = \tilde{p}^{max}, & \tilde{s}^k + \tilde{h_s}^k = \tilde{s}^{max} & \forall k \in (1, \ldots, t) \\
 & \sum_{k=1}^{t} e^t \tilde{p_j}^k = \tilde{q} & & \forall j \in (1, \ldots, g) \\
 & (\tilde{f}^k, \tilde{h_f}^k) \geq 0, \ (\tilde{p}^k, \tilde{h_p}^k) \geq 0, \ (\tilde{s}^k, \tilde{h_s}^k) \geq 0, & &
\end{array}
$$

onde:
$$
\begin{aligned}
c_{\tilde f}^t &= 2(f^{min})^t R + (f^{min})^t R f^{min} & c_{\tilde p}^t &= 2(p^{min})^t Q + (p^{min})^t R p^{min} + c^t p^{min}\\
\tilde l_1 &= A f^{min} + p^{min} - l & \tilde l_2 &= -T f^{min}\\
\tilde l_3 &= M p^{min} + N f^{min} - s^{min} & \tilde q &= q - \textstyle\sum_{k=1}^t e^t p^{min}.
\end{aligned}
$$

Porém, parte das restrições do problema de pré-despacho podem ser colocadas na forma matricial [5]: $B^t = [A^t \ T^t]$, onde a matriz B é formada pelas linhas justapostas das matrizes de incidência e reatância respectivamente, e tem dimensão $m + (n - m + 1) \times n$, uma vez admitindo que o modelo que está sendo trabalhado tem m barras, n linhas de transmissão e g geradores.

Define-se também a matriz: $E^t = [I \ 0]$, onde cada linha não nula de E corresponde a uma barra de geração. Portanto, a matriz E tem dimensões $(n+1) \times g$, onde as últimas $(n - m + 1)$ linhas são nulas.

Assim, os dois primeiros conjuntos de restrições podem ser escritos como:

$$
\begin{bmatrix} A & I \\ T & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} f \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} B & E \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} f \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \end{bmatrix} .
$$

Agora, o problema de pré-despacho na forma padrão fica (eliminando os tils para simplificação):

$$
\text{minimizar} \quad \alpha \sum_{k=1}^{t} (f^t)^k R f^k + c_f^t f^k \quad + \quad \beta \sum_{k=1}^{t} (p^t)^k Q p^k + c_p^t p^k
$$

$$
\text{sujeito a} \begin{cases} B f^k - E p^k = d^k \\ s^k - M p^k - N f^k = l_3 \\ f^k + h_f^k = f^{max} & \forall k \in (1, \ldots, t) \\ p^k + h_p^k = p^{max} \\ s^k + h_s^k = s^{max} \\ \displaystyle\sum_{k=1}^{t} e^t p_j^k = q & \forall j \in (1, \ldots, g) \\ (f^k, h_f^k) \geq 0, (p^k, h_p^k) \geq 0, (s^k, h_s^k) \geq 0. \end{cases} \tag{5}
$$

2.2.2 Formulação do Problema Dual

Para descrição do problema dual, serão usadas algumas definições matriciais:

$$
D^k = \begin{bmatrix} B & -E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -N & -M & I & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \qquad v^k = \begin{bmatrix} f^k \\ p^k \\ s^k \\ h_f^k \\ h_p^k \\ h_s^k \end{bmatrix}, \qquad b^k = \begin{bmatrix} d^k \\ l_3 \\ f^{max} \\ p^{max} \\ s^{max} \end{bmatrix},
$$

$$
I_p^{k^t} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad e \qquad G = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & D_2 & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & D_t \\ I_p^1 & I_p^2 & I_p^3 & \ldots & I_p^t \end{bmatrix}.
$$

Portanto:

$$\begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D_t \\ I_p^1 & I_p^2 & I_p^3 & \dots & I_p^t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v^1 \\ v^2 \\ \vdots \\ v^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^1 \\ b^2 \\ \vdots \\ b^t \end{bmatrix}.$$

Assim, o problema dual em sua notação matricial associado ao seu modelo primal fica:

$$\begin{array}{lccc} \text{maximizar} & b^t y^k - \sum_{k=1}^{t} \alpha (f^t)^k R f^k & + & \beta (p^t)^k Q p^k \\ \text{sujeito a} & G^t y^k \leq c, & & \text{onde,} \end{array}$$

$$y^t = \left[\begin{array}{cccccc} y_1^{k^t} & y_2^{k^t} & -y_3^{k^t} & -y_4^{k^t} & -y_5^{k^t} & y_q^t \end{array} \right] \qquad e \qquad c^t = \left[\begin{array}{cccccc} (c_f + Rf^k)^t & (c_p^t + Qp^k)^t & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Acrescentando as variáveis de folga z_f^k, z_p^k e z_s^k, o problema dual fica na forma padrão:

$$\text{maximizar} \quad (d^k)^t y_1^k + l_3^t y_2^k - (f^{max})^t y_3^k - (p^{max})^t y_4^k - (s^{max})^t y_5^k + q^t y_q - \sum_{k=1}^{t} \alpha (f^t)^k R f^k + \beta (p^t)^k Q p^k$$

$$\text{sujeito a} \begin{cases} B^t y_1^k - N^t y_2^k - y_3^k + z_f^k - c_f - Rf^k = 0 \\ -E^t y_1^k - M^t y_2^k - y_4^k + y_q + z_p^k - c_p - Qp^k = 0 \\ y_2^k - y_5^k + z_s^k = 0 & \forall k \in (1, \dots, t) \\ (z_f^k, z_p^k, z_s^k, y_3^k, y_4^k, y_5^k) \geq 0 \\ (y_1^k, y_2^k, y_q) \ livres. \end{cases} \tag{6}$$

As condições de otimalidade para os problemas primal e dual são dadas por: factibilidade primal, que são as restrições do problema primal (5); factibilidade dual, que são as restrições do problema dual (6); e pelas condições de complementaridade (7), que são dadas por matrizes diagonais formadas pelos vetores das soluções primal e dual. Assim, $F^k Z_f^k e = 0$ é equivalente a $f_i^k z_{fi}^k = 0, \ \forall \ i \in (1, \dots, n)$.

$$\text{Complementaridade} \begin{cases} F^k Z_f^k e = 0 \\ P^k Z_p^k e = 0 \\ S^k Z_s^k e = 0 & \forall k \in (1, \dots, t) \\ H_f^k Y_3^k e = 0 \\ H_p^k Y_4^k e = 0 \\ H_s^k Y_5^k e = 0. \end{cases} \tag{7}$$

3 Método de Pontos Interiores

Aplicando o método de Newton às condições de otimalidade, $Jd = r$, onde J é a matriz Jacobiana, d são as direções (8) e r os resíduos (9), obtém-se o sistema de equações formado pelas direções de Newton (10 - 24).

$$d^t = \left[\begin{array}{ccccccccccccccc} df & dp & ds & dh_f & dh_p & dh_s & dy_1 & dy_2 & dy_3 & dy_4 & dy_5 & dz_f & dz_p & dz_s & dy_q \end{array} \right]^t \tag{8}$$

$$
\begin{array}{lll}
r_1 = d - Bf - Ep & r_2 = l_3 - s + Mp + Nf & r_3 = f^{max} - f - h_f \\
r_4 = p^{max} - p - h_p & r_5 = s^{max} - s - h_s & r_8 = y_5 - y_2 - z_s \\
r_6 = c_f - B^t y_1 + N^t y_2 + y_3 - z_f + Rf & r_9 = \mu e - FZ_f e & r_{10} = \mu e - PZ_p e \\
r_7 = c_p - E^t y_1 + M^t y_2 + y_4 - y_q - z_p + Qp & r_{11} = \mu e - SZ_s e & r_{12} = \mu e - H_f Y_3 e \\
r_{13} = \mu e - H_p Y_4 e & r_{14} = \mu e - H_s Y_5 e & r_q = q - \sum_{k=1}^{t} p_j
\end{array} \tag{9}
$$

$$Bdf^k - Edp^k = r_1 \tag{10}$$
$$ds^k - Ndf^k - Mdp^k = r_2 \tag{11}$$
$$df^k + dh_f^k = r_3 \tag{12}$$
$$dp^k + dh_p^k = r_4 \tag{13}$$
$$ds^k + dh_s^k = r_5 \tag{14}$$
$$B^t dy_1^k - N^t dy_2^k - dy_3^k + dz_f^k - Rdf^k = r_6 \tag{15}$$
$$-E^t dy_1^k - M^t dy_2^k - dy_4^k + dy_q + dz_p^k - Qdp^k = r_7 \tag{16}$$
$$dy_2^k - dy_5^k + dz_s^k = r_8 \tag{17}$$
$$Z_f^k df^k + F^k dz_f^k = r_9 \tag{18}$$
$$Z_p^k dp^k + P^k dz_p^k = r_{10} \tag{19}$$
$$Z_s^k ds^k + S^k dz_s^k = r_{11} \tag{20}$$
$$Y_3^k dh_f^k + H_f^k dy_3^k = r_{12} \tag{21}$$
$$Y_4^k dh_p^k + H_p^k dy_4^k = r_{13} \tag{22}$$
$$Y_5^k dh_s^k + H_s^k dy_5^k = r_{14} \tag{23}$$
$$\sum_{k=1}^{t} dp_j^k = r_q. \tag{24}$$

3.1 Redução do Sistema

De (12), (13), (14), isolamos dh_f^k, dh_p^k e dh_s^k, e substituimos em (21), (22) e (23). Nessas equações, isolamos dy_3^k, dy_4^k e dy_5^k. Das equações (18), (19) e (20), isolamos dz_f^k, dz_p^k e dz_s^k, e substituimos em (15), (16) e (17), criando o sistema reduzido:

$$Bdf^k - Edp^k = r_1 \tag{10}$$
$$ds^k - Ndf^k - Mdp^k = r_2 \tag{11}$$
$$B^t dy_1^k - N^t dy_2^k - D_f df^k = r_f \tag{25}$$
$$-E^t dy_1^k - M^t dy_2^k - D_p dp^k + dy_q = r_p \tag{26}$$
$$dy_2^k - D_s ds^k = r_s \tag{27}$$
$$\sum_{k=1}^{t} dp_j^k = r_q \tag{24}$$

onde:
$$
\begin{array}{ll}
D_f = H_f^{-1} Y_3 + F^{-1} Z_f + R & r_f = r_6 + H_f^{-1} r_{12} - H_f^{-1} Y_3 r_3 - F^{-1} r_9 \\
D_p = H_p^{-1} Y_4 + P^{-1} Z_p + Q & r_p = r_7 + H_p^{-1} r_{13} - H_p^{-1} Y_4 r_4 - P^{-1} r_{10} \\
D_s = H_s^{-1} Y_5 + S^{-1} Z_s & r_s = r_8 + H_s^{-1} r_{14} - H_s^{-1} Y_5 r_5 - S^{-1} r_{11}.
\end{array}
$$

Observe que D_f, D_p e D_s são matrizes diagonais.

Isolando df^k de (25), dp^k de (26) e ds^k de (27), substituimos em (11) e (10), o sistema fica:

$$dy_1^k = Dy^{-1}ry - Dy^{-1}(WBs^{-1}M - E)D_p^{-1}dy_q \tag{28}$$

$$dy_2^k = -Bs^{-1}rx + Bs^{-1}W^t dy_1^k - Bs^{-1}MD_p^{-1}dy_q \tag{29}$$

$$\sum_{k=1}^{t} dp_j^k = r_q \tag{24}$$

onde: $Bs = D_s^{-1} + ND_f^{-1}N^t + MD_p^{-1}M^t$ $\quad rx = r_2 + D_s^{-1}r_s - ND_f^{-1}r_f - MD_p^{-1}r_p$

$W = ED_p^{-1}M^t - BD_f^{-1}N^t$ $\quad W^t = MD_p^{-1}E^t - ND_f^{-1}B^t$

$Dy = BD_f^{-1}B^t + ED_p^{-1}E^t - WBs^{-1}W^t$ $\quad ry = r_1 + BD_f^{-1}r_f - ED_p^{-1}r_p - WBs^{-1}rx.$

Substituindo (29) e (28) em (24), e colocando D_y em evidência, chegamos no sistema a ser resolvido:

$$\sum_{k=1}^{t}\{D_p^{-1}[(M^tBs^{-1}W^t + E^t)Dy^{-1}(E + WBs^{-1}M) - M^tBs^{-1}M]D_p^{-1} + D_p^{-1}\}dy_q = ...$$

$$...r_q + \sum_{k=1}^{t} D_p^{-1}[r_p + M^tBs^{-1}rx + (E^t - M^tBs^{-1}W^t)Dy^{-1}ry] \tag{30}$$

A solução direta do sistema linear exige muito esforço computacional, pois há blocos com dimensão do número de linhas e dy_q tem a dimensão do número de geradores. O estudo da estrutura matricial visando uma solução mais eficiente, inspirada em [5], será desenvolvido.

4 Estudo da Estrutura Matricial

Analisemos o sistema (30), a ser resolvido.

Para contornar o problema do custo computacional elevado, faremos decomposições nas matrizes. A matriz $B_s = D_s^{-1} + ND_f^{-1}N^t + MD_p^{-1}M^t$ é quadrada e tem dimensão do número de restrições de segurança. É simétrica e definida positiva. Aplicando a decomposição de Cholesky, facilmente obteremos a solução. A decomposição de B_s será utilizada na resolução de $Dy = BD_f^{-1}B^t + ED_p^{-1}E^t - WBs^{-1}W^t$. Porém, essa solução exige um esforço computacional considerável. Utilizaremos então, a fórmula de Sherman-Morrison-Woodburry [4], que tem a forma:

$$(C + USV^t)^{-1} = C^{-1} - C^{-1}U(S^{-1} + V^tC^{-1}U)^{-1}V^tC^{-1}, \tag{31}$$

onde U e V são matrizes de ordem $p \times q$ e S é uma matriz de ordem $q \times q$.

No nosso problema, $C = BD_f^{-1}B^t + ED_p^{-1}E^t$ e $USV^t = -WBs^{-1}W^t$. Onde $U = -W$, $S = Bs^{-1}$ e $V^t = W^t$. Mas, na fórmula (31), precisamos do cálculo da inversa de C. Como C é uma matriz simétrica e definida positiva, utilizaremos a decomposição de Cholesky para obtê-la. E a equação fica:

$$(C + USV^t)^{-1} = (C + (-W)B_s^{-1}W^t) = C^{-1} + C^{-1}W(B_s - W^tC^{-1}W)^{-1}W^tC^{-1}.$$

O cálculo de $(B_s - W^tC^{-1}W)^{-1}$ tem a dimensão do número de restrições de segurança. Para simplificar a resolução desse sistema, será aplicada a decomposição de Bunch-Parlett [4] que decompõe matrizes simétricas indefinidas num método de pivoteamento diagonal que mantém a simetria das matrizes. Nesse método é calculada uma permutação P, tal que $PAP^t = LDL^t$, onde D é formada por blocos simétricos 1×1 e 2×2. P é escolhido tal que as entradas da matriz L, diagonal inferior, satisfaçam $| l_{ij} | \leq 1$.

Voltemos ao sistema (30). Uma vez simplificados os cálculos de B_s e D_y, podemos escrever como $Q = E + WBs^{-1}M$, e portanto $Q^t = M^tBs^{-1}W^t + E^t$. E o sistema fica:

$$\sum_{k=1}^{t}\{D_p^{-1}[Q^tDy^{-1}Q - M^tBs^{-1}M]D_p^{-1} + D_p^{-1}\}dy_q = ...$$

$$...r_q + \sum_{k=1}^{t} D_p^{-1}[r_p + M^tBs^{-1}rx - (E^t - M^tBs^{-1}W^t)Dy^{-1}ry].$$

Para a solução desse sistema, será aplicada novamente a decomposição de Bunch-Parlett [4] no cálculo de $S = D_p^{-1}[Q^tDy^{-1}Q - M^tBs^{-1}M]D_p^{-1} + D_p^{-1}$, reduzindo assim o custo computacional e chegando no sistema linear final:

$$dy_q = \sum_{k=1}^{t} S^{-1}\{rq + \sum_{k=1}^{t} D_p^{-1}[r_p + M^tBs^{-1}rx - (E^t - M^tBs^{-1}W^t)Dy^{-1}ry]\}.$$

5 Conclusão e Perspectivas Futuras

Este trabalho discutiu a abordagem teórica do problema de minimizar as perdas na geração e transmissão do pré-despacho DC de um sistema de potência hidrotérmico considerando as restrições de segurança através dos métodos de pontos interiores primal-dual.

A análise realizada mostrou que é possível usar adequadamente a estrutura do problema de forma a obter uma codificação espefícia eficiente e robusta com perspectivas promissoras.

O método será implementado e comparado com uma implementação para o problema de pré-despacho que não considera as restrições de segurança em termos de eficiência computacional e qualidade da solução. Os estudos de casos abordarão problemas reais simulando os 48 intervalos de tempo de um dia do pré-despacho do sistema elétrico brasileiro considerando as restrições de segurança.

Referências

[1] Azevedo, A.T.; Castro, C.A.; Oliveira, A.R.L.; Soares, S. *Security constraint optimal active power flow via network model and interior point method*. SBA Controle e Automação, (2009).

[2] Biskas, P.N.; Bakirtzis, A.G. *Decentralized security constrained DCOPF of interconnected power systems*. IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., 6 (2004), p. 747-754.

[3] Carvalho, M.F.; Soares, S.; Ohishi, T. *Optimal active power dispatch by network flow approach*, IEEE Transacions on Power Systems, 3 (1988), p. 1640-1647.

[4] Golub, G.H.; Van Loan, C.F. *Matrix Computation*, 3rd. ed., The Johns Hopkins University Press, Baltimore, M.A. (1996).

[5] Oliveira, A.R.L.; Soares, S.; Nepomuceno, L. *Optimal active power dispatch combining network flow and interior point approaches*. IEEE Transactions on Power Systems, 18 (2003), p.1235-1240.

[6] Quintana, V.H.; Torres, G.L.; Medina-Palomo, J. *Interior point methods and their applications to power systems: A classification of publications and software codes*. IEEE Transactions on Power Systems, 15 (2000), p.170-176.

[7] Vanderbei, R.J. *Linear Programming - Foundations and Extensions*, Kluwer Academics Publisher, Boston, USA, 1996.