ISSN 1984-820X
Anais do CNMAC
v.3
PUBLICAÇÃO DA SBMAC
CNMAC2010
XXXIII CONGRESSO NACIONAL
DE MATEMÁTICA APLICADA
E COMPUTACIONAL

Técnicas de Otimização no planejamento de câncer por radioterapia

Andréa Camila dos Santos Martins
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Campus de Botucatu - Instituto de Biociências
E-mail: acmartins@ibb.unesp.br

Helenice de Oliveira Florentino
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Campus de Botucatu - Departamento de Bioestatística
E-mail: helenice@ibb.unesp.br

RESUMO

Um plano de tratamento de câncer por radioterapia é considerado ótimo quando os parâmetros físicos e/ou biológicos que envolvem o tratamento foram investigados e adequados individualmente para o paciente. O objetivo é a eliminação do câncer sem danificar os tecidos saudáveis da região tratada, que são em geral muito sensíveis às radiações. As técnicas matemáticas de otimização têm sido utilizadas para auxiliar na determinação de planos otimizados, pois nos planos convencionais, a prática mais comum consiste em transmitir a maior radiação possível no tumor. As razões para se evitar este tipo de procedimento é que altos níveis de radiação podem conduzir uma grande soma de necrose, dificultando a sua eliminação e também as células doentes estão distribuídas entre tecidos saudáveis, sendo assim, uma dose letal é crucial para o sucesso do plano de tratamento. Uma dose inferior permite que a célula cancerosa sobreviva e uma dose superior pode ter efeitos altamente indesejáveis nos tecidos vizinhos. Assim, o planejamento ótimo é de grande importância.

Depois de diagnosticar e avaliar a localização, tamanho e capacidade radiobiológica do tumor, é prescrito pelo médico uma dose para cada tipo de tecido: tumoral, critico e saudável, de tal forma que apresente condições propícias para se obter a menor possibilidade de complicações clínicas durante o tratamento. Do ponto de vista matemático, o desafio consiste em emitir uma alta dosagem de radiação no tumor, suficiente para sua eliminação, e simultaneamente, minimizar a radiação nas regiões compostas de tecido saudáveis e críticos, reduzindo ao máximo as complicações nestas regiões [2].

Um modelo bastante citado na literatura, por apresentar resultados muito satisfatórios é o modelo de programação linear proposto por Holder (2003) que tem o objetivo de alcançar 3 metas: minimizar a deficiência de dose no tumor; minimizar a quantidade média de radiação que o tecido crítico está recebendo acima da dose prescrita e minimizar a quantidade média de radiação que o tecido saudável está recebendo acima da dose prescrita.

Para a formulação do modelo de otimização que auxilia no tratamento por radioterapia, são feitas imagens de tomografia para localização e dimensionamento do tumor, e posteriormente realizado um mapeamento na imagem com a finalidade de localizar e demarcar as regiões de tecidos críticos, saudáveis e tumorais. Feito este mapeamento é realizada a divisão da imagem em pixels. A partir disso, definem-se: T: o conjunto dos pixels onde se encontra o tumor, C: o conjunto dos pixels onde se encontra tecido crítico ou estrutura crítica e G: o conjunto dos pixels dos tecidos saudáveis.

Assim é construída a matriz de deposição de dose, que mede a dose depositada em casa pixel, as linhas desta matriz estão associadas aos pixels e as colunas aos ângulos e subfeixes de radiação.

Sendo $x_{(s,l)}$ a dose ao longo do l-ésimo sub-feixe do ângulo θ_s, $d_{(p,s,l)}$ a distância percorrida pelo sub-feixe de dose $x_{(s,l)}$ na imagem até chegar no pixel p e $e^{-\mu d(p,s,l)}$ o fator que mede a atenuação da radiação do feixe neste caminho percorrido, onde μ é o coeficiente de atenuação linear, que depende: da energia, do tipo de radiação e do tamanho do campo utilizado, define-se os componentes da matriz de deposição de dose A como:

$$A_{(p,s,l)} = a_{(p,s,l)}\ e^{-\mu d(p,s,l)} \qquad (l \in \{1, 2, \ldots, m\},\ s \in \{1, 2, \ldots, k\}\ \text{e}\ \ p \in \{1, 2, \ldots, n\}).$$

Em que $a_{(p,s,l)}$ é a área geométrica pixel p que recebe o raio de dose $x_{(s,l)}$.
As linhas de A são indexadas por p e as colunas são indexadas por $(_{s,l})$.
Assim tem - se o seguinte modelo:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & \omega l^T t + u_c^T c + u_g^T g \\ \textit{sujeito a} & l_t - Lt \leq A_T x \leq u_t \\ & A_C x \leq u_c + U_C c \\ & A_G x \leq u_g + U_G g \\ & 0 \leq Lt \leq l_t \\ & -u_c \leq U_C c \\ & U_G g \geq 0 \\ & x \geq 0. \end{array}$$

As três primeiras restrições são denominadas *elásticas*, pois seus limites podem variar de acordo com os vetores t, c, g e x, que correspondem às variáveis do problema. As matrizes L, U_C e U_G definem como medir a elasticidade, e l, u_c e u_g controlam a penalização ou recompensa com relação à elasticidade. Valores fixos de L, U_C, U_G, l, u_c e u_g definem um conjunto de *funções elásticas*. Estas funções elásticas são incorporadas ao problema para garantir que o conjunto de restrições seja sempre estritamente factível e que a diferença dos limites inferiores nas funções elásticas permite incorporar diferentes objetivos de tratamento [1].

Este projeto visa investigar a matriz do modelo a fim de determinar um melhor desempenho numérico e computacional para o problema. Este trabalho de pesquisa está sendo desenvolvido no Laboratório Científico de Informática (LCI) do Departamento de Bioestatística-UNESP e está em fase inicial. Os autores agradecem o apoio financeiro da CAPES, CNPq, FAPESP (proc. 2009/14901-4), FUNDUNESP, PROPe e PROPg UNESP.

Palavras-chave: *Planejamento ótimo de radioterapia, Otimização, Matriz de deposição de dose.*

Referências

[1] A. Holder, Designing Radiotherapy Plans with Elastic Constraints and Interior Point Methods. Health Care and Management Science, 6(1), pp. 5-16, 2003

[2] D. Sonderman, P. G. Abrahamson, Radiotherapy treatment design using mathematical programming models. Operations Research, v.33, n.4, pp.705-725, Jul/Ago 1985.