 ISSN 1984-820X

Utilização de Transformadas Bidimensionais no Processamento de Imagens Digitais Monocromáticas

Cláudio César Silva de Freitas
IESAM - Instituto de Estudos Superiores da Amazônia
Engenharia de Controle e Automação
66055-260, Belém, Pará
E-mail: claudio.automacao@gmail.com

Prof. Dr. Eng. Valcir João da Cunha Farias
IESAM - Instituto de Estudos Superiores da Amazônia
Engenharia de Controle e Automação
66055-260, Belém, Pará
E-mail: valcir@ufpa.br

RESUMO

O campo de processamento de imagens está em expansão devido a importância que certas aplicações possuem na vida das pessoas e na sociedade de um modo geral. Muitas situações exigem o uso de técnicas de processamento de imagens, por exemplo, na compressão de vídeos, onde a aplicação de ferramentas matemáticas é fundamental para o sucesso desse tipo de serviço. Este trabalho tem como objetivo demonstrar a utilização de ferramentas matemáticas na análise e processamento de imagens digitais monocromáticas. O processo de obtenção e processamento de imagens envolve várias etapas, tais como: Aquisição, armazenamento, processamento e exibição. Uma imagem monocromática equivale a uma função de intensidade luminosa bidimensional, demonstrada pela equação f(x,y), onde que o valor de f nas coordenadas espaciais (x,y) dá a intensidade do brilho (ou nível de cinza) da imagem naquele ponto. Sabendo disso, pode-se dizer que uma imagem discretizada corresponde a uma matriz cujas linhas e colunas identificam um respectivo ponto na imagem. Depois de realizada a captura da imagem, é preciso digitalizá-la para ser processada computacionalmente. A digitalização das coordenadas espaciais (x,y) é denominada amostragem da imagem e a digitalização da amplitude é chamada quantização em níveis de cinza. Tendo feito a digitalização da imagem f(x,y), gera-se a matriz L x C, onde cada elemento é uma quantidade discreta. Essa matriz é denominada imagem digital.

Uma imagem pode ser considerada uma forma de sinal, logo, utilizam-se técnicas de análise e processamento de sinais para os mais diversos objetivos, por exemplo, aplicação de métodos para a compressão, codificação, filtragem, realce e suavização. Tais métodos são comumente chamados de transformadas e na área de processamento de imagens, uma das ferramentas matemáticas para a representação e processamento é a transformada de Fourier. Tal ferramenta pode caracterizar sinais no tempo discreto dentro do domínio da freqüência, porém, dada a definição da transformada de Fourier na equação (1).

$$X(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-jwn} \tag{1}$$

Percebe-se que essa representação dentro do domínio da freqüência é dependente da variável contínua w. No entanto, pode-se obter uma solução partindo da própria transformada de Fourier, mapeando um sinal que depende de uma variável discreta no tempo [4]. Esse mapeamento deriva a transformada discreta de Fourier (DFT) [1] tendo sua definição mostrada na equação (2).

$$X(e^{j\frac{2\pi}{N}k}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \rightarrow 0 \le k \ge N-1 \tag{2}$$

Porém, existe uma inconveniente em relação à DFT, onde o seu cálculo envolve um grande número de operações sendo que o número de adições e multiplicações é proporcional a N^2. O procedimento de decomposição adequada pode tornar o número de operações proporcionais a $2\log_2 N$. Tal método de decomposição é denominado de FFT (*Fast Fourier Transform*). Existem

vários algoritmos rápidos para o cálculo de DFT, dentre eles, pode-se citar: Algoritmo de raiz 2 com decimação no tempo e algoritmo de raiz 4. Atualmente, existem outras formas também de calcular rapidamente a DFT, tal método é conhecido como algoritmo de transformada de Fourier de Winograd (WFT).

Além da DFT, existem outras transformadas separáveis de imagens utilizadas no processamento de imagens monocromáticas. Neste trabalho são apresentadas algumas das ferramentas mais utilizadas no processamento de imagens, considerando aqui, as imagens digitais monocromáticas, mostrando também como a aplicação influencia na escolha do método que será utilizado fazendo um estudo da velocidade de processamento, recursos de *hardware* e tolerância a erros. Por exemplo, no campo da codificação de imagens, uma variável muito importante que influencia na escolha da transformada é a quantidade de erros de reconstrução tolerados, além da capacidade computacional disponível.

A DCT (*Discrete Cosine Transform*) é uma das ferramentas matemáticas que serão citadas aqui. Sua definição pode ser encontrada na equação (3), ela é amplamente aplicada em esquemas de compressão de vídeos [6].

$$C(u) = \alpha(u)\sum_{m=0}^{N-1} f(x)\cos\left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N}\right], \text{ para u=0, 1, 2,..., N-1} \qquad (3)$$

A DCT é um caso particular de uma classe mais geral de transformadas cujas matrizes de transformação têm suas linhas compostas de senos e cossenos de freqüência crescente [2]. Em aplicações envolvendo sinais de vídeo, é necessário um grande fator de compressão por parte do codificador. Explorando basicamente a redundância espacial, encontra-se um uso desta ferramenta no processo de codificação [5].

A Transformada de Hadamard [3], [5] é uma transformada que não se baseia em funções senoidais. Ela tem seus núcleos bidimensionais dados pelas seguintes relações mostradas na equação (5) e (6):

$$H(u,v) = \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1}[bi(x)bi(u)+bi(y)bi(v)]} \qquad (5)$$

$$f(x,y) = \frac{1}{N}\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1} H(u,v)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1}[bi(x)bi(u)+bi(y)bi(v)]} \qquad (6)$$

Existem aspectos importantes relacionados a essa transformada. Primeiramente, a transformada direta e inversa são idênticas, ou seja, pode-se calcular H(u,v) utilizando o algoritmo de f(x,y), e vice-versa [2]. Além disso, o outro aspecto é que sabendo que essa transformada faz uso da aritmética binária, ou seja, os elementos da sua matriz valem respectivamente 1 ou -1, sua implementação não exige muito processamento do hardware, considerando que o expoente realiza uma somatória binária. Partindo dessa característica, pode-se dizer que seus núcleos são separáveis e simétricos.

Palavras-chaves: DFT, DCT, FFT, Hadamard, Fourier, imagem, processamento.

Referências:

[1] G. Baxes, Digital Image Processing - Principles and Applications, Wiley, (1994);

[2] P. Diniz, E. Silva, S. Netto, Processamento Digital de Sinais, Bookman, (2004);

[3] R. Gonzalez, R. Woods, Processamento de Imagens Digitais, Edgar Blucher, (2003);

[4] Y. Iano, L. R. Mendes, V. I. Sablón, “Subsistemas de Compressão e Codificação do Sinal de Vídeo”. Campinas: DECOM, UNICAMP. Artigo – Faculdade de Engenharia de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 2000.

[5] B. P. Lathi, Modern Digital and Analog Communication Systems, Oxford University Press, Third Edition, (1998);

[6] H. Neto, O. Filho, Processamento Digital de Imagens, Brasport, (1999).