ISSN 1984-820X

DINÂMICA ESPAÇO-TEMPORAL DE UMA POPULAÇÃO COM EFEITO ALLEE EM UM AMBIENTE HETEROGÊNEO

Otonio Dutra da Silva, Leonel Giacomini Delatorre
Acadêmicos do Curso de Matemática, CCNE – UFSM
97.105-900, Santa Maria - RS
E-mail: tonimatematico@mail.ufsm.br, leoneldelatorre@mail.ufsm.br;

Luiz Alberto D. Rodrigues, Diomar C. Mistro
Professores do Departamento de Matemática, CCNE – UFSM
97.105-900, Santa Maria - RS
E-mail: luizdiaz@smail.ufsm.br, dcmistro@smail.ufsm.br;

RESUMO

Modelos de dinâmica populacional descritos por equações a diferenças consideram, em geral, a função de crescimento decrescente com a população. Em alguns casos para densidades populacionais pequenas, a função de crescimento é crescente com a densidade populacional. Ou seja, à medida que o número de indivíduos da população aumenta a sobrevivência e a reprodução também crescem. Este fenômeno é conhecido por Efeito Allee. O Efeito Allee pode ser classificado como forte ou fraco. O Efeito Allee forte introduz um limiar populacional: a população precisa ultrapassar este limiar para crescer; abaixo dele, a população irá à extinção. Para o efeito Allee fraco não há limiar de extinção. A população mostra um fator de crescimento pequeno para baixas densidades populacionais. Este efeito pode surgir de uma baixa eficiência em procurar alimentos ou parceiros em baixas densidades.

Neste trabalho, apresentamos um modelo discreto espacialmente estruturado para analisar a dinâmica espaço-temporal de uma população que exibe efeito Allee e cujo ambiente é heterogêneo, isto é, apresenta regiões favoráveis e desfavoráveis ao crescimento da população. A variável espacial é incluída considerando um domínio bidimensional dividido em manchas discretas denominadas células ou “patches”. Este tipo de formulação é conhecido como Rede de Mapas Acoplados (“Coupled Map Lattice”) [2].

A dinâmica do modelo é composta de dois estágios distintos: uma fase de crescimento e uma fase de dispersão ou movimentação.

Durante a fase crescimento descrevemos o Efeito Allee pela equação

$$N_{t+1} = N_t f(N_t) = exp\left(\gamma\left[1-\frac{N_t}{K}\right]\left[\frac{N_t-C}{K}\right]\right), \qquad (1)$$

onde $\gamma > 0$ e $0 < C < K$. A constante γ é a taxa de crescimento, Ké a capacidade suporte do meio e C é o limiar do efeito Allee [1].

Dependendo da condição inicial o comportamento da solução do modelo pode mudar:

1) Quando $0 < N_0 < C$, a população vai para extinção.

2) Quando $C < N_0 < C'$, onde $C' > K$ é a solução de $C = C'f(C')$ e $\gamma < 2\frac{K}{K-C'}$, a população tende à capacidade suporte do meio;

3) Quando $N_0 > C'$, a população vai à extinção. Para valores altos da densidade populacional é esperado que a população retorne à capacidade suporte. Assim, consideramos $N_0 < C'$.

Modelo espacialmente distribuído: Durante o processo de movimentação, uma fração µ de indivíduos se desloca de cada sítio, distribuindo-se igualmente entre os quatros "patches" mais próximos. A equação de movimentação é:

$$N'_{i,j} = (1-\mu)N^t_{i,j} + \frac{\mu}{4}\sum_{v,w\,\in\,V_{i,j}} N^t_{v,w}\,, \quad (2)$$

onde $V_{i,j} = \{(i-1,j),(i+1,j),(i,j-1),(i,j+1)\}$ e $N'_{i,j}$ é a densidade populacional no "patch" i,j, após a movimentação.

A equação para o crescimento em cada "patch" fica da seguinte forma:

$$N^{t+1}_{i,j} = N'_{i,j}\,exp\left(\gamma\left[1-\frac{N'_{i,j}}{K_{i,j}}\right]\left[\frac{N'_{i,j}-C}{K_{i,j}}\right]\right), \quad (3)$$

onde $K_{i,j}$ é a capacidade suporte do meio.

Desenvolvemos simulações aplicando as equações (2) e (3) a um domínio bidimensional 50×50 com fronteiras reflexivas. Consideramos a população inicialmente restrita ao centro do domínio e analisamos sua evolução espaço-temporal para diferentes valores dos parâmetros da dinâmica e de movimentação.

Dando prosseguimento ao trabalho, consideramos que a capacidade suporte da população varia no espaço. Isto é, consideramos o espaço heterogêneo, como ocorre em muitos sistemas naturais.

Palavras-chave: *Efeito Allee, Redes de Mapas Acoplados, Dinâmica de Populações.*

Referências Bibliográficas:

[1] L. J. S. ALLEN, et al. "Population extinction in discrete-time stochastic population models with an Allee effectt". Jornal of Difference Equations and Applications, pp. 273-293, Vol. 11, No. 4-5, Abril 2005,.

[2] D. J. SEIDEL, "Modelos Matemáticos para Formação de Padrões em Sistemas Biológicos", Dissertação de Mestrado, DEFEM-UNIJUÍ, Ijuí, RS, 2006.