 ISSN 1984-820X

Números Fuzzy Intervalares

Renata L. Mussi **Graçaliz P. Dimuro**
Universidade Católica de Pelotas - Centro Politécnico
96010-000, Pelotas, RS
E-mail: rmussi@ucpel.tche.br, liz@ucpel.tche.br,

Benjamín C. Bedregal
Departamento de Informática e Matemática Aplicada - UFRN
59072-970, Natal, RN
E-mail: bedregal@dimap.ufrn.br.

RESUMO

Na *Teoria dos Conjuntos Fuzzy* [4], considera-se um grau entre 0 e 1 para indicar o quanto um determinado elemento pertence a um conjunto, o que a difere da teoria clássica, onde um elemento ou pertence ou não pertence a um conjunto. Na *Lógica Fuzzy* existem graus de verdade intermediários entre 0 e 1. Para formalizar a noção de subconjunto fuzzy, Zadeh [4] generalizou a função característica dos conjuntos da Lógica Clássica, definindo uma *função de pertinência* dos elementos de um universo U a um subconjunto fuzzy A como $\mu_A : U \mapsto [0;1]$. O valor $\mu_A(x) \in [0;1]$ indica o grau com que o elemento $x \in U$ pertence ao subconjunto A. Um grau $\mu_A(x) = 0$ indica que o elemento x não pertence ao subconjunto fuzzy A, e $\mu_A(x) = 1$ indica que o elemento x pertence completamente ao subconjunto fuzzy A.

Um dos problemas da Lógica Fuzzy é determinar a função de pertinência de um conjunto fuzzy, quando existe incerteza na determinação dos graus de pertinência, ou quando existe uma divergência na opinião de especialistas. Neste caso, é razoável que um grau de pertinência seja representado por uma faixa de valores ao invés de um valor pontual.

Por outro lado, a *Matemática Intervalar* [3] tem o objetivo de responder à questão da exatidão e eficiência presentes na Computação Científica. A utilização de intervalos faz com que seja possível representar dados inexatos e controlar erros de arredondamento, aproximações e erros de truncamento de procedimentos.

A *Lógica Fuzzy Intervalar* [1] consiste de uma proposta contornar o problema da determinação de funções de pertinência, utilizando subintervalos de [0;1] para atribuir valores verdades às proposições fuzzy e aos graus de pertinência de elementos a subconjuntos fuzzy. Dentre as várias abordagens que utilizam Lógica Fuzzy em combinação com intervalos, este trabalho adota a proposta de Bedregal e Takahashi [1].

Neste trabalho, para a definição de números fuzzy intervalares, alguns conceitos da teoria clássica [2] foram generalizados. Seja $I = [0;1]$ e $\mathbb{I} = \{X \mid X \subseteq U\}$. Seja A um subconjunto fuzzy intervalar, com função de pertinência intervalar $M_A : U \to \mathbb{I}$, com $M_A(x) = [\mu_{A_i}(x), \mu_{A_s}(x)]$, onde $\mu_{A_i}, \mu_{A_s} : U \to [0;1]$ são as funções de limite inferior e superior, respectivamente. O *suporte* do conjunto fuzzy intervalar A é definido por $sup_A = \{x \in U \mid M_A(x) > [0;0]\}$. O *core* de um número fuzzy intervalar A é o conjunto de todos os elementos de A que possuem grau de pertinência intervalar igual a $[1;1]$, ou seja, $core_A = \{x \in U \mid M_A(x) = [1;1]\}$. Considere um intervalo $[\alpha_1;\alpha_2] \subseteq [0;1]$ tal que $\alpha_1 > 0$. Um determinado elemento $x \in U$ pertence a uma classe determinada pelo intervalo $[\alpha_1;\alpha_2]$, denominada de $[\alpha_1;\alpha_2]$-*corte*, se o grau de pertinência intervalar de x for maior ou igual que o intervalo $[\alpha_1;\alpha_2]$. O $[\alpha_1;\alpha_2]$-corte de A é então dado

por $[A]^{[\alpha_1;\alpha_2]} = \{x \in U : M_A(x) \geq [\alpha_1; \alpha_2]\}$, onde se considera a ordem $\leq$ do produto ou de Kulisch-Miranker [3].

Existem várias propostas para a definição de números fuzzy intervalares. Neste trabalho, seguindo a linha de trabalhos anteriores do grupo de pesquisa, um número fuzzy intervalar N é definido como um subconjunto fuzzy intervalar do conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ que satisfaz as seguintes propriedades: (i) O *core* de N é não-vazio; (ii) os $[\alpha_1; \alpha_2]$-cortes de N são todos fechados, limitados e intervalos; (iii) o suporte de N é limitado. Por exemplo, o conjunto fuzzy intervalar mostrado na Fig 1. 1 é o número fuzzy intervalar "N=3", que é denotado por $N = (1, 2, 3, 4, 5)$, e cuja função de pertinência intervalar é $M_N : \mathbb{R} \to \mathbb{I}$, onde:

$$M_N(x) = \begin{cases} [0; 0] & \text{se } x \leq 1 \\ [0; \frac{x-1}{2}] & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ [x-2; \frac{x-1}{2}] & \text{se } 2 < x \leq 3 \\ [-x+4; \frac{-x+5}{2}] & \text{se } 3 < x \leq 4 \\ [0; \frac{-x+5}{2}] & \text{se } 4 < x \leq 5 \\ [0; 0] & \text{se } x > 5 \end{cases} \quad (1)$$

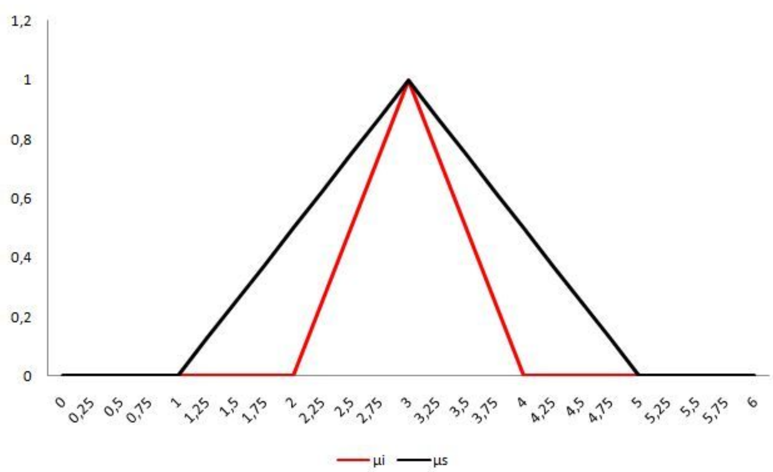

Figura 1: Número fuzzy intervalar $N = (1, 2, 3, 4, 5)$.

Como continuidade, este trabalho introduz uma álgebra de números fuzzy intervalares e estuda as propriedades de suas operações aritméticas. A aritmética de números fuzzy intervalares é definida de tal forma que a aritmética de números fuzzy pontuais é um caso particular. Mostra-se também que as operações aritméticas de números fuzzy intervalares apresentam propriedades análogas às propriedades das operações com números fuzzy.

Palavras-chave: *Lógica Fuzzy, Matemática Intervalar, Lógica Fuzzy Intervalar.*

Referências

[1] B. C. Bedregal and A. Takahashi, The Best Interval Representation of T-Norms and Automorphisms, *Fuzzy Sets and Systems*, 157 (2006) 3220-3230.

[2] J. Buckley and E. Eslami, "Advances in Soft Computing: An Introduction to Fuzzy Logic and Fuzzy Sets", Physica-Verlag Heidelberg, New York, 2002.

[3] R. E. Moore, "Methods and Applications of Interval Analysis", Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1979.

[4] L. A. Zadeh, Fuzzy Sets, *Information and Control*, 8 (1965) 338–353.