

# Estabilização do método de elementos finitos para equação de convecção-difusão via funções de Lyapunov

**Gustavo A. González**      **Christian E. Schaerer**

Politécnica, Universidad Nacional de Asunción,

P.O.Box: 2111 SL, San Lorenzo - Paraguay,

E-mail: {omicron,cschaer}@pol.una.py.

## RESUMO

O método de elementos finitos padrão de Galerkin para aproximar a equação de convecção-difusão é numericamente instável, quando o parâmetro de difusão é pequeno. Alguns autores [2, 3, 4] propõem a utilização de métodos de elementos finitos estabilizados como forma de contornar este problema. Dentre os métodos mais citados podemos destacar os métodos de Galerkin least-squares (GLS), streamline upwind (SUPG) e multiscale. Neste trabalho, propomos uma estabilização para o método de elementos finitos usando teoria de controle [1]. Especificamente, formulamos o método de elementos finitos como uma equação de estado e usamos funções de Lyapunov para propor uma realimentação.

Os resultados numéricos demonstram que, com a utilização de funções de Lyapunov, é possível desenvolver controladores que estabilizam o método de elementos finitos, mesmo quando o parâmetro de difusão é pequeno. Além do mais, bons resultados foram obtidos utilizando malhas grossas.

**Palavras-chave:** equação de convecção-difusão, função de Lyapunov, método de elementos finitos estabilizados.

## Referências

- [1] J. Baumeister and A. Leitão. “Introdução à teoria de controle e programação dinâmica”, Projeto Euclides, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2008.
- [2] P. B. Bochev, M. D. Gunzburger and J. N. Shadid. “Stability of the SUPG finite element method for transient advection-diffusion problems”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193:2301-2323, 2004.
- [3] L. P. Franca, G. Hauke and A. Masud. “Revisiting stabilized finite element methods for the advective-diffusive equation”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:1560-1572, 2006.
- [4] B. B. King and D. A. Krueger. “The 1-D convection-diffusion equation: Galerkin least-squares approximation and feedback control”, 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Decemder, 2004.