

# Métodos iterativos para resolução de sistemas lineares e aplicações

Márcia Ap. Gomes-Ruggiero      Cíntia Dalila Soares\*

Depto de Matemática Aplicada, IMECC, UNICAMP

Caixa Postal: 6065, 13083-970, Campinas, SP

E-mail: marcia@ime.unicamp.br,    cintiasoares@gmail.com,

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo realizar um estudo em métodos iterativos para resolução de sistemas lineares com aplicações direcionadas para a resolução de sistemas não lineares, (em métodos do tipo Newton–inexato, [1]) e na resolução numérica de equações diferenciais parciais.

Denotamos um sistema linear por:  $Ax = b$ ,  $A : n \times n$ . Os métodos para resolução de tais sistemas são classificados como diretos ou iterativos. Os primeiros, teoricamente, obtêm a solução exata em um número finito de operações. Já os métodos iterativos, geram uma sequência de aproximações, que sob hipóteses adequadas convergem para a solução. Os métodos iterativos são mais adequados à resolução de sistemas lineares esparsos de grande porte, uma vez que tais métodos não provocam preenchimentos na estrutura da matriz, preservando sua esparsidade. Além disto, em geral, a operação central é a multiplicação de matriz por vetor.

O conhecimento e o domínio de técnicas para resolução e tratamento de sistemas lineares é essencial para a elaboração de algoritmos eficientes e robustos. Isto porque, algoritmos que requerem a solução de um sistema linear têm sua eficiência fortemente relacionada à precisão da solução obtida e do custo computacional para obtê-la. Para exemplificar, temos: *a)* o método de Newton para resolução de sistemas não lineares ou minimização de funções sem restrições, nos quais, a cada iteração, um sistema linear deve ser resolvido; *b)* temos também como exemplo, a resolução numérica de problemas de valor de contorno, na qual, as técnicas de discretização, resultam de resolução de um sistema linear ou não linear.

Neste trabalho enfocamos a estes dois tipos de aplicações, destacando sempre os casos de grande porte, nos quais há a necessidade de optar por métodos iterativos para a resolução dos sistemas lineares. Os métodos iterativos de nosso interesse são os denominados métodos de Krylov, [3]. A proposta é a de realizar um estudo geral destes métodos, trabalhando sempre que possível com a motivação geométrica e estudando com detalhes os resultados teóricos de convergência. É dado um enfoque maior aos métodos: gradientes conjugados, [2] para o caso simétrico e GMRES, [4], para o caso não simétrico.

**Palavras-chave:** *Equações Diferenciais Parciais, Matrizes Esparsas, Métodos de Krylov, Sistemas Lineares, Sistemas não Lineares*

---

\*bolsista de Iniciação Científica FAPESP

## Referências

- [1] R. S. Dembo, S. C. Eisenstat & T. Steihaug, Inexact Newton methods, *SIAM J. Numer. Anal.*, 19(2) (1982) 401–408.
- [2] M. R. Hestenes & E. Steifel, Methods of conjugate gradient for solving linear systems, *J. of Res. Nat. Bureau Standards*, 49 (1952) 409–436.
- [3] C. T. Kelley, “Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations”, SIAM, Philadelphia, 1995.
- [4] Y. Saad & M. H. Schultz, GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 7(3) (1986) 856–869.