ISSN 1984-820X

Tratamento de obstáculos com geometria complexa em escoamentos laminares

Rafael A. Rodrigues* **Lucia Catabriga**
Universidade Federal do Espírito Santo - Departamento de Informática
29075-910, Vitória, ES
E-mail: rafaeljack3@gmail.com, luciac@inf.ufes.br

RESUMO

Palavras-chave: *Geometrias complexas, escoamento laminar, método das diferenças Finitas.*

Na análise de escoamento de fluidos, geralmente existe a necessidade de modelar situações nas quais o fluido escoa sobre corpos com geometrias variadas. Essa abordagem é importante em diversas aplicações como, por exemplo, no escoamento de óleo através de poros de sedimentos e na análise de escoamentos de rios. Entretanto, a modelagem de tais problemas torna-se muito trabalhosa devido ao fato de não haver uma regularidade na forma da superfície pela qual ocorre o escoamento. A identificação de um ponto da malha, gerada por um processo de discretização do domínio de análise, como pertencente a região de fluido ou como um ponto da região de obstáculo é uma dificuldade inicial para tratamento das condições de contorno do problema. Nos diversos problemas de escoamento encontrados, o domínio pode ser obtido através de escaneamento por varredura usando microscópios, como o escoamento de óleo por sedimentos subterrâneos, ou por satélites, no caso de escoamento em rios. Este trabalho apresenta uma metodologia simples para identificação de pontos na malha como fluido ou como obstáculo através de processamento de pixel da imagem obtida por escaneamento da região que deseja-se analisar [1]. Dependendo da aplicação, a região de escoamanto pode ser obtida através do desenho da geometria do problema em um editor de imagem. Cada pixel da imagem criada representa uma célula na malha a ser gerada. A imagem utilizada é monocromática e no formato bitmap, sendo que o branco representa o fluido e preto o obstáculo. A partir da imagem criada, obtêm-se uma matriz binária que é utilizada para gerar a malha do problema que se deseja tratar. A Fig. 1 representa um domínio retangular com $np_x \times np_y$ pixels, com obstáculos de geometrias variadas na parede inferior, que dará origem a uma malha com $np_x \times np_y$ células. Neste trabalho, consideraremos

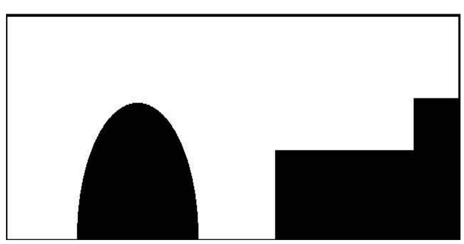

Figura 1: Obstáculos na região de escoamento do fluido.

o escoamento de estacionário e irrotacional de fluidos invíscitos incompressíveis. A condição de incompressibilidade é expressa por,

$$u_x + v_y = 0, \tag{1}$$

*bolsista de Iniciação Científica PIBIC/FAPES onde u representa a velocidade do fluido na direçao x e v a velocidade na direção y. O fluido é considerado irrotacional se o rotacional do vetor velocidade for nulo. Para um fluido bidimensional, tem-se:

$$v_x - u_y = 0, \tag{2}$$

Se ambas equações (1) e (2) forem satisfeitas o fluido é considerado incompressível e irrotacional. Utilizando a condição de fluido incompressível (Eq. (1)) e o teorema de Green [2], pode-se mostrar que existe uma função Ψ, denominada, função linha de corrente, tal que

$$(\Psi_x, \Psi_y) = (-v, u), \tag{3}$$

Assim, usando a condição do fluido ser irrotacional, Eqs. (2) e (3), tem-se:

$$v_x - u_y = (-\Psi_x)_x + (-\Psi_y)_y = 0, \tag{4}$$

Para testar a metodologia desenvolvida, considere o escoamento de um fluido ideal em estado estacionário através do obstáculo ilustrado na Fig. 1. O escoamento do fluido se dá da direita para esquerda sendo que não há fluxo através das superfícies superior e inferior. Se a velocidade de entrada do fluido, representado na Fig. 1, for $(u_0, 0)$, então $\Psi = u_0 y$. Sendo $(u, 0)$ a velocidade de saída do fluido, tem-se $\Psi_x = 0$ pela Eq. (3). O modelo de escoamento do fluido ideal pode então ser representado pela Eq. (4) e as condições de contorno de entrada e saida de fluido, além de supor que não há fluxo na parte superior e inferior da região pela qual o fluido flui. O problema de valor no contorno pode então ser representado por:

$$\begin{aligned} -(\Psi_{xx} + \Psi_{yy}) &= 0 \quad \text{p/}(x,y) \in (0, Lx) \times (0, Ly) & (5) \\ \Psi_x &= 0 \quad \text{p/ } x = Lx \quad \text{ e } \quad \Psi = u_0 y \text{ p/ } x = 0 & \\ \Psi &= 0 \quad \text{p/} y = 0 \quad \text{e} \quad \text{p/ } (x,y) \quad \text{pertecente aos obstáculos} & (6) \end{aligned}$$

Considerando o dominio da Fig. 1 discretizado por 64×480 células, $Lx = 32$, $Ly = 240$, velocidade de entrada $u_0 = 1$, discretizando o modelo apresentado através do método das diferenças finitas e utilizando o método SOR para a resolução do sistema linear resultante, obtêm-se as linhas de corrente apresentadas na Fig.2. Pode-se observar que o contorno irregular está bem representado. A metodologia desenvolvida para o escoamento de um fluido ideal nesse trabalho será aplicada a escoamentos descritos pela equação de Navier-Stokes na presença de domínios com contornos complexos.

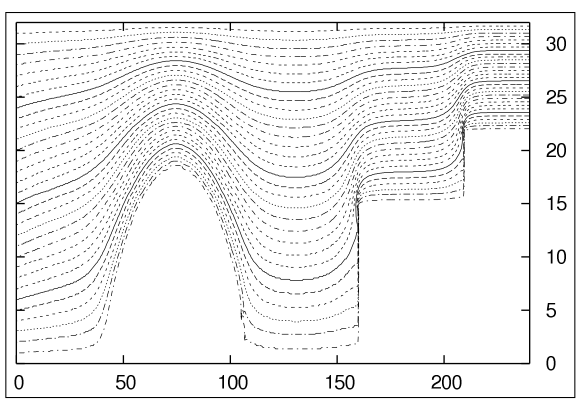

Figura 2: Linhas de corrente do escoamento através dos obstáculos

Referências

[1] M. Griebel, "Numerical Simulation Fluid Dynamics" , SIAM,Philadelphia, 1998.

[2] R. E. White, "Computational Modeling with Methods and Analysis", CRC Press, North Carolina, 2003.