

A Base Fundamental em Vigas Euler-Bernoulli com Dois Segmentos

Dionéia Migotto

Programa de Pós-Graduação em Matemática - UFSM

97105-900, Santa Maria, RS

E-mail: dioneia.migotto@bol.com.br

Rosemaira Dalcin Copetti

Universidade Federal de Santa Maria- Departamento de Matemática

97105-900, Campus Cidade Universitária, Santa Maria, RS

E-mail: rmaira@smail.ufsm.br

RESUMO

A análise de vibrações para vários sistemas mecânicos, robóticos, entre outros, podem ser modelados por uma equação para vigas de Euler-Bernoulli. Neste trabalho consideramos uma viga com dois segmentos e com condições de contorno não-clássicas. É bem conhecido que o modelo matemático, considerando uma viga uniforme forçada é dada por uma equação diferencial parcial de quarta ordem, [5]

$$EI \frac{\partial^4 w_i(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial t^2} = F(x, t),$$

para cada segmento da viga, onde $i = 1$, representa o primeiro segmento, $i = 2$ o segundo segmento da viga, x denota a coordenada axial, t o tempo, E denota o módulo de Young de elasticidade, I o momento de área de inércia, ρ a densidade e A a área da seção transversal, EI a rigidez, e ρA a densidade de massa por unidade de comprimento.

Para avaliar as características de vibração do sistema, um procedimento importante é investigar os modos de vibração. As frequências e os modos de vibração da viga são obtidos através do método modal, que gera uma equação diferencial de quarta ordem, cuja solução é escrita em termos da solução fundamental, solução de um problema de valor inicial, cujas condições iniciais reduzem o número de constantes necessárias para expressar os modos de vibração do sistema. [1].

A metodologia introduzida Tsukazan, [6] é aplicada a uma viga Euler-Bernoulli fixa-livre de comprimento L , com condições de contorno não clássicas, por exemplo, uma massa anexada, uma mola, um amortecedor, ou algum outro dispositivo anexado em um ponto intermediário ou um dos extremo da viga, [3],[4],[2].

É realizada uma formulação matricial em blocos para as matrizes das condições de contorno, para as matrizes das condições intermediárias, para a matriz constituída pela base de soluções nos pontos correspondentes e para a matriz das constantes a serem determinadas.

O método também pode ser aplicado a uma viga com n -segmentos, com amortecimento interno, com outras condições de contorno ou em outros tipos de vigas, por exemplo, uma viga tipo Timoshenko.

Foram realizadas simulações usando o software Maple 10 para uma viga fixa-livre com massa anexada em $x = L$ e uma mola no ponto intermediário $x = \frac{L}{2}$, variando os parâmetros E , I , ρ e A . Os resultados obtidos para as frequências foram comparadas com [3], o que justifica a abordagem utilizada aqui.

Palavras-chave: *Vigas Euler-Bernoulli, Solução Fundamental, Análise Modal*

Referências

- [1] J.C.R.Claeyssen and T.Tsukazan, Dynamic solutions of linear matrix differential equations, *Quarterly of Applied Mathematics*, 48(1) (1990) 169-179.
- [2] R.D.Copetti, J.C.R.Claeyssen, and T.Tsukazan, Modal Formulation of Segment Euler-Bernoulli Beams, *Mathematical Problems in Engineering*, 2007 (2007) 18 pages, doi:10.1155/2007/36261.
- [3] M.Gurgoze, On the Eigenfrequencies of cantilevered Beams carrying a tip mass and spring-mass in-span, *Int. J. Mech. Sci.*, 38(12) (1996) 1295-1306.
- [4] M. Gurgoze, H.Erol Dynamic response of a viscously damped cantilever with a viscous end condition, *Journal of Sound and Vibration*, 298(4) (2003) 132-153.
- [5] S. G. Kelly, "Advanced Vibration Analysis", Taylor and Francis Group, New York, 2007.
- [6] T.Tsukazan, The use of a dynamical basis for computing the modes of a beam system with a discontinuous cross-section, *Journal of Sound Vibration*, 281 (2005) 1175-1185.