 ISSN 1984-820X

Um estudo sobre o jogo “Vertex-Picking”

Juliana Mariá da Costa
Instituto de Matemática, UFF
24.020-140 Campus Valonguinho, Niterói, RJ
E-mail: jumata1@gmail.com

Simone Dantas
Instituto de Matemática -Departamento de Análise, UFF
24.020-140 Campus Valonguinho, Niterói, RJ
E-mail: sdantas@im.uff.br

RESUMO

A Teoria dos Grafos é o estudo de estruturas matemáticas, chamadas de *grafos*, usadas para modelar relações entre objetos de um certo conjunto. Esta teoria vem sendo utilizada em diversas áreas da matemática, da ciência da computação e da engenharia, por se configurar uma estrutura eficiente para modelar problemas de interesse prático. Alguns jogos, por exemplo, podem ser modelados utilizando a Teoria dos Grafos. A aplicação dos jogos em sala de aula tem sido associada a benefícios intelectuais, principalmente na área da educação, pois a atividade de jogar desempenha papel importante no desenvolvimento das habilidades de raciocínio lógico, dedutivo e indutivo; da linguagem; da criatividade; da atenção e da concentração.

Serão apresentadas algumas definições que têm como referência os livros de Bondy e Murty [2], e Szwarcfiter [4]. Um grafo $G = (V(G), E(G))$ é um conjunto finito não-vazio $V(G)$, cujos elementos são chamados *vértices*, e um conjunto $E(G)$ de *arestas*. Uma aresta $e=(x,y)$ é um par não-ordenado de elementos distintos x, y de $V(G)$, chamados de extremos da aresta e. Um *laço* é uma aresta cujos extremos são iguais. Duas arestas que tenham os mesmos extremos são chamadas *arestas paralelas*. Um grafo que não contém laços e arestas paralelas é chamado *grafo simples*. Uma *grade* é um grafo cuja representação geométrica se parece com uma rede. Uma grade *m-por-n* possui $m\times n$ vértices distribuídos em uma matriz com m linhas e n colunas. Cada vértice v da grade possui no máximo 4 arestas ligando v aos vértices mais próximos na matriz na horizontal e na vertical. Um *algoritmo* é uma sequência finita não ambígua de passos, que é executada até que determinada condição se verifique. Uma *estratégia gulosa* é uma técnica de algoritmos para solução problemas, que realiza uma escolha ótima local, na esperança de que esta escolha leve até a solução ótima global.

Nos jogos combinatórios não existe o fator sorte envolvido e satisfazem as seguintes condições: dois jogadores jogam alternadamente, existindo regras claramente definidas que especificam os movimentos que cada jogador pode efetuar a partir de uma determinada posição. Existem finitas posições, e uma posição inicial específica. Além disso, os jogadores têm informação completa, ou seja, cada jogador conhece a estrutura e as estratégias do jogo. As regras são de tal forma que o jogo sempre chegará ao fim porque algum jogador estará impedido de movimentar-se. Os jogos combinatórios admitem estratégias vencedoras, ou seja, estratégias que, se seguidas, levam necessariamente à vitória de um dos jogadores.

Um jogo combinatório bem conhecido é o “Dots and Boxes” [1]. Este jogo consiste: em dois jogadores que partem de uma matriz retangular de pontos e unem horizontalmente ou verticalmente esses pontos, ou seja, a cada jogada, o jogador A ou B adiciona uma aresta a essa matriz. Quando um jogador adiciona a quarta aresta a um quadrado, o mesmo marca o interior do quadrado com a respectiva letra que o identifica, e joga novamente. Quando todos os quadrados estiverem marcados, o jogo termina e o jogador que tiver marcado mais quadrados é o vencedor.

Uma variação do “Dots and Boxes” é o “Vertex-Picking”, onde consideramos o jogo em um grafo *G* qualquer. Dado um grafo *G*, no jogo “Vertex-Picking”, dois jogadores removem alternadamente uma aresta de *G*. Cada jogador ganha um ponto cada vez que isola um vértice, ou seja, um jogador pode marcar 0, 1 ou 2 pontos. Diferentemente do “Dots and Boxes”, o jogador que marcou o ponto não joga seguidamente. Quando mais nenhuma aresta existir, o jogador com o número máximo de pontos é declarado o vencedor. Abaixo, nas figuras 1 e 2 apresentamos o jogo a partir de dois grafos distintos:

Número ímpar de arestas.

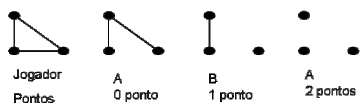

Figura 1: Jogador A vence.

Número par de arestas.

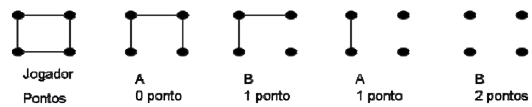

Figura 2: Jogador B vence.

No primeiro grafo o jogador A vence o jogo, enquanto no segundo o jogador B vence o jogo. Analisando os dois grafos da figura, podemos refletir sobre as questões: existe uma estratégia que conduza à vitória? Existem características do grafo *G* de entrada que determinam esta estratégia? No artigo [3], os autores apresentam os seguintes resultados:

Teorema 1: Se *G* é um grafo com número ímpar de arestas, então o primeiro jogador tem uma estratégia vencedora para o “Vertex-Picking” jogado em *G*.■

Teorema 2: Se *G* tem número par de vértices e nenhum vértice pendente, então o segundo a jogar tem uma estratégia vencedora para o “Vertex-Picking” jogado em *G*.■

Na prova do Teorema 1, foi utilizada uma estratégia gulosa de algoritmos, ou seja, que sempre maximiza a quantidade de pontos na próxima jogada. Neste trabalho, mostraremos os resultados do estudo comparativo da estratégia empregada em [3] e outra estratégia gulosa.

Agradecimentos: A aluna Juliana Mariá da Costa possui bolsa de iniciação científica do CNPq, instituição de apoio à pesquisa que financia este projeto.

Palavras-chave: *Matemática discreta, jogos combinatórios, Teoria dos Grafos.*

Referências

[1] E. R. Berlekamp, “The Dots and Boxes Game”, A K Peters, 2000.

[2] J. A. Bondy, and U.S.R. Murty, “Graph theory with applications”, Elsevier, North-Holland, 1976.

[3] H. Meyniel, and J. Roudneff, The Vertex Picking Game and a Variation of the Game of Dots and Boxes, Discrete Mathematics, v.70, pp. 311--313, (1988).

[4] J. L. Szwarcfiter, “Grafos e Algoritmos Computacionais”, Campus, Rio de Janeiro, 1986.