

Otimização das Rotas de Coleta de Resíduos Urbanos, utilizando Técnicas de Pesquisa Operacional

Thober Coradi Detofeno

Universidade Federal do Paraná - Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia
CP: 19081-CEP: 81531-990, Centro Politécnico, Jardim das Américas, Curitiba, PR
E-mail: thober@gmail.com

Maria Teresinha Arns Steiner

Universidade Federal do Paraná - Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia
Coordenação de Engenharia de Produção
CP: 19081-CEP: 81531-990, Centro Politécnico, Jardim das Américas, Curitiba, PR
E-mail: tere@ufpr.br

Resumo: *O trabalho apresenta uma metodologia para a obtenção de uma solução otimizada do problema de geração de rotas na coleta de resíduos urbanos. Este problema se caracteriza como sendo de cobertura de arcos e, para o seu desenvolvimento, foi utilizada uma combinação de técnicas da área de Pesquisa Operacional. Entre elas, está a utilização da heurística de Teitz e Bart para a obtenção das p-mediana necessárias para o problema. A partir da definição das p-mediana determina-se os grupos (clusters) de pontos a serem designados a cada mediana através do algoritmo de Gillett e Jonhson adaptado. Já o algoritmo do carteiro chinês foi utilizado para se obter, a partir da definição dos grupos, o roteamento em cada um dos grupos de atendimento. São apresentados os resultados obtidos para um estudo de caso, utilizando dados reais.*

1. Introdução

A preocupação por parte de poder público está intimamente vinculada à aceitação da administração municipal por parte da população. Os serviços de limpeza absorvem entre 7% e 15% dos recursos de um orçamento municipal, dos quais 50% são destinados exclusivamente à coleta e ao transporte de resíduos. Certamente, a sua otimização leva a uma economia significativa dos recursos públicos (Carvalho, 2001).

Com o crescimento da população e o conseqüente acréscimo do consumo de bens de alimentação per capita e de acordo com o Censo de Demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística de 2000, 81% da população brasileira concentra-se em áreas urbanas, ocasionando um crescente aumento do volume de resíduos produzido, apresentando assim a importância do gerenciamento de resíduos em áreas urbanas.

De uma forma geral, em um município existem três tipos principais de coletas utilizadas para a captação de resíduos: a dos resíduos urbanos, a dos resíduos hospitalares e a coleta seletiva. A coleta de resíduos urbanos consiste no recolhimento e transporte do lixo doméstico e urbano produzido em residências, condomínios, instituições públicas, estabelecimentos comerciais, industriais e de serviços.

A metodologia utilizada neste trabalho consistiu basicamente das seguintes etapas: 1) estudo exploratório, onde o problema foi caracterizado e estruturado; 2) desenvolvimento da solução, através da identificação de algoritmos matemáticos capazes de resolver o problema; 3) desenvolvimento computacional da solução, utilizando-se de diversas tecnologias para o cadastramento dos pontos, cálculo das distâncias e, também, dos algoritmos matemáticos; 4) validação da solução, por intermédio de testes para verificar se os resultados obtidos estão de acordo com a realidade observada.

Na 1ª. etapa, estudo e estruturação do problema, foram realizadas entrevistas com os responsáveis pela coleta de resíduos de Joinville, SC e, também, pesquisa bibliográfica dos estudos realizados sobre técnicas da área de Pesquisa Operacional aplicadas a problemas semelhantes.

A 2ª. etapa consistiu na identificação dos algoritmos matemáticos capazes de apresentar uma solução para o problema de roteamento da coleta de resíduos em Joinville: algoritmos de Teitz e Bart, Gillett e Johnson e do Carteiro Chinês.

A 3ª. etapa do desenvolvimento computacional, foi dividida em três fases:

Na 1ª. fase foram definidos os grupos de pontos para a coleta, utilizando-se a heurística de Teitz e Bart, onde ficaram definidas 5-medianas, cada uma das quais correspondendo a um caminhão de coleta de lixo. Nesta fase, os resultados do algoritmo foram comparados através de duas formas para se obter as distâncias entre os pontos geográficos. Além disso, utilizou-se o algoritmo de Teitz e Bart com uma pequena modificação de tal forma a se obter um menor tempo de processamento.

Na 2ª. fase ficaram definidos os 5 grupos de atendimento (trechos de ruas) para cada caminhão. Isso foi obtido através do algoritmo de designação de Gillett e Johnson. No método proposto por Gillett e Johnson (GOLDEN, 1977; BODIN, 1983), os pontos de parada são designados aos depósitos (medianas) de acordo com o algoritmo, considerando a restrição de capacidade.

Já na 3ª. fase, o roteamento dentro de cada um destes grupos caracteriza um problema de cobertura de arcos, que é resolvido utilizando o Algoritmo do Carteiro Chinês. Nesta 3ª. fase obtém-se, de forma rápida e eficiente, o caminho otimizado que será percorrido pelo caminhão com a menor distância de cada área.

Na 4ª. etapa, de validação da solução, foi utilizada uma área do município de Joinville, localizado no norte do estado de Santa Catarina, que compreende de aproximadamente 9 km² e uma população de 35.000 habitantes. Esta região é urbana, predominando casas e condomínios residenciais, que caracteriza homogeneidade para a definição dos 5-grupos de coletas.

Na obtenção dos dados, utilizados no desenvolvimento da solução para o estudo de caso da cidade de Joinville, foi utilizado o programa *Google Earth* (programa desenvolvido pelo *Google*, onde é possível obter as coordenadas geográficas) onde foram cadastrados os pontos geográficos de duas maneiras.

No primeiro método, os pontos foram cadastrados com o objetivo de calcular a matriz da menor distância entre os pontos utilizando o cálculo da distância euclidiana. Neste método foram cadastrados 2.128 pontos localizados nos cruzamentos de todas as vias da referida área.

No segundo método utilizado para obter os pontos geográficos, o principal objetivo foi utilizar a *API (Application Programming Interface)*, do *Google Maps*, para calcular a menor distância entre dois pontos. Desta maneira não é necessário cadastrar os pontos entre os cruzamentos, diminuindo para 560 o número de pontos cadastrados.

2. Algoritmos Matemáticos utilizados para o Desenvolvimento do Trabalho

Para a determinação das áreas de coleta de lixo a serem utilizadas por cada um dos caminhões, utilizou-se o algoritmo das *p*-medianas de Teitz e Bart (TEITZ e BART, 1968). Esta heurística é baseada na substituição de vértices e o seu objetivo é, a partir de uma solução inicial, melhorar o valor da função objetivo a cada iteração.

Esta heurística é fácil de ser implementada e produz boas soluções, mas foi necessário modificações no algoritmo de Teitz e Bart para o problema das 5-medianas com o objetivo de diminuir o tempo de processamento sem alterar o resultado final.

Sendo (σ) o número de transmissão, que é a soma das menores distâncias existentes entre o vértice v_i e todos os outros vértices V do grafo $G(V, A)$, tem-se que:

$$\sigma = \sum_{j=1}^n w_j d(v_i, v_j), v_i, v_j \in V, \text{ onde } d(v_i, v_j) \text{ é a menor distância entre } v_i \text{ e } v_j \text{ e } w_j \text{ é um}$$

peso associado ao vértice v_j . Desta maneira, o procedimento básico do algoritmo das p -medianas de Teitz e Bart é descrito a seguir.

Passo 0 - Selecione, aleatoriamente, um conjunto $V_p \subset V$, com $|V_p| = p$ para formar uma solução inicial para o problema.

Passo 1 - Rotule todos os vértices $v_i \in \{V - V_p\}$ como “não analisados”.

Passo 2 - Enquanto existirem vértices não analisados em $\{V - V_p\}$ faça o seguinte:

Selecione um vértice não analisado $v_i \in \{V - V_p\}$, e calcule a redução Δ_{ij} do número de transmissão, para todos os vértices v_j pertencentes a V_p , ou seja:

$$\Delta_{ij} = \sigma(V_p) - \sigma(V \cup \{v_i\} - \{v_j\}), \forall v_j \in V_p$$

Faça $\Delta_{ij_máximo} = \text{máximo}[\Delta_{ij}]$, para todo Δ_{ij} calculado anteriormente.

Se $\Delta_{ij_máximo} > 0$ então:

$$\text{Faça } V_p = (V_p \cup \{v_i\} - \{v_j\}) \text{ e insira } v_j \text{ em } \{V - V_p\}$$

Rotule v_j como “analisado”.

Caso contrário continue.

Passo 3 – Se durante a execução do Passo 2, houver alguma modificação no conjunto V_p , então:

Volte ao Passo 2 e continue a execução do algoritmo.

Caso contrário, PARE e apresente o conjunto V_p como uma solução aproximada para o problema das p -medianas.

O algoritmo de Teitz e Bart encontra a solução através do método exaustivo, que quando aplicado a problemas de maior porte provoca uma explosão combinatorial.

Por este motivo para resolver o problema das 5-medianas na região de analisada de Joinville foi feita uma alteração no Passo 2, que consiste em testar inicialmente a distância entre cada um dos vértices v_j pertencentes a V_p com os vértices $v_i \in \{V - V_p\}$. Caso os vértices da nova formação $V \cup \{v_i\} - \{v_j\}$ estejam muito próximos então conclui-se que o algoritmo está realizando uma combinação de p -medianas desnecessária.

Incluindo um parâmetro que determine uma distância mínima entre as p -medianas, diminui-se o número de combinações para o cálculo do Δ_{ij} e, desta forma, o algoritmo de Teitz e Bart não gera uma explosão combinatorial no cálculo do Δ_{ij} . Esta é uma modificação bastante importante ao tratar-se com problemas maiores, ou seja, com um número grande de pontos.

Para a definição dos pontos geográficos utilizaram-se duas formas para gerar a matriz de distâncias.

A primeira forma, a mais utilizada entre os trabalhos pesquisados, foi gerar a matriz de distâncias entre os pontos geográficos utilizando o cálculo da distância euclidiana ($d_e(x, y) = \|x - y\|$). O principal ponto negativo na utilização deste cálculo, para o problema de roteamento da coleta de resíduos, é que as distâncias entre os pontos não consideram o trajeto executado pelo caminhão influenciando, portanto, no resultado das p -medianas.

A segunda forma utilizada, para a definição das distâncias entre os pontos, foi utilizar o cálculo do menor trajeto entre as ruas. Esta forma simula a menor distância entre dois pontos, considerando os sentidos das ruas. Para obter estes valores, foi desenvolvido um programa computacional utilizando a *API (Application Programming Interface* - é um conjunto de rotinas e padrões estabelecidos por um *software* para a utilização das suas funcionalidades por programas aplicativos, acessíveis somente por programação) do *Google Maps*.

Obtidas as medianas deve-se, então, determinar qual será o grupo de atendimento para cada um dos caminhões. Isso será obtido a partir do algoritmo de designação proposto por Gillett e Jonhson (G&J) (GOLDEN, 1977), descrito a seguir, com uma adaptação que incluir a restrição de capacidade (BODIN, 1983).

Passo 1 - Calcule a distância entre cada nó i ainda não designado, até cada uma das medianas (caminhões), cujos caminhões correspondentes ainda possuem “capacidade” que, neste trabalho, é a distância a ser percorrida pelo caminhão. A capacidade média de cada caminhão é dada por: $Capacidade = (distância\ total / 5)$; neste trabalho será de aproximadamente 70 km;

Passo 2 - Para cada nó i do passo anterior, obter t_i^1 como sendo o depósito mais próximo de i e t_i^2 como sendo o segundo depósito mais próximo de i , com distâncias iguais a c_i^1 e c_i^2 , respectivamente;

Passo 3 - Para todos os nós i dos passos anteriores calcule a razão $r_i = c_i^1 / c_i^2$. Ordene os nós i de acordo com os valores r_i , em ordem crescente. Esta lista determina a ordem em que os nós serão designados a cada uma das medianas, aqueles nós relativamente próximos a uma mediana serão considerados primeiro;

Passo 4 - Percorra a lista do passo anterior, designando os nós i às medianas mais próximas, até que a “capacidade” de alguma delas fique esgotada. Neste caso, retire todos os nós i já designados e a mediana (caminhão) com “capacidade” esgotada e volte ao Passo 1.

Através da designação dos pontos a cada uma das 5-medianas, é obtido o resultado das áreas de atendimento, ou seja, grupos de pontos a serem atendidos por cada caminhão.

Na última etapa do trabalho são percorridas as áreas designadas (pontos agrupados) de tal maneira a formar um circuito Euleriano. O Problema do Carteiro Chinês (PCC) é um problema de otimização que objetiva cobrir com um passeio a todos os arcos do grafo, minimizando a distância total percorrida. O passeio do carteiro distingui-se do circuito euleriano por nele ser permitida, se necessário, a repetição de arestas (GOLDBARG e LUNA, 2005). A seguir, tem-se o algoritmo de forma resumida.

Passo 1. Seja $[c_{ij}]$ a matriz de custos das arestas do grafo G . Usando o algoritmo de Floyd forme a matriz $D = [d_{ij}]$ de dimensão $|X| \times |X|$, onde d_{ij} é o custo do caminho mínimo entre os vértices $x_i \in X$ e $x_j \in X$.

Passo 2. Ache o “*matching*” M^* entre os vértices de X , de forma a produzir o mínimo custo segundo a matriz D (este procedimento será feito exaustivamente analisando todas as combinações).

Passo 3. Se um vértice x_α é associado a um vértice x_β , identifique o caminho de mínimo custo $\mu_{\alpha\beta}$, correspondente ao custo $d_{\alpha\beta}$ do Passo 1. Introduza arestas artificiais em G , correspondentes às arestas de $\mu_{\alpha\beta}$, repetindo este procedimento para todos os outros caminhos do “*matching*” M^* , a fim de obter o s -grafo $G(M^*)$.

Passo 4. A soma dos custos da matriz $[c_{ij}]$ para todas as arestas em $G(M^*)$, tomando o custo das arestas artificiais como sendo igual ao custo associado a aresta real em paralelo, é o mínimo custo do problema do Carteiro Chinês. O número de vezes que uma aresta (x_i, x_j) é “atravessada” pelo circuito é igual ao número de arestas em paralelo entre x_i e x_j existentes em $G(M^*)$.

3. Obtenção dos Resultados

Conforme descrição apresentada na seção 2 anterior, tem-se na Tabela 1 (auto-explicativa), a seguir, os resultados da implementação computacional do algoritmo de Teitz e Bart.

Matriz de distância	Nr. de Pontos	Teitz e Bart Clássico		Teitz e Bart Modificado		Resultado 5-Mediana
		Tempo	Iterações	Tempo	Iterações	
Euclidiana	2128	05:50:16	12	00:35:59	12	216;777;877; 1009;1455
Menor distância entre os pontos	560	00:04:12	9	00:02:24	9	71;477;560; 229;300

Tabela 1- Comparativo entre os desempenhos dos algoritmos (Teitz e Bart Clássico e Modificado)

As 5-mediana encontradas pelo algoritmo de Teitz e Bart, utilizando a matriz de distância Euclidiana (Tabela 1), estão na Figura 2 (pontos em vermelho), onde se verifica que existem dois pontos muito próximos (777-877). Já na Figura 3, utilizando a matriz de menor distância entre os pontos, as 5-mediana ficaram mais espaçadas.



Figura 1 - Resultado Matriz Euclidiana Figura 3 - Resultado Matriz menor distância

A Figura 4, a seguir, mostra como é atualmente a área de atendimento de cada caminhão na região analisada e, na Figura 5, tem-se o resultado da designação após a execução do algoritmo de Gillett e Johnson.

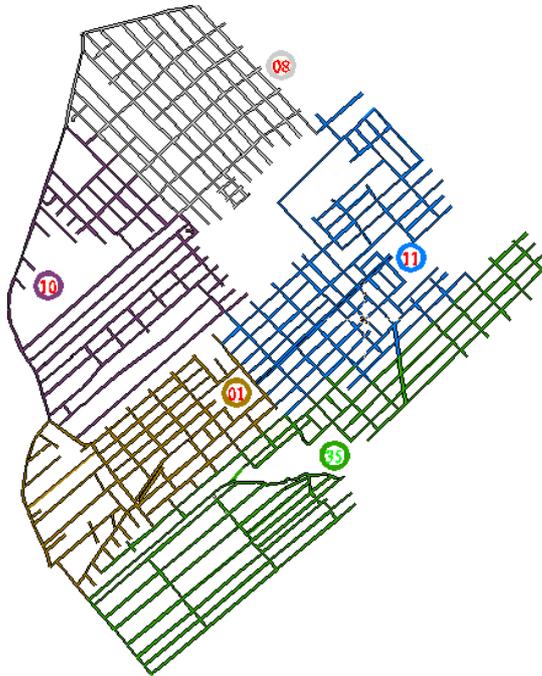


Figura 4 - Divisão atual da coleta de resíduos

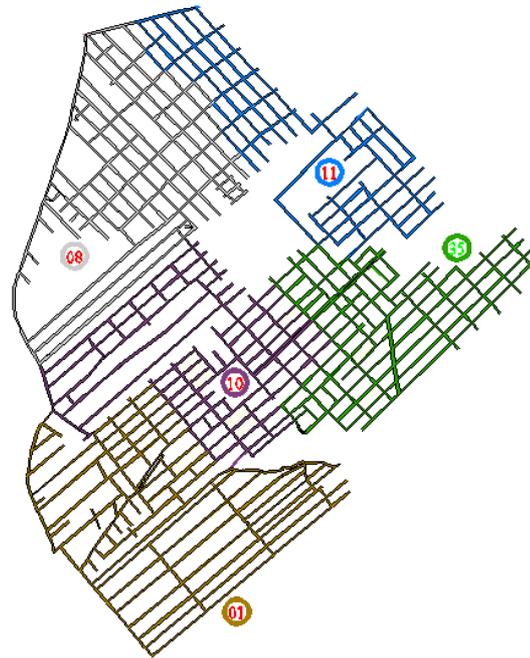


Figura 5 - Resultado do algoritmo G&J

O algoritmo do carteiro chinês foi aplicado na Rota 08 da Figura 4, ou seja, da divisão seguida atualmente pela empresa responsável na coleta de resíduos em Joinville, fornecendo um custo total (em termos de distância) para percorrer este percurso de 49.218 metros. A Figura 6 apresenta o resultado obtido após a implementação computacional do algoritmo do carteiro chinês.

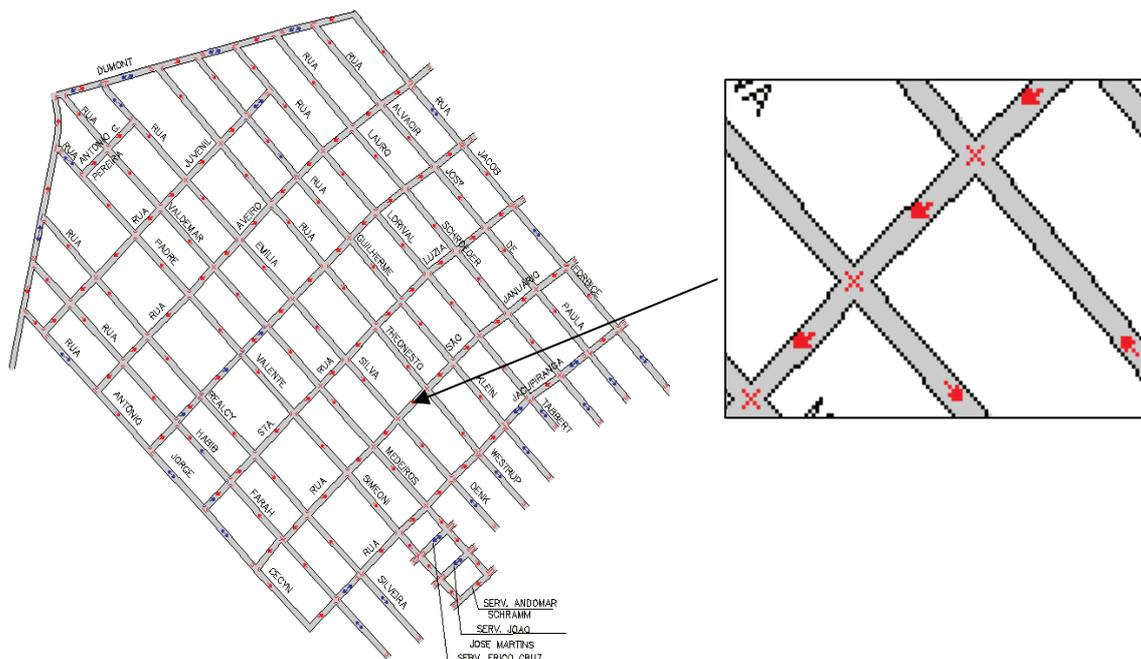


Figura 6- Trajeto obtido pelo Algoritmo do Carteiro Chinês para a Rota 08 e o detalhamento de um pequeno trecho

4. Conclusões

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia, composta de algoritmos matemáticos e implementação computacional, para a otimização de rotas em um problema de cobertura de arcos. A utilização do algoritmo de Teitz e Bart forneceu uma solução satisfatória para a determinação de 5-medianas, principalmente quando utilizada a opção de buscar a menor distância entre os pontos x e y respeitando o trajeto das ruas. A alteração no algoritmo de Teitz e Bart, incluindo um parâmetro para comparar as distâncias entre as combinações geradas, possibilitou que o problema possa ser expandido atendendo a uma área maior.

Através da adaptação do algoritmo de Gillett e Jonhson, obteve-se um resultado satisfatório na formação das áreas a serem atendidas por cada um dos caminhões. Pode-se verificar a diferença existente, entre as áreas utilizadas pela empresa responsável e as áreas obtidas através da heurística de Gillett e Jonhson (Figuras 4 e 5, respectivamente).

A utilização do algoritmo do carteiro chinês garante um roteamento otimizado. O resultado atingido garante um percurso otimizado, de mínima distância, na coleta de resíduos urbanos. Este algoritmo é muito utilizado em problemas de leitorista de luz, água (SMIDERLE, 2001), gás, entre outras situações.

Referências

1. L. Bodin, B. Golden, A. Assad e M. Ball, *Routing and Scheduling of vehicles and crews : the state of the art*. England, Pergamon Press, vol. 10. n. 2, 1983 (Special Issue).
2. L. E. X. Carvalho, “Desenvolvimento de solução integrada de sistemas de limpeza urbana em ambientes SIG”, Dissertação de Mestrado, UFRJ, 2001.
3. M. C. Goldbarg e H.P. Luna, “Otimização combinatória e programação linear”, Elsevier, Rio de Janeiro, 2005.
4. B. L. Golden, T.L. Magnanti e H.Q. Nguyen, *Implementing vehicle routing algorithms*, *Networks*, v. 7, pp. 113-148, 1977.
5. A. Smiderle, "Técnicas da pesquisa operacional aplicadas a um problema de cobertura de arcos", *TEMA*, No. 2, pp. 347-356 , 2004.
6. M.B. Teitz e P. Bart, *Heuristics Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph*, *Operations Research*,v. 16, pp. 955-961, 1968.