ISSN 1984-820X
Anais do CNMAC
v.3
PUBLICAÇÃO DA SBMAC
CNMAC2010
XXXIII CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL

Aproximações Trigonométricas

Guilherme L. F. da Silva*

Depto de Ciências de Computação e Estatística, IBILCE, UNESP,

15054-000, São José do Rio Preto, SP

E-mail: guilherme.lfs@gmail.com,

RESUMO

Fourier foi um dos primeiros a estudar séries trigonométricas. Ao analisar o problema de transmissão de calor em uma barra de metal, desenvolveu aquela que hoje chamamos de Série de Fourier de $f \in \widetilde{\mathcal{C}}[-\pi, \pi]$, que é a classe das funções contínuas 2π-periódicas.

Apesar de ser o primeiro a usá-la, Fourier não estabeleceu nenhum critério de convergência da série que leva seu nome. Seu aluno, Dirichlet, inspirado em tentativas frustradas de Fourier, foi o primeiro a obter um critério. Mais precisamente, obteve aquele que hoje é conhecido como critério de Dirichlet-Jordan, que garante que a série de Fourier de uma função $f \in \widetilde{\mathcal{C}}[-\pi, \pi]$ é convergente em um ponto $x \in \mathbb{R}$, desde que a função f seja suave em uma vizinhança de x. Após Dirichlet, mais alguns matemáticos desenvolveram outros critérios de convergência.

Porém, mesmo com a convergência estabelecida pontualmente para funções localmente suaves, em 1898 A. Michaelson e S. Stratton mostraram suas insatisfações em uma carta à *Nature*, relatando que próximos de pontos de descontinuidade, somas parciais de séries de Fourier não aproximavam bem uma dada função. Willard Gibbs, na mesma revista, deu uma explicação à tal fenômeno, que atualmente conhecemos por *Efeito de Gibbs*. Mais que isto, sabe-se que dado um ponto $x \in \mathbb{R}$, existe uma função $f \in \widetilde{\mathcal{C}}[-\pi, \pi]$, cuja série de Fourier diverge em x.

*bolsista de Iniciação Científica Fapesp

Fejér, em 1900, conseguiu solucionar este último problema, modificando a série de Fourier. Mais precisamente, dada uma função $f \in \widetilde{\mathcal{C}}[-\pi, \pi]$, Fejér estabeleceu que as somas de Cèsaro da série de Fourier de f, que é a sequência gerada pelas médias aritméticas das somas parciais da série de Fourier, convergem uniformemente.

Hoje sabemos que a idéia de Fejér pode ser generalizada, estabelecendo convergência uniforme de convoluções de uma função $f \in \widetilde{\mathcal{C}}[-\pi, \pi]$ com certos polinômios trigonométricos, chamados núcleos positivos somáveis.

Em [1] foram resolvidos diversos problemas extremos relacionados a polinômios senos não-negativos, através destes obtidos novos núcleos positivos somáveis e, portanto, novos métodos de aproximação trigonométrica.

O objetivo deste trabalho é mostrar o método desenvolvido por Fejér, apresentar alguns dos problemas extremos resolvidos em [1] e, através de exemplos, discutir as aproximações obtidas através de convoluções com alguns núcleos, e mostrar os diferentes *efeitos de Gibbs* obtidos para cada uma destas aproximações.

Palavras-chave: *Teoria da Aproximação, Polinômios Trigonométricos, Séries de Fourier.*

Referências

[1] Dimitrov, D. K., Merlo, C. A., Nonnegative Trigonometric Polynomials. *Constructive Approximation.* 18 (2002), 1, 117-143

[2] González-Velasco, E. A., "Fourier Analysis and Boundary Value Problems", Academic Press Inc. , 1995.

[3] Merlo, C. A. , "Polinômios Trigonométricos Não-Negativos", Dissertacao de Mestrado. DCCE-UNESP/IBILCE, 2000.