

Estudo de um Modelo Matemático para a Audição Humana Utilizando Mínimos Quadrados e Séries de Fourier

Antonio C. L. Bidel

Depto de Matemática, CCNE, UFSM
97105-900, Campus Universitário, Avenida Roraima, nº 1000, Santa Maria, RS
E-mail: bidelac@gmail.com

Leticia Tonetto

Universidade Federal de Santa Maria - PET Matemática, Depto de Matemática
97105-900, Campus Universitário, Avenida Roraima, nº 1000, Santa Maria, RS
E-mail: letitonetto@hotmail.com

Thanise A. dos Santos

Universidade Federal de Santa Maria - PET Matemática, Depto de Matemática
97105-900, Campus Universitário, Avenida Roraima, nº 1000, Santa Maria, RS
E-mail: thaniseazzolin@yahoo.com.br

RESUMO

Para o sistema auditivo, o tipo mais elementar de ondas sonoras é uma variação senoidal da pressão do ar sendo descrita pela equação

$$q(t) = A_0 + A \sin(\omega t - \delta) \quad [1]$$

onde $q(t)$ mede a pressão atmosférica no tímpano, A_0 é a pressão atmosférica normal, A é a variação máxima da pressão em relação à pressão atmosférica normal, $\omega/2\pi$ é a frequência da onda em ciclos por segundo e δ é o ângulo de fase da onda [1]. Descrita em função do tempo uma onda senoidal precisa ter frequências em determinado intervalo. Para os humanos tal intervalo corresponde a aproximadamente de 20 a 20.000 ciclos por segundo (*cps*). Fora desse intervalo as frequências não estimulam suficientemente a sensação de som.

Este trabalho tem por objetivo apresentar o estudo de um modelo matemático para a audição humana utilizando o Método dos Mínimos Quadrados (M.M.Q.) e Séries de Fourier. Para tal define-se, sobre o espaço vetorial das funções contínuas no intervalo $[0, T]$, o produto interno

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^T f(t)g(t)dt \quad [2]$$

onde T é o período. Pretende-se minimizar

$$\|f(t) - g(t)\|^2 \quad [3]$$

onde

$$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left[a_k \cos \frac{2k\pi}{T} t + b_k \sin \frac{2k\pi}{T} t \right] \quad [4]$$

significando a parcela não audível pelo ouvido humano. De [3] e das relações de ortonormalidade do conjunto $\left\{1, \cos \frac{2k\pi}{T}t, \text{sen} \frac{2k\pi}{T}t\right\}_{k=1}^n$ são obtidos os coeficientes de $g(t)$ que minimizam o erro quadrático médio.

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2k\pi}{T}t dt, \quad k = 0, 1, \dots, n$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen} \frac{2k\pi}{T}t dt, \quad k = 1, \dots, n$$

As relações de ortonormalidade são visualizadas graficamente para algumas funções do conjunto $\left\{1, \cos \frac{2k\pi}{T}t, \text{sen} \frac{2k\pi}{T}t\right\}_{k=1}^n$. São apresentados os resultados das simulações, realizadas no Maple 8, para uma onda sonora do tipo dente de serra.

Palavras-chave: *Mínimos Quadrados, Audição Humana, Séries de Fourier.*

Referências

- [1] H. Anton, C. Rorres, “Applications of Linear Algebra”, John Wiley & Sons, New York: 1977.
- [2] B. Noble, J.W. Daniel, “Álgebra Linear Aplicada”, Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro: 1986.
- [3] D.J.S. Robinson, “A Course in Linear Algebra With Applications”, World Scientific, Singapore: 2005.