

# UMA APLICAÇÃO DA TEORIA FUZZY ESTIMANDO DENSIDADE DO SOLO

## **Luiz Carlos Benini**

Depto de Matemática, Estatística e Computação, FCT, UNESP  
19060-900, Presidente Prudente, SP  
E-mail: benini@fct.unesp.br

## **Ivan Nunes da Silva**

Depto de Engenharia Elétrica, EESC, USP  
13566-590, São Carlos, SP  
E-mail: insilva@eesc.usp.br

**RESUMO:** *Este trabalho apresenta a utilização da teoria fuzzy para a estimação da densidade do solo sem a necessidade de ensaios laboratoriais. O modelo matemático proposto utiliza três parâmetros como variáveis de entrada: a resistência do solo à penetração, o teor de água e a textura do solo. Com a utilização de um algoritmo neuro-fuzzy, por meio de dados experimentais, foi identificado um modelo para a estimativa da densidade do solo. Essa técnica fornece uma estrutura poderosa para manipular informações aproximadas, em que o processo pode ser estimado a partir de um conjunto de regras fuzzy do tipo “se... então”, as quais são capazes de tratar conhecimentos incompletos, incertos ou mesmo conflitantes. Os dados experimentais e os estimados pelo modelo foram comparados, indicando boa exatidão para o modelo neuro-fuzzy obtido, onde pode ser verificada a capacidade e a eficiência dos sistemas de inferência fuzzy na estimação da densidade do solo.*

## **1 INTRODUÇÃO**

O estado de compactação do solo depende de vários fatores entre os quais se destaca a densidade do solo, sendo considerada a medida quantitativa mais direta da compactação [1], e a propriedade física mais utilizada para descrever o estado de compactação do solo.

Na obtenção da densidade do solo se exige tempo e trabalho, pois a maioria dos métodos existentes para se determinar estas medidas são realizados em laboratórios. As diversas fases envolvidas com as variáveis que quantificam o processo de avaliação da compactação de solos são cercadas por imprecisões e incertezas inerentes aos próprios aspectos físicos e estruturais do sistema.

Os sistemas de inferência fuzzy são usados principalmente nesses casos, pois os mesmos objetivam o mapeamento de processos com as entradas advindas de um conjunto de dados resultantes de observações experimentais em saídas precisas do tipo  $y = f(x)$ , onde  $x$  é a variável de entrada, possuindo diferentes graus de imprecisão e incerteza,  $y$  é a saída do sistema de inferência fuzzy e  $f$  uma representação quantitativa do mapeamento.

A estrutura de um sistema de inferência fuzzy é composta por um conjunto de regras que inclui os seguintes componentes básicos principais [3]:

- um fuzzyficador, que transforma as informações de entrada em conjuntos fuzzy;
- uma base de regra que contém um número de regras fuzzy do tipo “se...então”;
- uma base de dados onde estão definidas as funções de pertinências dos conjuntos fuzzy usados;
- um método de inferência, que aplica um raciocínio fuzzy para obter uma saída fuzzy;
- um defuzzyficador, que traduz a saída por um valor numérico.

Tem-se como proposta neste trabalho estimar a densidade do solo utilizando sistemas de inferência fuzzy, sendo os dados de entrada: índice de cone, teor de água, teor de argila e os dados de saída: a densidade para a avaliação da compactação sem a necessidade de ensaios laboratoriais.

## **2. MATERIAL E MÉTODO**

### **2.1 Material**

Para o desenvolvimento deste trabalho foi utilizado o *Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System* (ANFIS) para o treinamento e o teste dos dados observados. O sistema foi alimentado com dados de entradas sendo a resistência do solo à penetração, o teor de água e teor de argila, referentes aos parâmetros de compactação do solo, obtidos dos diversos trabalhos e obtendo como saída a densidade do solo.

## 2.2. Tratamento dos dados

Para o desenvolvimento da pesquisa foi estudado um conjunto de observações de dados, em solos que não houve qualquer tipo de preparo, com porcentagem de argila menor que 30%. Para a construção do modelo foram utilizados 62 vetores de observações divididos em dois grupos, selecionados aleatoriamente: dados de treinamento (48 vetores) e os dados de testes (14 vetores) para a validação do modelo.

## 2.3. Modelo Fuzzy para a obtenção da densidade do solo

A teoria dos conjuntos fuzzy, introduzida por Zadeh [5], surgiu como um meio de representação e manipulação de dados imprecisos, e pelo fato de os conjuntos clássicos apresentarem limitações para lidar com problemas onde transições de uma classe para outra acontecem de forma lenta e gradual. Um sistema de inferência fuzzy que incorpora o aprendizado por meio de um conjunto de dados onde as variáveis de entrada estão relacionadas com suas respectivas variáveis de saídas são utilizados neste trabalho. Desta maneira, este tipo de sistema de inferência fuzzy é definido com base nos dados coletados do sistema ao qual se deseja modelar e elaborado um conjunto de regras fuzzy por meio de proposições condicionais para executar um processo de tomada de decisão.

Takagi e Sugeno [4] estão entre os pesquisadores pioneiros a proporem estruturas de sistemas de inferência fuzzy baseadas em um conjunto de padrões de ajuste para a sua definição. Sistemas de inferência fuzzy têm sido utilizados para modelar processos complexos, não lineares e vagos, com base em um conjunto regras, do tipo “se...então”, que representam as entradas e saídas do modelo, e que combinadas com métodos de redes neurais artificiais, dão origem a um novo método classificado como híbrido, que associa a capacidade de aprendizado das redes neurais artificiais com o poder de interpretação lingüístico dos sistemas de inferência fuzzy.

Dentre as abordagens que usam métodos híbridos destaca-se o sistema de inferência fuzzy neuro adaptativo (ANFIS) proposto em [3], que suporta o sistema de Takagi-Sugeno de ordem zero ou um, permitindo várias variáveis de entrada com somente uma variável saída.

O modelo neuro-fuzzy com base no modelo do tipo de Takagi-Sugeno de primeira ordem e no algoritmo ANFIS, considerando um sistema de inferência fuzzy de duas entradas,  $x_1$  e  $x_2$ , uma saída,  $f$ , e composto por duas regras fuzzy:

Regra 1: Se  $x_1$  é  $A_1^1$  e  $x_2$  é  $A_2^1$ , então  $f_1 = p_1 x_1 + q_1 x_2 + r_1$

Regra 2: Se  $x_1$  é  $A_1^2$  e  $x_2$  é  $A_2^2$ , então  $f_2 = p_2 x_1 + q_2 x_2 + r_2$

pode ser representada como na Figura 1.

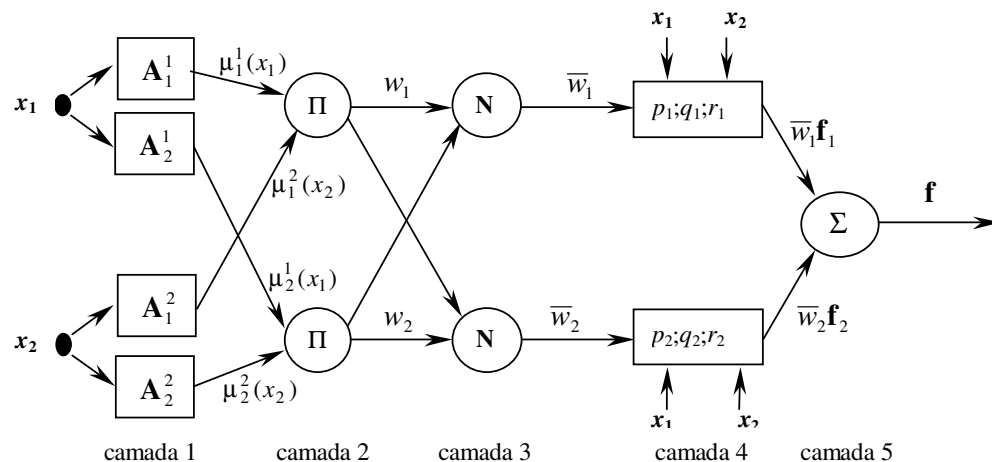


Figura 1 – Arquitetura típica de um modelo ANFIS.

A arquitetura do modelo ANFIS é composta por 5 camadas, onde os nós na mesma camada desempenham tarefas similares, os nós da camada 1 e 4 são adaptativos e seus valores são os parâmetros das partes antecedentes e consequentes de cada regra, respectivamente.

A aprendizagem da estrutura ANFIS envolve a determinação do número de funções de pertinência por variável, a obtenção de um conjunto de regras fuzzy e de um conjunto de funções lineares, por valores atribuídos a parâmetros de ajuste ( $r_a$  e  $r_b$ ), denominados raios de vizinhança de centros de agrupamentos, através da técnica de agrupamento subtrativo desenvolvida em [2], para particionar o espaço de entrada e saída de um conjunto de dados.

Quando não se conhece “a priori” quantos agrupamentos deve haver para um determinado conjunto de dados, o agrupamento subtrativo é um algoritmo rápido e robusto para saber este número. Esta técnica permite a localização dos centros de agrupamentos de um conjunto de dados, que é o centro da função de pertinência e, a partir destas, se obter as regras fuzzy.

Durante o treinamento alguns parâmetros foram ajustados visando selecionar a configuração com melhor desempenho, e realizadas várias simulações, combinando os valores para os parâmetros de ajuste ( $r_a$  e  $r_b$ ). Vale ressaltar que no ANFIS existem dois parâmetros para o critério de parada para o treinamento dos dados; o erro de tolerância (que deve ser um valor muito pequeno caso não se conheça o comportamento do erro de treinamento), e o número de épocas (que define o número de interação máximo para o ANFIS convergir).

O modelo escolhido foi o que apresentou o menor erro quadrático para o conjunto de testes, e se obteve um número de funções de pertinência, e em função destas, também, um número de regras que satisfizeram ao critério do erro mínimo. Foram obtidas o tipo da função de pertinência na forma Gaussiana e o tipo de sistema fundamentado foi o modelo fuzzy de Takagi-Sugeno de primeira ordem.

#### 2.4 Avaliação do desempenho do modelo

Na escolha do melhor sistema neuro-fuzzy, foi realizado o treinamento do conjunto de dados de treinamento, e a seguir, feita a validação do modelo com os dados de testes. O melhor modelo é obtido por meio da análise do menor erro quadrático médio (EQM) no conjunto de teste.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram consideradas três variáveis: duas de entradas, a resistência à penetração (representada pelo índice de cone, em kPa), e o teor de água (representada pela umidade, em %), e uma de saída representando a densidade do solo (em  $\text{kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ ). Na Tabela 1 são mostrados os universos de discurso para cada uma das variáveis.

Tabela 1 – Universos de discursos das variáveis de entradas e saída do sistema fuzzy.

Variáveis	Universos de discursos
Resistência à penetração (kPa)	[ 761,40 , 5673,21 ]
Teor de água (%)	[ 4,37 , 43,39 ]
Densidade do solo ( $\text{kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ )	[ 1,42 , 1,65 ]

Para a identificação do modelo, após várias simulações, foram atribuídos aos parâmetros de ajustes os valores  $r_a = 0,65$  e  $r_b = 5,25$ . O número de interações (épocas de treinamento) considerado foi de 500 épocas e o erro de tolerância igual a zero em virtude de não se conhecer o comportamento do erro. Vale ressaltar que esta combinação foi a que apresentou o menor erro para o conjunto de treinamento como para o conjunto de teste, com o objetivo de obter o melhor desempenho do modelo.

Para a determinação do modelo foram obtidas cinco funções de pertinências para a variável resistência à penetração e cinco funções para a variável teor de água, todas do tipo Gaussiana. Deste modo, o modelo identificado para estimar a densidade do solo é constituído de duas variáveis de entrada, com cinco conjuntos fuzzy associados a cada uma das variáveis de entrada, cinco regras com os antecedentes de cada uma conectados pelo operador “e” e, portanto, cinco funções lineares, cada qual, representando a parte do conseqüente da regra fuzzy.

Na Tabela 2 são apresentados os parâmetros das funções de pertinência, onde o parâmetro  $m$  denota o centro de um agrupamento (centro de uma função de pertinência) e  $\sigma$  a variação dos dados observados com relação à sua média.

Tabela 2 – Parâmetros das funções de pertinências.

Variável Entrada	$\mu_1$		$\mu_2$		$\mu_3$		$\mu_4$		$\mu_5$	
	$\sigma$	$m$	$\sigma$	$m$	$\sigma$	$m$	$\sigma$	$m$	$\sigma$	$m$
iCone	260,5	1025,26	260,5	1512,10	260,5	1130	260,5	3877,20	260,5	1716,49
Umidade	1,59	10	1,17	14,07	2,07	43,39	2,07	6,95	1,90	16,12

Pela Tabela 2 as funções de pertinências que definem os conjuntos fuzzy para a variável resistência à penetração do solo (índice de cone) e o teor de água (umidade) do solo são dados por:

Tabela 3. Funções de pertinências para as variáveis fuzzy de entrada

Resistência à penetração	Teor de água (Umidade)
$\mu_1^{iCone} = e^{-\frac{1(x_1-1025,26)^2}{2(260,5)^2}}$	$\mu_1^{Umidade} = e^{-\frac{1(x_2-10,00)^2}{2(1,59)^2}}$
$\mu_2^{iCone} = e^{-\frac{1(x_1-1512,10)^2}{2(260,5)^2}}$	$\mu_2^{Umidade} = e^{-\frac{1(x_2-14,06)^2}{2(1,17)^2}}$
$\mu_3^{iCone} = e^{-\frac{1(x_1-1130)^2}{2(260,5)^2}}$	$\mu_3^{Umidade} = e^{-\frac{1(x_2-43,39)^2}{2(2,07)^2}}$
$\mu_4^{iCone} = e^{-\frac{1(x_1-3877,20)^2}{2(260,5)^2}}$	$\mu_4^{Umidade} = e^{-\frac{1(x_2-6,95)^2}{2(2,07)^2}}$
$\mu_5^{iCone} = e^{-\frac{1(x_1-1716,49)^2}{2(260,5)^2}}$	$\mu_5^{Umidade} = e^{-\frac{1(x_2-16,12)^2}{2(1,90)^2}}$

Na Figura 2 são dadas as regiões para das funções de pertinências para a variável resistência à penetração e teor de água no solo.

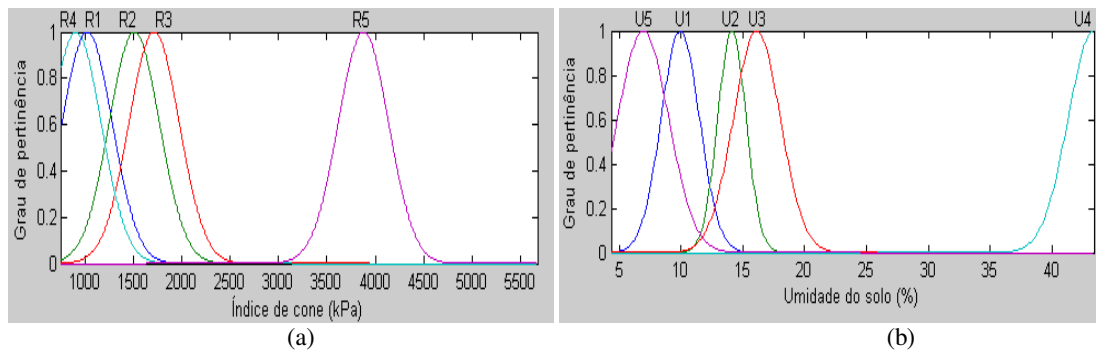


Figura 2 – Funções de pertinências para as variáveis: (a) resistência à penetração e (b) teor de água.

Na Tabela 4 são apresentados os parâmetros das funções lineares dos conseqüentes, onde os parâmetros  $r_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) são os coeficientes da função linear do conseqüente de cada uma das regras do modelo.

Tabela 4. Parâmetros das funções lineares de saída dos conseqüentes.

Regras	Parâmetros		
	$r_1$	$r_2$	$r_3$
1	-0,000009	-0,0070	1,5020
2	0,000066	0,0358	1,0750
3	0,000046	0,0331	0,0007
4	-0,000033	-0,0176	1,8940
5	0,000104	-0,0269	1,7070

Na Figura 3 estão representadas as regras e as funções de pertinências, que formam a parte antecedente das regras, para as variáveis de entradas, resistência à penetração e o teor de água no solo, e a variável de saída densidade do solo.

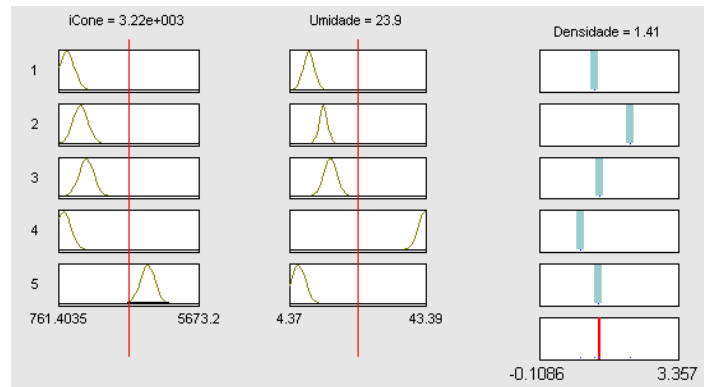


Figura 3 – Regras do modelo da estimativa da densidade do solo

As regras e as funções lineares que definem as saídas para os consequentes de cada regra, onde  $x_1$  representa a resistência à penetração (íCone) e  $x_2$  o teor de água (umidade) no solo, são as seguintes:

$$\text{Regra 1. Se } x_1 \in [764,4, 1806,50] \text{ e } x_2 \in [5,23, 14,77] \\ \text{Então } y_1 = -0,000009 x_1 - 0,0070 x_2 + 1,5020 \quad (1)$$

$$\text{Regra 2. Se } x_1 \in [764,40, 2293,50] \text{ e } x_2 \in [10,55, 17,59] \\ \text{Então } y_2 = 0,000066 x_1 + 0,0358 x_2 + 1,0750 \quad (2)$$

$$\text{Regra 3. Se } x_1 \in [764,50, 1911,50] \text{ e } x_2 \in [37,18, 43,39] \\ \text{Então } y_3 = 0,000046 x_1 + 0,0331 x_2 + 0,0007 \quad (3)$$

$$\text{Regra 4. Se } x_1 \in [3095,50, 4652,50] \text{ e } x_2 \in [4,37, 13,16] \\ \text{Então } y_4 = -0,000033 x_1 - 0,0176 x_2 + 1,8940 \quad (4)$$

$$\text{Regra 5. Se } x_1 \in [934,50, 2497,50] \text{ e } x_2 \in [10,42, 21,83] \\ \text{Então } y_5 = 0,000104 x_1 - 0,0269 x_2 + 1,7070 \quad (5)$$

Na Tabela 5 são apresentados os dados da densidade do solo obtidos experimentalmente e as estimativas obtidas pelo modelo, juntamente os erros relativos.

Tabela 5 – Resultados do modelo neuro-fuzzy para a densidade do solo.

Amostras	íCone	Umidade	Argila	Densidade Experimental	Densidade Estimada	Erro Relativo
1	1590,0	43,39	6,7	1,45	1,51	4,21
2	1850,0	43,39	6,7	1,47	1,52	3,59
3	1800,0	43,39	6,7	1,66	1,52	8,40
4	2484,2	15,90	21,5	1,50	1,54	2,81
5	1798,2	15,90	21,5	1,50	1,51	0,57
6	1426,3	15,90	21,5	1,50	1,53	2,23
7	1400,0	15,90	21,5	1,50	1,54	2,45
8	1823,5	15,90	21,5	1,50	1,51	0,55
9	6051,3	6,95	21,5	1,65	1,58	4,55
10	4810,1	7,65	21,5	1,62	1,60	1,05
11	3172,6	11,28	21,5	1,65	1,59	3,50
12	2332,5	12,37	21,5	1,62	1,63	0,49
13	2396,1	11,99	21,5	1,57	1,64	4,30
14	1828,2	11,28	21,5	1,65	1,58	4,31
Erro relativo médio (ERM)						3,07
Variância						4,61

Para a comparação entre os conjuntos de dados experimentais e estimados, o valor do coeficiente de correlação, cujo valor é  $r = 0,63$ , indica uma relação moderadamente forte entre os dois conjuntos de dados. Ainda, o  $p$ -valor para o coeficiente de correlação é igual a 0,016, menor que um nível de significância  $\alpha = 0,05$ , e tem-se que a associação entre os valores experimentais e estimados é estatisticamente significativa para um nível de confiança de 95%. Deste modo, os resultados produzem evidências de que as estimativas são correlacionadas com o conjunto de dados experimentais e possuem a mesma tendência, isto é, como o coeficiente de correlação é positivo e o  $p$ -valor é menor que 0,05, existe uma relação significativa entre os dois conjuntos dados.

Desde que existem evidências que os dois conjuntos de dados possuem um relacionamento linear pode-se prever o comportamento de um deles em função da variação do outro, ajustando uma reta de regressão entre eles para o auxílio na análise dos dados, dada pela equação:

$$\text{Fuzzy} = 0,990226 + 0,363409 * \text{Experimental} . \quad (6)$$

A Tabela 6 mostra a análise de variância (ANOVA) para os dados experimentais e estimados pelo modelo neuro-fuzzy.

Tabela 6 – Análise de variância para os dados experimentais e estimados.

Fonte de Variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrados médios	Estatística-F	p-valor
Regressão	1	0,0105388	0,0105388	7,74	0,0166
Resíduo	12	0,0163469	0,00136224		
Total	13	0,0268857			

É observado, na Tabela 6, que como o  $p$ -valor na tabela da análise de variância é menor que 0,05, há uma relação estatisticamente significativa entre o conjunto de densidade estimada pelo modelo neuro-fuzzy e o conjunto de densidade experimental ao nível de confiança de 95%.

Na análise de sensibilidade do modelo observa-se que os valores calculados a partir do modelo neuro-fuzzy representam de fato o que acontece no estudo da densidade do solo, onde diversos fatores influenciam na determinação dos valores da densidade. O modelo apresentou uma variação média de 4,61%, sendo o maior erro relativo observado na terceira amostra. Deste modo, entre as densidades experimentais e as estimativas das densidades fuzzy, não há disparidade significativa dos dados, apesar da subestimação de 8,40% com relação à terceira amostra.

Na Figura 4 são mostrados os gráficos de superfície de respostas, em diferentes ângulos de visão, 0°, 90°, 180° e 270°, respectivamente, (a), (b), (c) e (d), para as variáveis de entrada e saída do modelo neuro-fuzzy onde se pode verificar o comportamento do modelo neuro-fuzzy para os valores dos dados estimados.

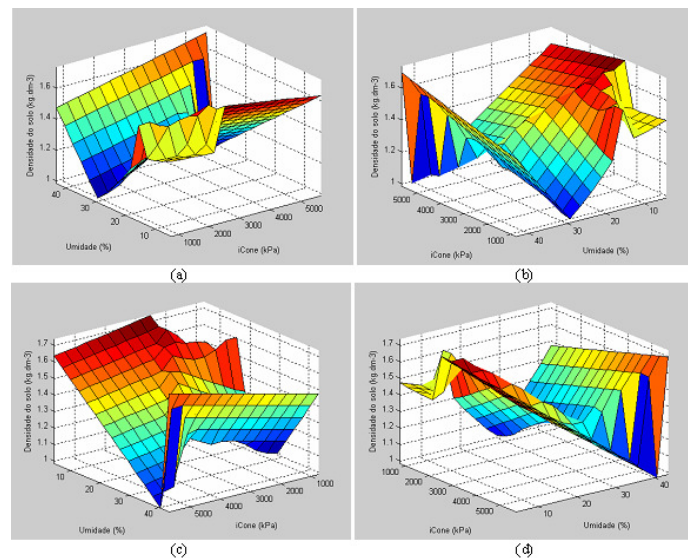


Figura 4 – Gráfico de superfície de respostas para as variáveis de entrada e saída do modelo neuro fuzzy.

## 4 CONCLUSÃO

Com base nos resultados obtidos, o estudo e a modelagem permitem as seguintes conclusões:

- Os resultados mostraram que os sistemas de inferências fuzzy podem ser utilizados para a estimativa da densidade do solo para áreas não amostradas com boa eficiência.
- A metodologia para a identificação de modelos utilizando o ANFIS gera modelos neuro-fuzzy simples e com boa capacidade de generalização.
- A metodologia proposta fornece uma técnica eficiente pela qual se obtém valores da densidade do solo em grandes quantidades sem a necessidade de ensaios laboratoriais.

## 5 REFERÊNCIAS

- [1] CAMARGO, O.A.; ALLEONI, L.R.F, **Compactação do solo e o desenvolvimento das plantas**. Piracicaba: DEGASPAR, 1997. 132 p.
- [2] CHIU, S.L. Selecting input variables for fuzzy models. **Journal of Intelligent and Fuzzy Systems**, v.4, n.4, 243-256, 1996.
- [3] JANG, J-R.R. Adaptive-network based fuzzy inference systems. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, v.23, n.3:665-685, 1993.
- [4] TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, v.15, n.1, p.116-132, 1985.
- [5] ZADEH, L.A. Fuzzy sets. **Information and control**, v.8:29-44,1965.