

O Problema da Mochila resolvido com algoritmos genéticos usando a ferramenta MS Excel 2003

Wesley Osvaldo Pradella Rodrigues

Aluno do Curso de Administração da Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal – UNIDERP – CEP: 79003-010 – Campo Grande, MS

Wesley174@uol.com.br

Celso Correia de Souza¹, José Francisco dos Reis Neto²

Professor dos Programas de Mestrados em Meio Ambiente e Desenvolvimento Regional e em Produção e Gestão Agroindustrial da Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal – UNIDERP. ²Professor do Curso de Administração da UNIDERP.

csouza939@gmail.com; jfreisneto@terra.com.br

O problema da mochila, de natureza combinatória, é bastante conhecido e tem sido extensivamente estudado [2, 3, 4]. O problema consiste de uma mochila com capacidade limitada e diversos itens com as suas utilidades (valores monetários, inclusive) e pesos conhecidos, e que devem ser transportados. Pretende-se determinar um subconjunto destes itens cujo peso total não exceda a capacidade da mochila e cuja utilidade total seja a maior possível. Apesar de inúmeros investigadores já terem resolvido esse problema utilizando-se os mais diversos algoritmos, a determinação de uma solução ótima permanece um problema desafiador, de difícil resolução.

Vários problemas reais podem ser formulados como o problema da mochila, ou como variantes deste, tais como os problemas: de embalagem, de carregamento de produtos, de corte de materiais, de uma pasta cheia de arquivos para gravá-los em CD, de controle orçamentário e de seleção de projetos de investimento [2].

A solução do problema da mochila já foi obtida utilizando-se Algoritmos Genéticos [2, 4], que simulam os processos naturais de evolução para resolução de problemas de pesquisa operacional e inteligência artificial, aplicando a idéia darwiniana de seleção. Neste trabalho, obteve-se a solução desse problema com o uso desse algoritmo, mas com a utilização da ferramenta MS Excel 2003. Algebricamente, o problema pode ser formulado pelo modelo matemático:

$$\text{máx } z = \sum_{j=1}^n p_j x_{ij} ; i=1, 2, \dots, m \quad ; \quad s / a \quad \sum_{j=1}^n w_j x_{ij} \leq K ; i=1, 2, \dots, m$$

onde p_j , $j=1, 2, \dots, n$, é o valor do item j , candidato a ser transportado; w_j , $j=1, 2, \dots, n$ é o peso do item j ; x_{ij} ($i=1, 2, \dots, m$; $j=1, 2, \dots, n$) é a variável do problema, com componentes 0 e 1, sendo o valor 1 para o item selecionado, e o valor 0 em caso contrário. O escalar K é um limitante físico da mochila. Neste problema considerou-se: $m=8$ (número de itens a serem transportados), $K=102$ (capacidade da mochila em quilogramas), $W = \{15, 100, 90, 60, 40, 15, 10, 1\}$ (vetor de pesos em quilogramas) e $P = \{2, 20, 20, 30, 40, 30, 60, 10\}$ (vetor de utilidades). Na solução do problema a implementação do algoritmo consistiu, inicialmente, em gerar a população inicial de 20 indivíduos x_{ij} , disposta numa matriz binária de 0 ou 1, com vinte linhas e oito colunas.

Para cada indivíduo calculou-se a utilidade e o peso totais, descartando-se aqueles indivíduos que excediam a capacidade da mochila (acima de 102 kg). Com a população restante, calculou-se a probabilidade p_i de cada indivíduo ser escolhido, e a probabilidade acumulada q_i , desde o primeiro até o vigésimo indivíduo, visando a implementação da roleta viciada.

A roleta viciada consistiu do cálculo de vinte números aleatórios $z_i, i = 1, 2, \dots, 20$, entre 0 e 1, comparando-os com as probabilidades acumuladas q_i . Para $q_{i-1} < z_i \leq q_i$, tomou-se $z_i = p_i$, para todo i , atualizando-se os valores dos pesos e das utilidades, que já foram calculados anteriormente. Nessa etapa é possível que na população aconteça indivíduos repetidos e outros indivíduos podem desaparecer [2, 3].

Procedeu-se, logo após, o elitismo da população remanescente, reservando-se 30% dos melhores indivíduos, não repetidos, para fazerem parte da próxima geração. Com os indivíduos restantes foram realizados cruzamentos dois-a-dois, escolhidos de tal modo que o indivíduo mais apto do grupo cruzava-se com o menos apto, sendo os pontos de cruzamentos determinados aleatoriamente [1]. Daqueles indivíduos obtidos dos cruzamentos foram realizados mutações em todos os indivíduos, escolhendo aleatoriamente o ponto de mutação, com a finalidade de recuperar alguns indivíduos de altas aptidões que, porventura, foram excluídos nos cruzamentos efetuados. Após as mutações, novos indivíduos foram incorporados aos 30% melhores, obtidos através do elitismo.

Com essa nova população de indivíduos determinou-se novas utilidades e pesos para a comparação com os respectivos valores obtidos pela população inicial, eliminando-se aqueles indivíduos que excediam a capacidade da mochila. A cada iteração verificava-se se o erro quadrático entre o vetor utilidades atual para o anterior atendia a precisão pré-estabelecida. Enquanto não atendida, procedia-se uma nova iteração, com início na roleta viciada. O processo convergiu na oitava iteração, obtendo-se a utilidade ótima de 280 e peso máximo transportado de 102 kg, atingindo o limite da mochila. Esse resultado coincidiu com a solução obtida por [2], como também, àquela obtida com a utilização da ferramenta Solver do MS Excel 2003. Na Tabela estão apresentados os resultados finais obtidos.

Tabela. Valor da utilidade máxima e peso máximo do problema da mochila

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
PI	30	190	102	132	210	142	60	82	112	90	80	110	80	170	40	140	102	130	90	90
UI	15	216	215	275	316	231	140	221	216	25	110	201	206	126	40	66	161	151	200	155
PF	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102	102
UF	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280

Legenda: PI: Peso Inicial; UI: Utilidade Inicial; PF: Peso Final; UF: Utilidade Final

Os resultados podem ser considerados bons, pois além de se obter a solução ótima para o problema, permitiu, também, que se executasse passo a passo o algoritmo numa planilha MS Excel 2003, com a realização de todos os cálculos requeridos. Por outro lado, o tempo demandado foi muito grande. O próximo passo será o de resolver esse problema com a utilização do Software Matlab 7.0.

Palavras-chave: Problema da Mochila, Algoritmos Genéticos, MS Excel

Referências

- [1] C. E. R. de Alencar, “Ferramenta para suporte à decisão de frentes de corte de cana-de-açúcar usando algoritmos genéticos”, Trabalho de Conclusão de Curso, Escola Politécnica de Pernambuco- Universidade de Pernambuco, 2006.
- [2] G. V. R. Viana, Meta-heurísticas e programação paralela em otimização combinatória. – Fortaleza: EUFC, 1998.
- [3] R. Linden, Algoritmos genéticos. – Rio de Janeiro : Brasport, 2008.
- [4] S. Khuri , T. Bäck , J. Heitkötter, The zero/one multiple knapsack problem and genetic algorithms, Proceedings of the 1994 ACM symposium on Applied computing, p.188-193, March 06-08, 1994, Phoenix, Arizona, United States.