 ISSN 1984-820X

Memorização x Aprendizagem: Uma Aplicação de Equações Diferenciais

Giancarlo de França Aguiar
Universidade Positivo, Engenharia da Computação, Núcleo de Ciências Exatas e Tecnológicas
81280-330, Curitiba, PR
E-mail: giancarl@up.edu.br

Bárbara de Cássia Xavier Cassins Aguiar
Universidade Federal do Paraná, Departamento de Matemática
81531-990, Curitiba, PR
E-mail: babimatematica@yahoo.com.br

Elinton Luiz Leguenza
Universidade Positivo, Engenharia da Computação, Núcleo de Ciências Exatas e Tecnológicas
81280-330, Curitiba, PR
E-mail: elinton@up.edu.br

Maristela Regina Weinfurter
Universidade Positivo, Engenharia da Computação, Núcleo de Ciências Exatas e Tecnológicas
81280-330, Curitiba, PR
E-mail: maristela.weinfurter@up.edu.br

José Carlos da Cunha
Universidade Positivo, Engenharia da Computação, Núcleo de Ciências Exatas e Tecnológicas
81280-330, Curitiba, PR
E-mail: cunha@up.edu.br

Edson Pedro Ferlin
Universidade Positivo, Engenharia da Computação, Núcleo de Ciências Exatas e Tecnológicas
81280-330, Curitiba, PR
E-mail: ferlin@up.edu.br

Resumo: *O estudo e tratamento de dados aplicados ao processo de ensino-aprendizagem constituem uma base sólida de conhecimento ao estudante, podendo tornar-se material referência à prática de metodologias de sucesso e motivação a pesquisa. Neste trabalho está ilustrado uma aplicação de modelagem de equações diferenciais ao processo de aprendizado humano, que por sua vez, é extremamente complexo e revolto a um conjunto muito vasto de variáveis. Neste contexto, veremos que o fator memorização não é objeto determinante no estudo do aproveitamento versus aprendizagem.*
Palavras-chave: *Modelagem com Equações Diferenciais, Índices de Aprendizagem, Correlação e Regressão Linear.*

1 Exposição do Problema

Neste trabalho iremos ilustrar uma aplicação de equações diferenciais (modelagem matemática), objetivando determinar um índice quantitativo que representa o tempo para a memorização de um conjunto de números (20 centenas) para um grupo de 16 estudantes nas disciplinas de Cálculo Aplicado e Probabilidade e Estatística no curso de Engenharia da Computação da Universidade Positivo. Explorando o grupo de dados (índices de memorização individuais de cada aluno), foi analisada a existência ou não, da correlação entre a memorização e sua relação com as notas médias (que neste contexto representa o coeficiente principal da aprendizagem) dos estudantes durante o ano letivo de 2008.

2 Metodologia

A seguir está ilustrado um conjunto de seis momentos para o desenvolvimento do trabalho proposto:

- Na disciplina de Cálculo Aplicado (2° ano do curso de Engenharia da Computação diurno) os alunos tiveram o contato com a modelagem de equações diferenciais e desenvolveram o modelo que representava o índice de memorização com o passar do tempo.

- Na disciplina de Probabilidade e Estatística (2° ano do curso de Engenharia da Computação diurno) os alunos trabalharam em um momento o estudo da correlação e regressão linear entre duas variáveis.

- Em um novo momento os alunos se dividiram em duplas para o levantamento e sequencialmente o tratamento dos dados (análise de correlação, obtenção da equação ou reta de regressão, construção do diagrama de dispersão e entrega de relatórios individuais).

- Com a reta de regressão foi possível a cada estudante identificar seu índice de memorização individual.

- Posteriormente, com seus índices individuais e suas notas médias na disciplina de Cálculo Aplicado, eles novamente calcularam a correlação linear entre o índice de memorização e seu índice de aprendizagem (nota média anual).

- Finalizando o trabalho, o professor validou os resultados e desenvolveu um debate em grupo com os alunos discutindo os resultados.

2.1 Modelagem de Equações Diferenciais

O aprendizado humano é, no mínimo, um processo extremamente complicado. A biologia e a química do aprendizado estão longe de serem entendidas. Apesar de não termos nenhuma esperança de que modelos simples possam dar conta de toda a complexidade do processo, eles podem iluminar aspectos limitados deste processo (Blanchard, 2005).

Neste trabalho, estudaremos um modelo extremamente simples de processo de memorização de listas (listas de sílabas sem significado) O modelo se baseia na hipótese de que a taxa de aprendizado é proporcional a quanto ainda falta para ser aprendido. Seja $L(t)$ a fração da lista já decorada no instante t. Assim, $L(t) = 0$ significa que não se sabe nada e $L(t) = 1$ significa que toda a lista foi decorada. A equação diferencial para este modelo é:

$$\frac{dL}{dt} = k(1 - L) \tag{1}$$

Onde:

$\frac{dL}{dt}$ = Taxa de aprendizagem em relação ao tempo

$K =$ Taxa de aprendizado ou índice individual de memorização

$L =$ Fração da lista decorada

Pessoas diferentes levam tempos diferentes para decorar uma lista. No nosso modelo, isto significa que cada pessoa tem seu K individual.

2.2 Obtenção e Tratamento dos Dados

O valor de k (índice individual de memorização ou taxa de aprendizado) será determinado experimentalmente. Duas listas com números de 3 dígitos são dadas. Outras podem ser criadas. Coletamos os dados necessários para determinar o K como segue:

1. Gaste um minuto estudando uma das listas do Quadro 1 (faça a medida do tempo com muito cuidado. Um amigo pode ser uma ajuda preciosa para esta medida).

	Lista 1	Lista 2
1	826	603
2	746	167
3	215	598
4	386	514
5	568	978
6	714	649
7	593	987
8	018	258
9	231	398
10	379	781
11	452	916
12	363	897
13	246	555
14	258	809
15	697	701
16	444	629
17	628	886
18	899	671
19	147	189
20	963	846

Quadro 1: Lista de 20 Números (em Centenas) para Memorização

2. Escreva os números que você lembrar num papel e guarde para avaliar mais tarde.
3. Gaste mais um minuto estudando a mesma lista.
4. Escreva os números que você lembrar e guarde para avaliar mais tarde.

Repetindo este processo 10 vezes (ou até ter decorado toda a lista). Pontuamos os testes. Uma resposta correta corresponde a um número certo no lugar certo. Coloque seus dados em um gráfico (diagrama de dispersão), onde t é o tempo gasto estudando a lista (eixo horizontal) e L, a fração da lista decorada (eixo vertical).

Use os dados obtidos para aproximar o valor do seu "K" pessoal da seguinte maneira: se colocarmos no eixo vertical $y = \ln(1-L)$ o modelo nos revela que os dados se adaptam a equação de uma reta, cuja inclinação é K. Encontre a equação da reta representante e determine o seu valor de "K" usando a reta de regressão.

3 Resultados Obtidos

Serão ilustrados neste momento, os resultados de um dos estudantes escolhido aleatoriamente e posteriormente os resultados de todos os estudantes. A Tabela 1 a seguir ilustra o tempo de realização da atividade (decorar a lista com 20 centenas) e o número de acertos em suas respectivas posições.

Tempo (minutos)	Número (acertos)
1	5
2	4
3	8
4	9
5	6
6	13
7	13
8	14
9	10
10	17

Tabela 1: Tempo de Realização da Atividade e Número de Acertos

Podemos notar na Tabela 1 que o estudante acertou 5 centenas no primeiro minuto de estudo, no segundo minuto o aluno acertou somente quatro centenas e assim por diante, totalizando 17 acertos no décimo minuto de memorização (neste caso o estudante não conseguiu decorar a lista nos 10 primeiros minutos). Entretanto, cabe salientar que outros alunos conseguiram decorar a lista em menos de 10 minutos (7 minutos, por exemplo).

A Figura 1 a seguir ilustra o diagrama de dispersão para o mesmo estudante analisado anteriormente. No eixo das abscissas está contido o tempo em minutos e no eixo das ordenadas o número de acertos com o passar do tempo.

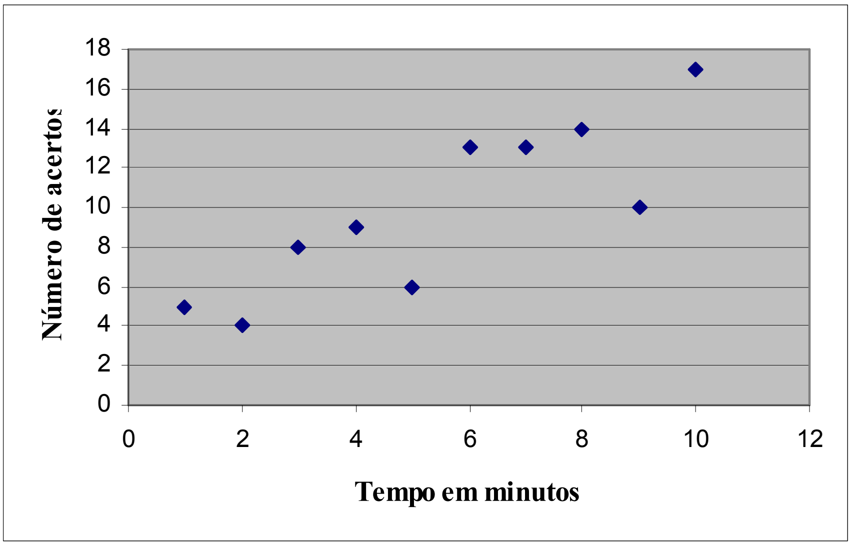

Figura 1: Diagrama de Dispersão para os dados da tabela 1

Pode-se notar pictoricamente através de percepção visual que parece existir correlação entre as variáveis (tempo x acertos), entretanto, foi utilizado pelos estudantes na disciplina de Probabilidade e Estatística o coeficiente de correlação linear e a tabela de *Pearson* para sugestionar a análise. O coeficiente de correlação linear r mede o grau de relacionamento linear entre os valores emparelhados x e y em uma amostra. A Equação 2 a seguir, refere o coeficiente de correlação linear de *Pearson*.

$$r = \frac{n\sum xy - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)}{\sqrt{n\left(\sum x^2\right) - \left(\sum x\right)^2}\ \sqrt{n\left(\sum y^2\right) - \left(\sum y\right)^2}} \quad (2)$$

Onde:
$r =$ Coeficiente de correlação linear para uma amostra
$n =$ Representa o número de pares de dados presentes
$x =$ Tempo em minutos (neste contexto)
$y =$ Número de acertos (neste contexto)

Após a validação da correlação os estudantes tiveram de encontrar a equação de regressão individual utilizando a planilha eletrônica Microsoft Excel. A equação de regressão pode ser expressa segundo as relações 3, 4 e 5 a seguir.

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x \quad (3)$$

$$b_0 = \frac{\left(\sum y\right)\left(\sum x^2\right) - \left(\sum x\right)\left(\sum xy\right)}{n\left(\sum x^2\right) - \left(\sum x\right)^2} \quad (4)$$

$$b_1 = \frac{n\left(\sum xy\right) - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)}{n\left(\sum x^2\right) - \left(\sum x\right)^2} \quad (5)$$

A Tabela 2 abaixo ilustra a média anual (nota obtida pelos 16 alunos analisados no decorrer de um ano - 4 bimestres) e o índice K obtido pelos estudantes.

Aluno	Média Anual	Índice K
1	5,875	0,78181818
2	5,225	0,60606061
3	6,875	0,61212121
4	8,525	1,20606061
5	8,425	1,84848485
6	7,5	2,07467532
7	7,25	1,73333333
8	9,45	1,2
9	6,9	1,27272727
10	9,85	0,92121212
11	6,175	0,75757576
12	9,45	1,32121212
13	6,275	1,07272727
14	7,3	1,31515152
15	8,425	0,35151515
16	7,125	0,62424242

Tabela 2: Média Anual e Índice K dos 16 Estudantes Analisados

O estudante 1 obteve média anual 5,87 com índice K de aprendizagem igual a 0,78. 77,77% dos estudantes que obtiveram índices superiores à unidade (7 alunos em 9) tiraram notas médias superiores a 7,0. 57,14% dos estudantes com índices inferiores a unidade (4 alunos em 7) tiveram notas inferiores a 7,0. Um caso mais obscuro é o estudante 10 que teve média anual 9,87, no entanto, seu índice K foi relativamente baixo (0,92). O aluno 6 que obteve o melhor índice K ficou com média anual igual a 7,5.

4 Conclusões

Pode-se validar que um estudante que tem facilidade para estudar/decorar números e até mesmo textos não necessariamente será um aluno com notas elevadas. A recíproca é verdadeira, ou seja, um aluno que não decora com facilidade textos e números é capaz de tirar notas altas.

O estudo comprovou que em geral, os alunos que decoram com facilidade têm maior chance de tirar boas notas.

O trabalho ilustrou o embasamento teórico (modelagem de equações diferenciais) associado à experimentação (coleta, experimentação e tratamento dos dados) e à aplicação tecnológica (MS-Office Excel) no processo de ensino-aprendizagem, que, todavia contribui para a motivação e com resultados significativos aos estudantes.

Neste trabalho foi utilizada uma amostra com 16 estudantes, sendo a exposição dos resultados válida para fins acadêmicos. Entretanto, para validar a pesquisa populacionalmente deve-se aumentar o tamanho da amostra.

Como recomendação para trabalhos futuros, relata-se a necessidade da modelagem de mais aspectos que podem contribuir para a efetiva aprendizagem.

5 Referências

1. Aguiar, “Desenvolvimento de Laboratório Virtual de Cálculo Diferencial e Integral”, Novos Paradigmas na Educação em Engenharia, Curitiba, ABENGE, 2007.

2. Aguiar, Simulação no Processo de Ensino e Aprendizagem Utilizando Técnicas de Caminho Crítico (Redes P.E.R.T.) e o Software Ms-Project em Engenharia. Curitiba: **Cobenge**, 2007.

3. Blanchard, “Differential Equations”, Brooks/Cole Pub. Co, 828 pages, September, 2005.

4. Boyce, “Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno”, Rio de Janeiro, Guanabara Koogan, 1994.

5. Triola, “Introdução à Estatística**”,** 7ª ed., LTC, 1999.

6. Swokowski, “Cálculo com geometria analítica” v.1, São Paulo, Makron Books, 1994.

7. **Citação de documento eletrônico:** <http://www.mat.ufmg.br/edc/EDC-trabalho1A.pdf> Acesso em: 28 de novembro de 2007.