

Decomposição por meio de um Algoritmo Computacional da Estatística Multivariada T^2 de Hotelling

Andréa Cristina Konrath

Universidade Federal do Rio Grande - Instituto de Matemática, Estatística, Física
96201-900 - Av. Itália, Km 8, Rio Grande, RS

E-mail: andreack@gmail.com

Custodio da Cunha Alves

Universidade da Região de Joinville - Depto de Engenharia de Produção Mecânica
89201-974 - Campus Universitário, s/n, Bom Retiro, Joinville, SC

E-mail: custodio.alves@univille.net

Elisa Henning

Universidade Federal de Santa Catarina – Departamento de Engenharia de Produção
88040-970, Campus Trindade, Florianópolis, SC

E-mail: dma2eh@joinville.udesc.br

Robert Wayne Samohyl

Universidade Federal de Santa Catarina – Departamento de Engenharia de Produção
88040-970, Campus Trindade, Florianópolis, SC

E-mail: samohyl@yahoo.com

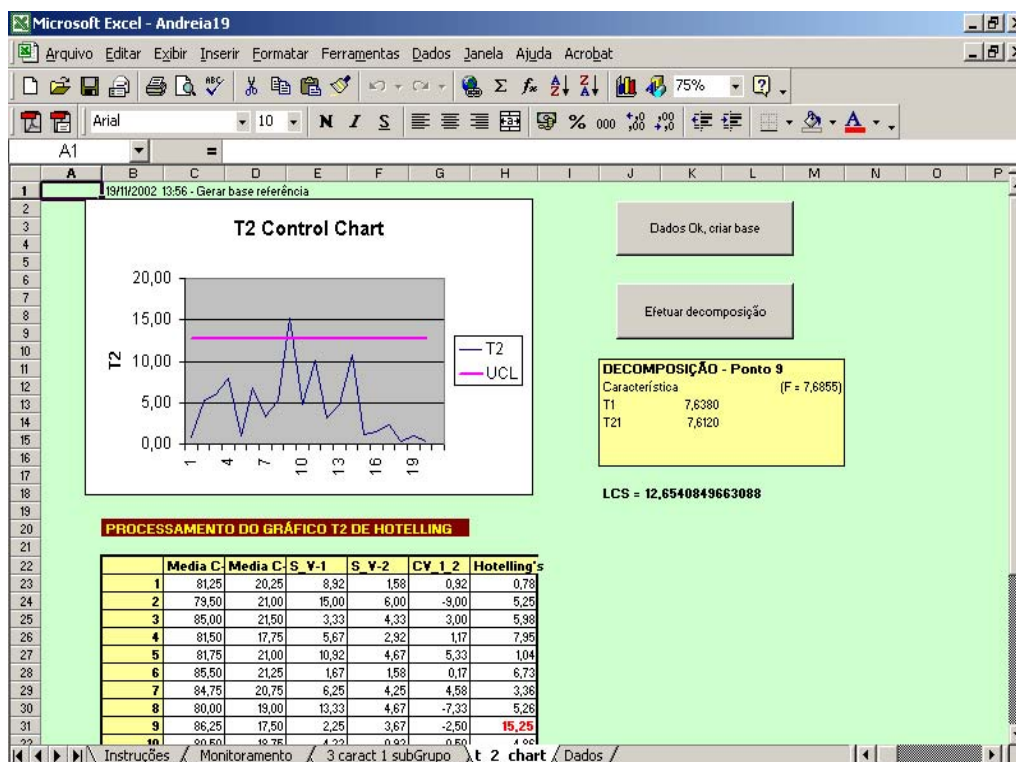
RESUMO

As atividades de monitoramento e controle de processos têm por objetivo principal a busca da melhoria contínua da qualidade. Estas atividades necessitam de métodos estatísticos apropriados para que possam atender a complexidade dos atuais processos industriais. Hoje, computadores realizam em tempo real várias mensurações acerca das variáveis de processo. Diante desta realidade, existe um crescente interesse em desenvolver métodos estatísticos mais robustos incorporando essa grande massa de dados no monitoramento de processos. Os gráficos de controle multivariados fazem parte destes métodos indicados para atender novas tecnologias de aquisição *on-line* de dados existentes. Tais métodos permitem o monitoramento simultâneo de variáveis de interesse considerando sua estrutura de correlação. Os principais gráficos de controle multivariados utilizados no controle estatístico de processos multivariados são T^2 de Hotelling, MCUSUM e MEWMA. Dentre estes, o gráfico mais conhecido e atualmente empregado no monitoramento do vetor de médias de um processo, a partir do controle simultâneo de várias características correlacionadas que indicam a qualidade de um único processo produtivo, é ainda o gráfico T^2 de Hotelling, objeto de estudo deste trabalho. Este tipo gráfico é abordado na literatura a partir de duas versões: uma para dados em subgrupos racionais e a outra para dados individuais. Neste documento são abordados apenas subgrupos racionais. A estatística de teste do gráfico T^2 de Hotelling, para p variáveis, é dada por:

$$T^2 = n(\bar{X} - \bar{\bar{X}})' S^{-1}(\bar{X} - \bar{\bar{X}})$$

onde $\bar{\bar{X}} = [\bar{\bar{X}}_1, \bar{\bar{X}}_2, \dots, \bar{\bar{X}}_p]$ é o vetor de médias de cada variável, $\bar{\bar{X}}$ é a média de cada subgrupo com tamanho n , e S é a matriz de covariâncias amostral entre variáveis do processo. Um dos problemas do gráfico de controle multivariado é a identificação das variáveis que interferem na estabilidade do processo. Vários autores têm sugerido técnicas para diagnosticar pontos fora dos limites de controle em gráficos multivariados baseados na decomposição da estatística T^2 de Hotelling, proposta por [2]. A idéia é dividir T^2 em componentes independentes, cada uma refletindo a contribuição de uma variável individual. Diante destas considerações, propõe-se neste trabalho um algoritmo em linguagem VBA (*Visual Basic Application*) para a

decomposição da estatística T^2 de Hotelling. Para comprovar a validade prática de aplicação deste algoritmo utilizaram-se os dados reais de um estudo de caso realizado por [3] conforme a figura abaixo. Os dados contêm duas variáveis em vinte subgrupos racionais de tamanho quatro.



Ao se propor um modelo para a decomposição da estatística T^2 de Hotelling, por meio de algoritmo computacional, em linguagem VBA, tem-se a possibilidade de maior agilidade na detecção das variáveis que são significativas, no momento em que as características de qualidade monitoradas do processo estiverem fora dos limites de controle em processos multivariados. Desta forma, um programa de manutenção nos processos multivariados pode ser bem dimensionado, possibilitando uma redução de custos e conseqüentemente o incremento dos resultados financeiros.

As possibilidades para futuros trabalhos são muitas. Os gráficos de controle têm um amplo campo de aplicação além das atividades industriais, tais como monitoramento da acurácia de previsões, análise estatística de vigilância epidemiológica e monitoramento ambiental. Como o algoritmo foi implementado em software proprietário, está sendo elaborado um aplicativo similar no ambiente GNU R.

Palavras-chave: T^2 de Hotelling, Decomposição da Estatística, Algoritmo Computacional.

Referências

- [1] A.C. Konrath, "Decomposição da Estatística do Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling por Meio de um Algoritmo Computacional", Dissertação de Mestrado, DEPS, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.
- [2] R. L. Mason; N.D. Tracy; J.C. Young, Decomposition of T^2 for Multivariate Control Chart Interpretation, Journal of Quality Technology, vol. 27, n. 2, pp. 99-108, (1995).
- [3] A. Mitra, "Fundamentals of Quality Control and Improvement", 2ª Ed., New Jersey Prentice Hall, 1993.