

Estudando perturbações em satélites artificiais provocadas pelos efeitos das marés terrestre e oceânica

Jarbas C. Sampaio, **Rodolpho V. de Moraes**

Depto de Matemática, FEG/UNESP,

12516-410, Guaratinguetá, SP

E-mail: jarbascordeiro@gmail.com, rodolpho@feg.unesp.br

Resumo: *A necessidade em definir cada vez melhor a órbita de um satélite artificial faz com que o entendimento das forças perturbadoras que atuam em seu movimento orbital seja cada vez mais aprimorado. O efeito de maré é uma das perturbações que afetam um determinado satélite que orbita a Terra. Dessa forma faz-se necessário o entendimento desse efeito por completo o que inclui tanto a maré terrestre como a maré oceânica. A maré terrestre é desenvolvida a partir do modelo de Kozai e a maré oceânica a partir do modelo de Harwood. As amplitudes de oscilação dos elementos orbitais são comparadas e analisadas através de gráficos. Tanto soluções seculares como periódicas são consideradas para um maior entendimento desses efeitos nas órbitas de satélites artificiais.*

Palavras-chave: *Maré terrestre e oceânica, Satélites artificiais, Elementos orbitais.*

INTRODUÇÃO

A força perturbadora estudada no presente trabalho é devida ao efeito de maré. Um determinado corpo sente o efeito de maré devido a outro por causa do efeito do gradiente gravitacional ou a variação da força gravitacional através do corpo [8].

O efeito de maré é uma das perturbações que pode afetar significativamente a órbita de determinados satélites artificiais que orbitam um planeta. Apesar disso, algumas missões espaciais foram realizadas sem a sua consideração e entendimento. Entretanto, percebeu-se que tanto a Lua como o Sol deformam a Terra, alterando assim o seu formato e o potencial utilizado para estudar a variação nos elementos orbitais do satélite. Atualmente, tem-se o conhecimento de modelos que descrevem a influência desse efeito sobre um satélite artificial, como os de Kozai [5],[6], Kaula [4], Balmino [1] e do IERS [3], para a maré terrestre e IERS [3], Schwiderski [11], Krohn [7] e Harwood e Swinerd [2] para a maré oceânica.

Neste trabalho foi desenvolvida a função perturbadora tanto para a maré terrestre como para a maré oceânica, o que é muito importante para se entender melhor como as diferentes marés que ocorrem no planeta influenciam um objeto que esteja em órbita. O modelo aqui desenvolvido para a maré oceânica é baseado em Harwood e Swinerd [2] e Schwiderski [11]. Para a maré terrestre a função perturbadora foi desenvolvida com base no modelo de Kozai [5], [6].

Por muitos anos, o interesse prático sobre a maré oceânica se restringiu às águas litorâneas. No entanto, com o passar dos tempos o avanço científico e tecnológico criou a necessidade de se ter maior precisão sobre o movimento dos oceanos do mundo. O conhecimento preciso permite aos pesquisadores determinar importantes parâmetros hidrodinâmicos dos oceanos e também parâmetros elásticos da parte sólida da Terra. Dessa maneira, interações entre marés oceânicas e atmosfera, corpos celestes e satélites artificiais, podem ser estudados com alta precisão [11].

O estudo apresentado aqui a respeito do efeitos de maré terrestre e oceânica é parte do trabalho de dissertação de mestrado, que pode ser conferido em Sampaio [10].

MARÉ TERRESTRE

Para o estudo do efeito de maré terrestre a função perturbadora com variáveis seculares e periódicas foi desenvolvida com base no modelo de Kozai [5],[6]:

$$R_{OE} = n_1^2 \beta \frac{R^5}{r^3} \left(\frac{a_1}{r_1} \right)^3 k_2 P_2(\cos(\theta)) \quad (1)$$

k_2 é o número de Love; β corresponde a $m'/(m+m')$; n_1 é dado por $G(m+m')/a_1^3$, G é a constante gravitacional, m é a massa da Terra, m' a massa da Lua e a_1 é o semi-eixo maior da Lua; r é a distância do satélite; r_1 é a distância geocêntrica da Lua e tem-se que o polinômio de Legendre responsável pelo desenvolvimento do potencial que descreve a perturbação devido a maré que é dado por

$$P_2(\cos(\theta)) = \frac{3}{2}s^2 - \frac{1}{2} \quad (2)$$

onde

$$s = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_1}{rr_1} \quad (3)$$

Para estudar a variação dos elementos orbitais precisa-se escrever s em função dos elementos orbitais.

Adotando coordenadas geocêntricas, com o eixo x direcionado ao equinócio e o eixo z ao pólo norte, tem-se as três componentes de r :

$$\frac{x}{r} = \cos(\Omega)\cos(\omega + \nu) - \sin(\Omega)\sin(\omega + \nu)\cos(I) \quad (4)$$

$$\frac{y}{r} = \sin(\Omega)\cos(\omega + \nu) + \cos(\Omega)\sin(\omega + \nu)\cos(I) \quad (5)$$

$$\frac{z}{r} = \sin(\omega + \nu)\sin(I) \quad (6)$$

definindo Ω como a longitude do nodo ascendente, ω o argumento do perigeu e I a inclinação da órbita. São derivadas expressões similares para a Lua, diferenciando as letras para representar os elementos com referência ao equador.

Dessa forma, pode-se representar s da seguinte forma:

$$s = \frac{xx_1 + yy_1 + zz_1}{rr_1} \quad (7)$$

Para que todo o potencial descrito pela equação (1) seja escrito em termos dos elementos orbitais a , e , I , M , Ω , ω , tanto para o satélite artificial como para a Lua, expansões são feitas no Programa Computacional Maple 11, com a finalidade de separar os termos com ν e ν_1 , substituindo-os por relações trigonométricas que envolvam os elementos que serão analisados.

Os termos com $\sin(\nu)$, $\cos(\nu)$ são expandidos em termos da anomalia média (M), até segunda ordem na excentricidade. Faz-se também expansões para $\sin(M_1)$ e $\cos(M_1)$ correspondentes ao corpo perturbador.

Substituindo todas essas relações e expansões mostradas anteriormente em (1), obtém-se uma função em termos de a , e , I , ω , Ω e M , além das variáveis correspondentes à Lua, representadas com índice 1.

Para este trabalho foi considerada uma função que depende de termos seculares e de longo período, para isso M e M_1 foram eliminados da função perturbadora através do método da média descrito em [9].

Depois de realizados esses cálculos utilizando o Maple 11, chega-se à expressão da função perturbadora dependente apenas dos termos seculares e de longo período.

MARÉ OCEÂNICA

Para o estudo da influência da maré oceânica nas órbitas de satélites artificiais, foi utilizado o potencial dado por Harwood e Swinerd [2].

Assim como no efeito de maré terrestre, além da Lua, o Sol também tem influência sob a maré oceânica. A função perturbadora desenvolvida neste trabalho para a maré oceânica levou em consideração o corpo perturbador de maior influência para o efeito de maré, que é a Lua.

O potencial gravitacional devido a maré oceânica a uma distância radial r do centro da Terra e fora da Terra é então escrita:

$$U_{\beta} = 4\pi GR\rho_w \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{\tau=0}^s \sum_{+}^{-} \frac{1+k'_s}{2s+1} \left(\frac{R}{r}\right)^{s+1} D_{\beta,s\tau}^{\pm} \cos(2\pi f_{\beta}T \pm \tau\lambda - \varepsilon_{\beta,s\tau}^{\pm}) P_{s\tau}(\sin(\phi)) \quad (8)$$

sendo que G é a constante gravitacional, R é o raio médio equatorial da Terra, ρ_w é a densidade da água do mar e k'_s é o número de Love que representa a deformação causada pela maré, ϕ e λ são respectivamente a latitude e a longitude, $P_{s\tau}(\sin(\phi))$ é a função de Legendre de grau s e ordem τ , e T é o tempo solar médio. Os termos $D_{\beta,s\tau}^{\pm}$ e $\varepsilon_{\beta,s\tau}^{\pm}$ representam a amplitude e a fase, respectivamente, para cada tipo de maré oceânica. f_{β} representa a frequência da maré oceânica relacionada.

Quanto à fase, existem várias definições, a que é utilizada aqui é dada por Schwiderski (1983):

$$\varepsilon_{\beta,s\tau}^{\pm} = - \left(\gamma_{\beta,s\tau}^{+} - \frac{\pi}{2} + \chi_{\beta} \right) \quad (9)$$

sendo que, para as marés zonais e semi-diurnas $\chi_{\beta} = 0$ e $\tau = 0$ e 2 respectivamente.

H_{β} é chamada de amplitude de Doodson para cada maré constituinte β ; K_1 representa uma das marés que contituem a maré oceânica diurna.

O Polinômio de Legendre também é desenvolvido de forma semelhante ao desenvolvimento mostrado para a maré terrestre. Depois que o potencial (8) é escrito em termos dos elementos orbitais do satélite artificial e da Lua, restringe-se os termos até segunda ordem na excentricidade e aplica-se o Método de Picard duas vezes para se eliminar as variáveis de curto período. Esse mesmo tratamento é feito para cada caso, considerando $\tau = 0$ representando a maré oceânica de longo período, $\tau = 1$ que indica a maré diurna e $\tau = 2$ representando a maré semi-diurna. O problema é que existem limitações no tratamento analítico em alguns casos, só podendo ser feito o estudo das variações dos elementos orbitais com integração numérica para as marés diurnas e semi-diurnas. No caso de ordem zero que indica a maré zonal ou de longo período o tratamento pode ser feito por completo analiticamente, pois depois de eliminandas as variáveis de curto período tanto do corpo perturbador como do perturbado, restam não somente termos de longo período mas também termos seculares.

RESULTADOS

As funções perturbadoras tanto para a maré terrestre como para a maré oceânica são escritas em termos seculares e de longo período e aplicadas nas equações de Lagrange com o objetivo de encontrar as soluções dos elementos orbitais. Na determinação das soluções, como geralmente é feito no estudo da mecânica celeste, calculam-se as soluções seculares, primeiro, e em seguida, calculam-se as soluções periódicas, aproveitando resultados obtidos anteriormente com as variáveis métricas.

As soluções seculares obtidas para o efeito de maré terrestre considerando o caso não elíptico do corpo perturbador para a longitude do nodo ascendente e para o argumento do pericentro são:

$$\dot{\Omega} = -3/16 \frac{n_1^2 \beta R^5 k_2 \cos(I) \left(9 e^2 (\cos(I_1))^2 + 6 (\cos(I_1))^2 - 3 e^2 - 2 \right)}{n a^5 \sqrt{1 - e^2}} \quad (10)$$

$$\dot{\omega} = \frac{3}{16na^5\sqrt{1-e^2}} n_1^2 \beta R^5 k_2 (15 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 - 3 (\cos(I_1))^2 + 3 e^2 (\cos(I_1))^2 - 5 (\cos(I))^2 + 1 - e^2) \quad (11)$$

sendo que, $\delta\Omega = \Omega - \Omega_0 = \dot{\Omega}t$ e $\delta\omega = \omega - \omega_0 = \dot{\omega}t$, t é o tempo.

As variações seculares para a maré oceânica referentes à longitude do nodo ascendente e ao argumento do pericentro, são:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{20}\pi \frac{GR^4 \rho_w (1+k_2') D_{\beta,20}^{\pm} \sin(2\pi f_{\beta}T + \gamma_{\beta,20}^{\pm}) \cos(I)}{na^5\sqrt{1-e^2}} \cdot (6 (\cos(I_1))^2 + 9 e^2 (\cos(I_1))^2 - 2 - 3 e^2) \quad (12)$$

$$\dot{\omega} = \frac{3}{20}\pi \frac{GR^4 \rho_w (1+k_2') D_{\beta,20}^{\pm} \sin(2\pi f_{\beta}T + \gamma_{\beta,20}^{\pm})}{na^5\sqrt{1-e^2}} \cdot (1 - e^2 - 3 (\cos(I_1))^2 + 3 e^2 (\cos(I_1))^2 - 5 (\cos(I))^2 + 15 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2) \quad (13)$$

As soluções de longo período tanto da maré terrestre como da maré oceânica podem ser conferidas em Sampaio [10].

APLICAÇÃO

Satélite de baixa altitude

Neste tópico é avaliada a influência das soluções seculares de Ω e ω geradas por cada função perturbadora desenvolvida neste trabalho acerca de um satélite em órbita. Utilizou-se um satélite com os seguintes elementos orbitais: $a=6960\text{km}$, $e=0,016$, $I=31,5$ graus, $\Omega=60$ graus e $\omega=30$ graus.

SOLUÇÕES SECULARES

Modelo de Kozai

Maré Terrestre (Caso não-Elíptico da Lua)

$$n_{\Omega} = -4,495117997 \times 10^{-5} \text{graus/dia}, \quad n_{\omega} = 6,94380432 \times 10^{-5} \text{graus/dia}$$

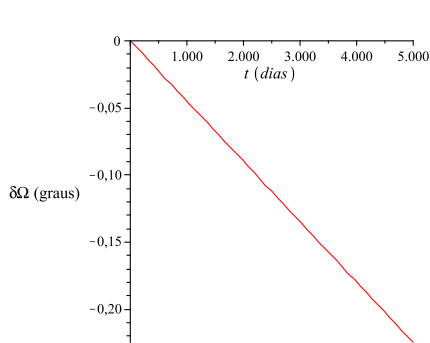


Figura 1: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Caso não-elíptico da Lua)

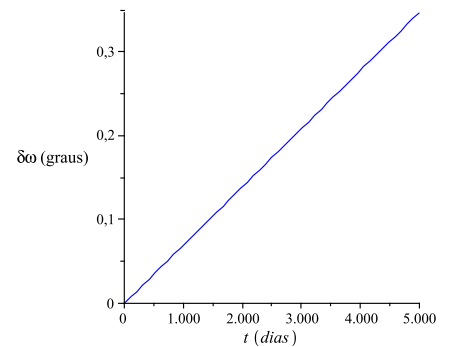


Figura 2: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Caso não-elíptico da Lua)

Maré Oceânica do tipo de longo período, de ordem zero (Caso não elíptico do corpo perturbador)

$$n_{\Omega} = -1,507085787 \times 10^{-6} \text{graus/dia}, \quad n_{\omega} = 2,328060977 \times 10^{-6} \text{graus/dia}$$

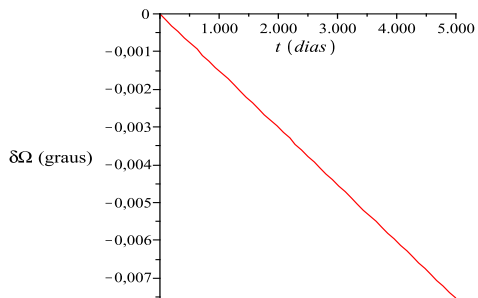


Figura 3: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Maré oceânica: não-elíptico da Lua)

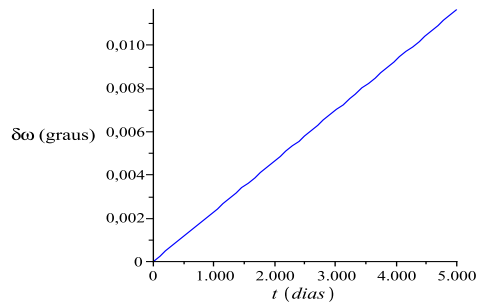


Figura 4: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Maré oceânica: não-elíptico da Lua)

Observando as soluções seculares da maré terrestre em comparação à maré oceânica percebe-se menor contribuição por parte da maré oceânica. Apesar da maré oceânica do tipo de longo período ou zonal ser apenas uma das constituintes da maré oceânica pode ser verificada qual a porcentagem de contribuição dessa maré se for tomada como o total da perturbação a soma da maré terrestre com a maré oceânica estudada. Para as soluções seculares consideradas da maré oceânica verifica-se uma porcentagem de 3,2 % de contribuição para o total da variação da longitude do nodo ascendente enquanto que para a variação do argumento do perigeu a porcentagem é de cerca de 3,4 % para o total da perturbação. Apesar dessa análise ser apenas uma aproximação, pode-se ter uma idéia de como as variações seculares da maré oceânica têm menor contribuição, em comparação à maré terrestre, para a perturbação no satélite artificial, mas mostra-se importante para uma boa aproximação da perturbação total.

SOLUÇÕES DE LONGO PERÍODO

Modelo de Kozai

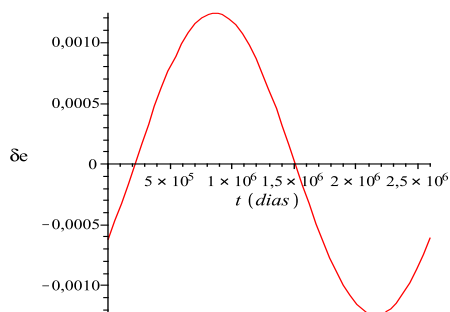


Figura 5: Variação de δe pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

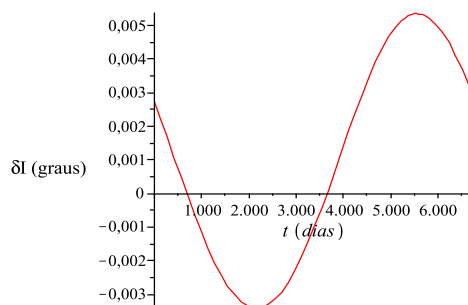


Figura 6: Variação de δI pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

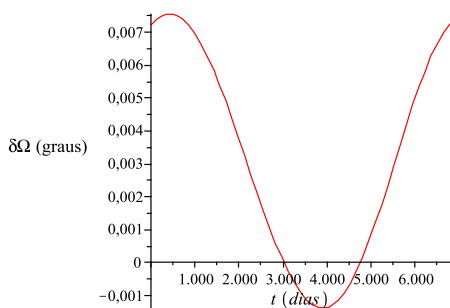


Figura 7: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

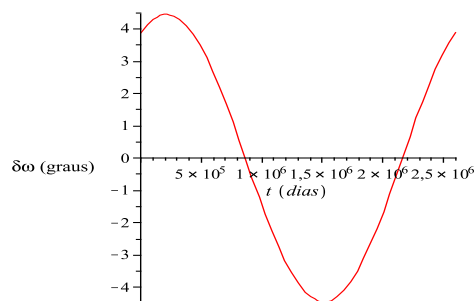


Figura 8: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Maré Oceânica

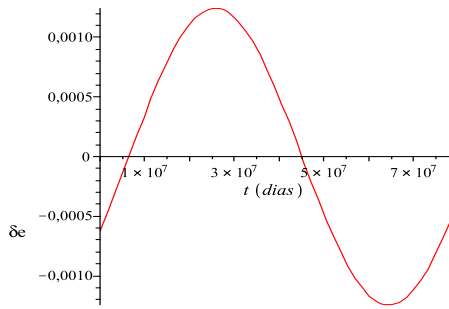


Figura 9: Variação de δe pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

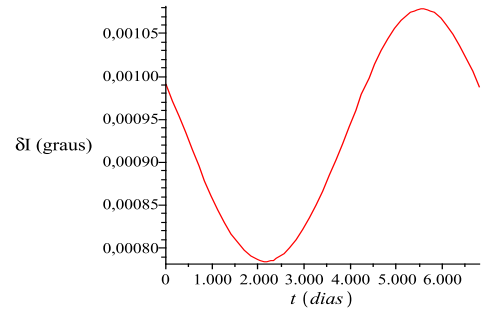


Figura 10: Variação de δI pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

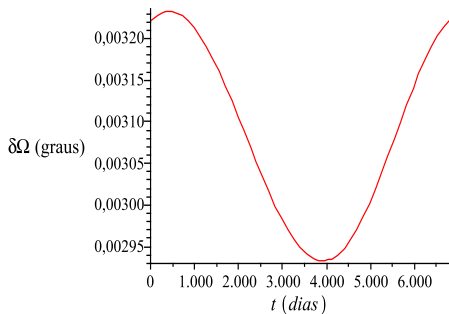


Figura 11: Variação de $\delta \Omega$ pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

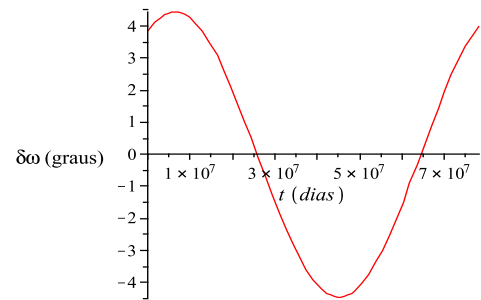


Figura 12: Variação de $\delta \omega$ pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Analisando agora os gráficos das soluções de longo período, para o satélite de baixa altitude, tanto para a maré terrestre como para a maré oceânica, a maior amplitude da oscilação foi para o argumento do pericentro, mas o tempo para completar um período de oscilação é maior para a maré oceânica; verificando os períodos de oscilação dos elementos orbitais considerados observa-se que as variações na excentricidade e no argumento do pericentro para a maré terrestre e oceânica completam períodos de oscilação em tempos muito grandes em comparação aos outros elementos orbitais estudados, inclinação e longitude do nodo ascendente.

Em relação à maré oceânica percebeu-se que para o satélite de baixa altitude considerado, as variações da excentricidade e do argumento do pericentro mostraram amplitudes de oscilação comparáveis às variações da maré terrestre encontradas a partir do modelo de Kozai, só que o tempo para completar um período de oscilação é maior para a maré oceânica.

Observando as figuras 7, 10 e 11, para o tempo de uma oscilação que é de cerca de 6000 dias, elas não apresentam média zero para as variações consideradas, porém se for considerado um tempo muito grande da ordem de 10^6 dias para a variação de longo período da longitude do nodo ascendente referente a maré terrestre ela apresenta média zero. No caso das figuras 10 e 11 referentes à maré oceânica elas vão apresentar média zero com um tempo da ordem de 10^7 dias.

CONCLUSÃO

Na análise da evolução orbital de longo período de satélites artificiais, o efeito de maré pode ser significativo para missões que exijam órbitas precisas. Os efeitos, como podem ser vistos nas aplicações às soluções dos elementos orbitais, são da ordem de 10^{-3} ou menores dos provocados pelo coeficiente J_2 do achatamento da Terra.

O presente trabalho, mostra os efeitos seculares e de longo período provocados tanto pela maré terrestre como pela maré oceânica.

Observa-se, para os casos apresentados, em relação a perturbações seculares, diferenças acerca da ordem de grandeza da perturbação.

Observando as soluções seculares da maré terrestre em comparação à maré oceânica percebe-se menor contribuição por parte da maré oceânica para o satélite considerado.

As soluções seculares tanto da maré terrestre como da maré oceânica, verificam-se amplitudes maiores para satélites mais próximos da Terra, por isso a escolha no presente trabalho de fazer a aplicação para o efeito de maré num satélite de baixa altitude.

Verificou-se nas soluções de longo período, tanto para os casos mostrados da maré terrestre como para a maré oceânica a maior amplitude da oscilação é para o argumento do pericentro. Em relação à maré oceânica foi mostrado que para o satélite de baixa altitude considerado, as variações da excentricidade e do argumento do pericentro mostraram amplitudes de oscilação comparáveis às variações da maré terrestre encontradas a partir do modelo de Kozai, só que o tempo para completar um período de oscilação é maior para a maré oceânica.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho contou com o apoio da CAPES e CNPQ (Processo: 300952 / 2008-2).

Referências

- [1] G. Balmino, “Analytical expressions for Earth tides perturbations on close Earth satellites” em: The use of artificial satellites for geodesy and geodynamics. Athens, Greece: Ed. G. Veis, 1974.
- [2] N. M. Harwood; G. G. Swinerd, “Ocean-tide parameters from the simultaneous long-period analysis of the orbits of Starlette and Stella”, *Annales Geophysicae*, 15, pp. 263-271, 1997.
- [3] IERS. Solid earth tides. German, 1996.
- [4] W. M. Kaula, “Tidal Friction with Latitude-Dependent Amplitude and Phase Angle”, *The Astronomical Journal*, Vol. 74, número 9, Novembro de 1969.
- [5] Y. Kozai, “A new method to compute lunisolar perturbations in satellite motions”, Massachusetts: Smithsonian Inst. Astrophysical Observatory, Cambridge, 1973.
- [6] Y. Kozai, “Effects of the Tidal Deformation of the Earth on the Motion of Close Earth Satellites”, Mitaka: Tokyo Astronomical Observatory. July, 23, 1965.
- [7] J. Krohn, “A Global Ocean Tide Model with High Resolution in Shelf Areas”, *Marine Geophysical Researches* 7, págs. 231-246, 1984.
- [8] C. D. Murray; S. F. Dermott, “Solar System Dynamics”, Cambridge University Press, 1999.
- [9] A. E. Roy, “Orbital Motion”, Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia. 3rd ed. 1988.
- [10] J. C. Sampaio, “Efeitos de maré no movimento orbital de satélites artificiais”, Dissertação de mestrado, FEG/UNESP, 2009.
- [11] E. W. Schwiderski, “On Charting Global Ocean Tides”, *Reviews of Geophysics and Space Physics*, Vol. 18, número 1, pp. 243-268, Fevereiro de 1980.