ISSN 1984-820X
Anais do CNMAC v.3
PUBLICAÇÃO DA SBMAC
CNMAC2010
XXXIII CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL

Novos Pontos Superconvergentes de Taylor-Carey para Derivadas de Ordem Superior de Elementos Lagrangianos 1D

David Soares Pinto Júnior
Deptartamento de Matemática, UFS
49010-000, São Cristóvão, SE
E-mail: david@ufs.br.

Walber Alves Cruz Lima
Departamento de Engenharia Química, UFS
49010-000, São Cristóvão, SE
E-mail: walber05@gmail.com.

Resumo: *Neste artigo, são deduzidos os pontos superconvergentes no sentido de Taylor-Carey [1] para derivadas de ordem superior de interpolantes de elementos finitos da família de Lagrange, dando continuidade aos resultados obtidos recentemente [2]. O fenômeno da superconvergência das derivadas de primeira ordem em 1D, ou superconvergência do gradiente em dimensão superior, assume importância no Método de Elementos Finitos por sua aplicação na formulação de indicadores de erro a posteriori [3]. A superconvergência da derivada segunda ordem, ou a superconvergência do hessiano em dimensão superior, tem sido estudada, principalmente por sua aplicação na geração de malhas adaptativas com alongamentos direcionais. Não existem, porém, estudos sobre os pontos superconvergentes de derivadas de terceira ordem ou quarta ordem de interpolantes de elementos finitos da família de Lagrange nem indicações de suas aplicações na análise de erros a posteriori. No presente estudo são calculados os pontos superconvergentes para as derivadas de segunda ordem de interpolantes de grau* $k = 2, 3, 4$ *; os pontos superconvergentes para as derivadas de terceira ordem de interpolantes de grau* $k = 3, 4, 5$ *; e os pontos superconvergentes para as derivadas de quarta ordem de interpolantes de grau* $k = 4, 5, 6$ *. As coordenadas* $\overline{x}$ *destes pontos para um elemento de referência* $\hat{I} = [-1, +1]$ *com pontos nodais uniformemente distribuídos estão indicados na Tabela 1, Tabela 2 e Tabela 3.*

Palavras-chave: *Elementos Finitos, Superconvergência, Derivadas*

k	N=k+1	$\overline{x} \in [-1, 1]$	Funções Superconvergentes
2	3	0	$\sum_{i=0}^{k} x_i^N L_i''(\overline{x}) - 3\overline{x} \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-1} L_i''(\overline{x})$
3	4	$\pm\frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$	$\sum_{i=0}^{k} x_i^N L_i''(\overline{x}) - 4\overline{x} \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-1} L_i''(\overline{x}) + 6\overline{x}^2 \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-2} L_i''(\overline{x})$
4	5	$0, \pm\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{2}$	$\sum_{i=0}^{k} x_i^N L_i''(\overline{x}) - 10\overline{x}^3 \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-3} L_i''(\overline{x})$

Tabela 1: Pontos Superconvergentes da Derivada de Segunda Ordem u_h''.

k	N=k+1	$\overline{x} \in [-1,1]$	Funções Superconvergentes
3	4	0	$\sum_{i=0}^{k} x_i^N L_i'''(\overline{x}) - 4\overline{x} \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-1} L_i'''(\overline{x})$
4	5	$\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sum_{i=0}^{k} x_i^N L_i'''(\overline{x}) - 5\overline{x} \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-1} L_i'''(\overline{x}) + 10\overline{x}^2 \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-2} L_i'''(\overline{x})$
5	6	$0, \pm\frac{\sqrt{7}}{5}$	$\sum_{i=0}^{k} x_i^N L_i'''(\overline{x}) - 20\overline{x}^3 \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-3} L_i'''(\overline{x})$

Tabela 2: Pontos Superconvergentes da Derivada de Terceira Ordem u_h'''.

k	N=k+1	$\overline{x} \in [-1,1]$	Funções Superconvergentes
4	5	0	$\sum_{i=0}^{k} x_i^N L_i''''(\overline{x}) - 5\overline{x} \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-1} L_i''''(\overline{x})$
5	6	$\pm\frac{1}{5}\sqrt{\frac{7}{3}}$	$\sum_{i=0}^{k} x_i^N L_i''''(\overline{x}) - 6\overline{x} \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-1} L_i''''(\overline{x}) + 15\overline{x}^2 \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-2} L_i''''(\overline{x})$
6	7	$0, \pm\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\sum_{i=0}^{k} x_i^N L_i''''(\overline{x}) - 35\overline{x}^3 \sum_{i=0}^{k} x_i^{N-3} L_i''''(\overline{x})$

Tabela 3: Pontos Superconvergentes da Derivada de Quarta Ordem u_h''''.

Referências

[1] *Mackinnon, R. J., Carey, G.F.,Superconvergent derivatives: A Taylor series analysis,* International Journal for Numerical Methods in Engineering, *28 (1989), 489-509.*

[2] *Pinto Jr., D. S., Studies on Barlow Points, Gauss Points and Superconvergent Points in 1D with Lagrangian and Hermitian Finite element Basis,* Computational and Applied Mathematics, *27, 3, (2008), 275-303.*

[3] *Zienkiewicz, O. C., Zhu, J. Z., The Superconvergent Patch Recovery and a Posteriori Error Estimates, Part I; The recovery Technique,* International Journal for Numerical Methods in Engineering, *33 (1992), 1331-1364.*