

# Modelagem de Tenacificação de Materiais Compostos Reforçados com Micro Fibras

**Kellem de Melo Soares**

UNIJUÍ - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - Departamento de Física,  
Estatística e Matemática  
98700-000, Campus Ijuí, RS  
E-mail: kellempv@hotmail.com

## **RESUMO**

Os micros mecanismos que levam a melhorar a resistência da fratura em materiais são conhecidos como tenacificação por microfibras, tenacificação por transformação de fases, tenacificação por partículas e tenacificação por micro fibras ou bigodes (*whisker*). A tenacificação com micro fibras mostra alta eficácia no melhoramento de resistência à fratura.

O problema de tenacificação do material frágil através de microfibras é complexo. Principalmente ele pode ser classificado em 5 subproblemas [3]: (1) o modelo matemático para calcular a contribuição de fibras, aleatoriamente distribuídas na matriz frágil, à tenacificação; (2) efeito de *snubbing*, ou seja, a contribuição de uma fibra quando ele está sendo puxada numa certa direção para fora da matriz, neste caso a força de atrito entre a fibra e a matriz é proporcional ao ângulo de puxamento; (3) efeito de *spalling*, neste caso a rigidez da parte da saída imediatamente da fibra é fatal, ainda pode ocorrer a quebra da fibra ou da matriz na região da saída da fibra; (4) o processo de *pull-out* da fibra que envolve a propagação da trinca na interface entre a fibra e a matriz; (5) efeito de *bending*, ocorre um dobramento entre a parte enterrada e a parte que está sendo puxada para fora da matriz, neste caso a quebra da fibra ou a contribuição de plasticidade da fibra podem acontecer.

O aumento da energia de fratura  $G_c$ , com unidade  $J/m^2$ , é encontrada através da área formada pela curva  $\sigma_c - w$ , ou seja:

$$G_c = \int_0^{w^*} \sigma_c(w) dw \quad (1)$$

onde  $w^*$  é uma abertura suficiente para que todas as tensões nas fibras estejam zeradas (fibras quebradas ou fora da matriz).

A tensão no composto é obtida pela soma das contribuições individuais que cada fibra atribui ao composto, então, um material reforçado com uma fração volumétrica  $V_f$  de fibras distribuídas aleatoriamente na matriz com um ângulo  $\theta$  à normal ao plano da trinca, a tensão proveniente das fibras no plano trincado (*bridging stress*), em relação à meia abertura  $w$ , é dada por [4]:

$$\sigma_c(w) = \frac{V_f}{A_f} \int_0^{\arctan(L_f/2d_f)} \int_0^{(L_f \cos(\theta) - d_f \sin(\theta))/2} N(w, \theta, z) P(\theta) p(z) dz d\theta \quad (2)$$

$N(w, \theta, z)$  é a força axial na fibra em seu respectivo processo.  $P(\theta)$  e  $p(z)$  são as probabilidades de ocorrer a distância  $z$  do centro da fibra até o plano da trinca e a orientação do ângulo  $\theta$  entre a fibra e o plano perpendicular ao plano da trinca, definidos por:

$$p(z) = 2/L_f \quad \text{para} \quad 0 \leq z \leq [L_f \cos(\theta) - d_f \sin(\theta)]/2 \quad (3)$$

$$P(\theta) = \text{sen}(\theta) \quad \text{para} \quad 0 \leq \theta \leq \arctan(0,5L_f / d_f) \quad (4)$$

Para desenvolver um programa computacional que possa obter a relação entre  $N(w, \theta, z)$  e a meia abertura  $w$ , integrando os modelos obtidos, foi proposto o método de elementos finitos casado com o de elementos discreto. Introduziram-se elementos discretos na região perto da interface e elementos finitos longe da interface. Essa maneira de colocação dos elementos é considerado que os elementos discretos tem a vantagem de facilitar a realização da descolagem e a desvantagem de grande trabalho computacional requerido.

O método dos elementos discretos (MED) foi introduzido na década de setenta, e na literatura do Cundall [2] aparece como um dos principais precursores do mesmo. No MED o meio a ser modelado considera-se como um sistema de partículas discretas, geralmente de forma esférica e massa conhecida. Neste método, cada partícula é identificada separadamente e suas posições instantâneas são determinadas a partir da utilização das equações de movimento como a segunda lei de Newton:

$$a = F / m \quad (5)$$

Pelo MED o material a ser simulado está representado através de uma distribuição regular espacial de massas, interconectadas através de barras de rigidez equivalente ao contínuo que se deseja analisar. As barras estão dispostas no espaço segundo a unidade cúbica básica e as mesmas são consideradas como sendo barras de treliça, o qual determina três graus de liberdade por nó. A repetição regular desta unidade cúbica nas três direções ortogonais, permite a obtenção do modelo geométrico. Os trabalhos do Iturrioz e Batista [5, 1] demonstraram os detalhes do MED. A maior dificuldade é determinar a força axial  $N(w, \theta, z)$  que envolve muitos fatores como a rigidez da matriz frágil, o efeito de *spalling*, o efeito de *snubbing*, a resistência da fibra, a resistência da interface entre a fibra e a matriz etc. Pelo programa a ser desenvolvido que casa o MEF com o MED, pode-se obter a força axial  $N(w, \theta, z)$  numericamente. Substituindo-la à equação (2), obter-se  $\sigma_c$  e finalmente o aumento da tenacidade  $G_c$  pela equação (1).

O trabalho está na fase de andamento e espera-se que este trabalho possa resultar em um programa com maior eficiência para calcular o aumento da tenacidade da matriz frágil contribuído pela adição de micro fibras.

**Palavras-chave:** modelagem, tenacidade à fratura, material reforçado por micro fibra, energia da fratura, MEF, MED.

## Referências

- [1] R. G. Batista; Aplicação do Método dos Elementos Discretos ao Estudo de Fratura em Materiais Heterogêneos, Tese de doutorado, PROMEC, UFRGS, 2007.
- [2] P. A. Cundall; O.D.L. Strack; A distinct element model for granular assemblies, *Geotechnique*, vol.29:47, p. 65 (1979).
- [3] P. Fantilli; P. Vallini; A cohesive interface model for the pullout of inclined steel fibers in cementitious matrixes, *J. of Advanced Concrete Technology*, vol. 5, pp 247-258 (2007).
- [4] R. A. Pavan; “Modelagem Matemática de Tenacificação de Materiais Cerâmicos através da Aadição de Microfibras”, Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2006.
- [5] I. Iturrioz; Aplicação do Método dos Elementos Discretos ao Estudo de Estruturas Laminares de Concreto Armado, Tese de doutorado, PROMEC, UFRGS, 1995.