

## Simulação numérica de escoamentos bidimensionais com superfícies livres e ângulo de contato

Alysson A. Naves Silva\*

Fabrício Simeoni de Sousa

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, ICMC, USP,  
13560-970, São Carlos, SP

E-mail: anaves@gmail.com, fsimeoni@icmc.usp.br,

### RESUMO

A importância do estudo de problemas que envolvem fenômenos de superfície, quando diferentes fluidos podem interagir com superfícies sólidas, é confirmada por diversos processos tecnológicos que aplicam fluidos diretamente sobre diferentes superfícies. Escoamentos com ângulos de contato são fenômenos importantes que ocorrem na natureza (por ex.: gotas escorrendo em folhas ou janelas) bem como nas indústrias, com aplicações importantes para indústria de tintas, lubrificantes e indústria farmacêutica, por exemplo. Linhas de contato (ou pontos em 2D) aparecem quando uma gota líquida é depositada sobre uma superfície sólida e um ângulo de contato é formado entre a superfície livre e a linha paralela à superfície sólida [2]. O ângulo de contato depende da relação entre as forças de adesão, que fazem a gota se espalhar sobre a superfície e as forças coesivas do líquido que tendem a contrair a gota na forma de uma esfera com superfície mínima. Desse modo, o ângulo de contato estático é uma medida utilizada para quantificar a afinidade entre um líquido e uma superfície sólida, classificando-a como hidrofílica ou hidrofóbica, dependendo de seu valor [3].

O escoamento é governado pelas equações de Navier-Stokes, dadas pelas equações da conservação da quantidade de movimento (1) e da continuidade (2),

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} - \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \mu(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T)] - \rho\mathbf{g} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

sujeitas às condições de contorno na superfície livre (interface líquido/vapor),  $\Gamma_{SL}$ :

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} = \gamma\kappa \quad (3)$$

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t} = 0 \quad \forall \mathbf{t} \in \{\mathbf{n}^\perp\} \quad (4)$$

em que  $\rho = \rho(\mathbf{x}, t)$  é a massa específica,  $p = p(\mathbf{x}, t)$  é o campo de pressões,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  é a velocidade,  $\mu = \mu(\mathbf{x}, t)$  é a viscosidade,  $\mathbf{g}$  representa o campo gravitacional,  $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mu(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T)$  é o tensor tensão de Cauchy,  $\mathbf{n}$  e  $\mathbf{t}$  são respectivamente os vetores normais e tangenciais à interface,  $\gamma$  é o coeficiente de tensão superficial e  $\kappa$  é a curvatura (parâmetro geométrico) da superfície [1].

Neste trabalho, um método numérico para simular escoamentos com superfícies livres e ângulo de contato é apresentado. O método emprega uma formulação Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (ALE - *Arbitrary Lagrangian-Eulerian*, em inglês) das equações de Navier-Stokes, que são discretizadas pelo método de elementos finitos de Galerkin [4]. O fluido é representado por uma malha dinâmica não estruturada de elementos finitos triangulares, na qual a superfície livre é representada explicitamente por vértices e arestas da triangulação. Os pontos internos da

---

\*bolsista de Mestrado FAPESP

malha são movimentados através de uma estratégia de suavização laplaciana, de forma a manter a qualidade da mesma [5]. Nesta formulação, somente o fluido interno é resolvido, e condições de contorno são aplicadas na superfície livre. A metodologia é validada por casos testes simples que possuem soluções pseudo-analíticas, como é o caso de gotas apoiadas em substrato sólido, e os resultados numéricos são apresentados, mostrando a robustez e precisão da metodologia.

A simulação ilustrada na figura (1) mostra uma gota líquida, sob o efeito da gravidade e tensão superficial, caindo sobre uma superfície sólida perfeitamente regular (sem rugosidades). Após instantes esta gota colide contra a superfície e oscila até o equilíbrio.

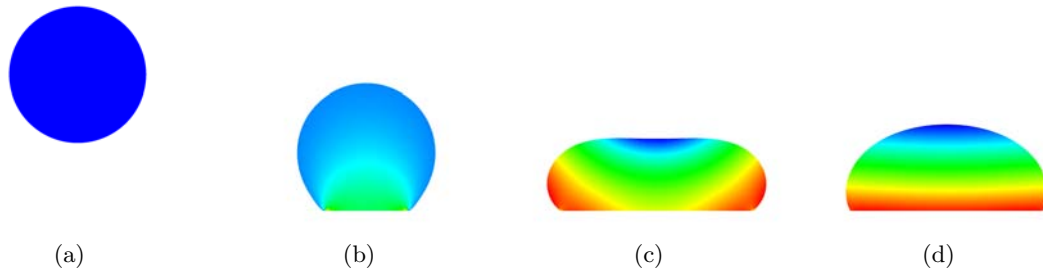


Figura 1: Gota viscosa, caindo sobre uma superfície sólida. A simulação mostra a variação de pressão no interior da gota.

**Palavras-chave:** *Linha de contato, Ângulo de contato, Tensão Superficial, Escoamentos com Superfícies Livres, Método dos Elementos Finitos, Movimentação de Malha*

## Referências

- [1] S. Dufour e D. Pelletier, An adaptive finite element method for multiphase flows with surface tension, *Computational Mechanics: New Trends and Applications*, (1998) 1-18.
- [2] P.-G. de Gennes, Wetting: statics and dynamics, *Reviews of Modern Physics*, 57 (1985) 827-863.
- [3] P.-G. de Gennes, F. Brochard-Wyart e D. Quéré, “Capillarity and Wetting Phenomena: Drops, Bubbles, Pearls, Waves”, Springer, New York, 2004.
- [4] F.S. de Sousa, “Simulação de escoamentos multifásicos em malhas não estruturadas”, Tese de Doutorado, ICMC-USP, 2005.
- [5] F.S. de Sousa e N. Mangiavacchi, A Lagrangian level-set approach for the simulation of incompressible two-fluid flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 47 (2005) 1393-1401.